



DAXUESHENG
SHUXUESHOUCE

大学生

数学手册

王金金 任春丽 冶继民 周水生 编



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

013/464

2008

大学生数学手册

王金金 任春丽 冶继民 周水生 编

西安电子科技大学出版社

2008

内 容 简 介

本手册内容包括“微积分学”、“线性代数”和“概率论与数理统计”中一些常用的定义、定理、公式、算法、解法、图、表等。本手册简明实用，内容广泛，查阅方便，便于携带。

本手册可供大中专学校师生及工程技术人员在学习和工作中查阅。

图书在版编目(CIP)数据

大学生数学手册/王金金等编. —西安: 西安电子科技大学出版社, 2008. 3

ISBN 978 - 7 - 5606 - 1938 - 5

I. 大… II. 王… III. 高等数学—高等学校—教学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 169504 号

策 划 臧延新

责任编辑 杨宗周

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

http: //www. xduph. com E-mail: xdupfxb@pub. xaonline. com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西天意印务有限责任公司

版 次 2008 年 3 月第 1 版 2008 年 3 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/32 印 张 12. 875

字 数 266 千字

印 数 1~4000 册

定 价 20. 00 元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 1938 - 5/O · 0088

XDUP 2230001 - 1

* * * 如有印装问题可调换 * * *

本社图书封面为激光防伪覆膜，谨防盗版。

前 言

大学数学是大学理工科和经济管理等专业的重要基础课,对学生专业课的学习以及数学素质和创新能力的培养有着不可替代的作用.本手册旨在帮助大学生和广大读者便捷地查阅所需的数学内容,巩固和掌握已学过的数学知识,并能有效地用于解决学习和工作中的相关数学问题.

本手册共分三篇,26章.其中第一篇“微积分学”11章,第二篇“线性代数”7章,第三篇“概率论与数理统计”8章.书中对这三篇的基本概念、基本定理、重要结论、主要解题方法作了系统的归纳和总结,并注意了各篇体系结构的完整性.本手册内容丰富,表述准确,简明扼要,条理清楚.编者根据长期的教学经验,对一些不易理解的内容以及容易混淆的问题等,都给出了附注或举例说明,以利于读者更好地理解 and 掌握相关知识.

本手册可供大中专学校师生及工程技术人员在学习和工作中查阅.

本手册由王金金、任春丽、冶继民、周水生参加编写.各部分内容经编者充分讨论后定稿.

本手册在编写过程中得到了西安电子科技大学理学院领导及广大教师的热情支持,他们对本书的编写提出了许多宝贵意见,编者在此表示衷心致谢.

编 者

2007年12月

目 录

第一篇 微积分学

第 1 章 函数、极限、连续	3
1.1 函数	3
1. 预备知识(3) 2. 函数的概念(4)	
3. 函数的几个简单性质(4) 4. 反函数与复合函数(6)	
5. 初等函数(7) 6. 几种非初等函数(16)	
7. 几种常用曲线(17)	
1.2 极限	22
1. 数列极限(22) 2. 函数极限(23)	
3. 函数极限的运算法则(26) 4. 极限存在的夹逼准则(27)	
5. 两个重要极限(27) 6. 常用极限(28)	
7. 无穷小量与无穷大量(28)	
1.3 函数的连续性	31
1. 函数的连续性(31) 2. 函数的间断点(32)	
3. 连续函数的运算与性质(33)	
4. 闭区间上连续函数的性质(34)	
5. 一致连续性定义与定理(35)	
第 2 章 导数与微分	36
2.1 导数	36
1. 导数的概念(36) 2. 导数基本公式和求导法则(39)	
3. 高阶导数(43)	
2.2 微分	45
1. 微分的概念(45) 2. 微分基本公式与微分法则(46)	

3. 微分在近似计算中的应用(48)

第3章 中值定理与导数应用 49

3.1 中值定理与洛必达法则 49

1. 中值定理(49) 2. 洛必达(L'Hospital)法则(53)

3.2 导数的应用 54

1. 函数的单调性(54) 2. 函数的极值与最大值、最小值(55)

3. 曲线的凹凸性与拐点(56) 4. 函数图形的描绘(58)

5. 弧微分与曲率(59)

第4章 不定积分 63

4.1 不定积分的概念与性质 63

1. 原函数(63) 2. 不定积分(63) 3. 性质(64)

4.2 计算不定积分的基本方法 64

1. 换元积分法(64) 2. 分部积分法(67)

4.3 几种特殊类型函数的积分 69

1. 有理函数的积分(69) 2. 三角函数有理式的积分(71)

3. 几类简单无理函数的积分(71)

4.4 积分表 72

1. 基本积分公式表(72) 2. 简明积分表(74)

第5章 定积分及其应用 87

5.1 定积分的概念与性质 87

1. 定积分的概念(87) 2. 定积分的性质(89)

5.2 微积分基本公式 90

1. 积分上限函数(90)

2. 积分上限函数的求导法则(原函数存在定理)(90)

3. 牛顿-莱布尼兹公式(91)

5.3 定积分的计算方法 91

1. 换元积分法(91) 2. 分部积分法(92)

3. 常用定积分公式(92) 4. 定积分的近似计算公式(93)

5.4	广义积分	93
	1. 无穷限的广义积分(93) 2. 无界函数的广义积分(95)	
	3. 无穷限广义积分的审敛法(96)	
	4. 无界函数广义积分的审敛法(98) 5. Γ 函数(98)	
5.5	定积分的几何应用	99
	1. 定积分的微元法(99) 2. 平面图形的面积(99)	
	3. 空间立体的体积(100) 4. 平面曲线的弧长(101)	
5.6	定积分的物理应用	102
	1. 变速直线运动的路程(102) 2. 变力沿直线所作的功(102)	
	3. 水压力(102) 4. 引力(103) 5. 平均值(104)	
第6章 向量代数与空间解析几何		105
6.1	向量及其运算	105
	1. 向量及加减运算(105) 2. 向量与数的乘法(106)	
	3. 空间直角坐标系(107) 4. 向量的坐标表示及计算(107)	
6.2	数量积与向量积	109
	1. 数量积(109) 2. 向量积(110) 3. 混合积(111)	
6.3	空间平面与直线	112
	1. 空间平面及其方程(112) 2. 空间直线及其方程(114)	
6.4	空间曲面、曲线及其方程	116
	1. 空间曲面(116) 2. 空间曲线(119)	
第7章 多元函数微分法及其应用		121
7.1	多元函数的基本概念	121
	1. 区域(121) 2. 多元函数的概念(123)	
	3. 二元函数的极限(124) 4. 二元函数的连续性(125)	
7.2	偏导数	127
	1. 偏导数的定义及其算法(127) 2. 高阶偏导数(130)	
7.3	全微分及其应用	131
	1. 全微分的概念(131) 2. 全微分在近似计算中的应用(133)	

7.4	多元函数的求导法则	133
	1. 多元复合函数的求导法则(133)	
	2. 隐函数的求导公式(135)	
7.5	微分法在几何上的应用	137
	1. 空间曲线的切线与法平面(137)	
	2. 曲面的切平面与法线(139)	
7.6	方向导数与梯度	140
	1. 方向导数(140) 2. 梯度(142) 3. 场论基本概念(143)	
7.7	多元函数的极值及其求法	144
	1. 多元函数的极值及最大值、最小值(144)	
	2. 条件极值和拉格朗日乘数法(146)	
7.8	二元函数的泰勒公式	147
	1. 二元函数的泰勒公式(147) 2. 误差估计式(148)	
	3. 二元函数的麦克劳林公式(148)	
第8章	重积分	149
8.1	二重积分的概念与性质	149
	1. 二重积分的概念(149) 2. 性质(150)	
8.2	二重积分的计算方法	151
	1. 利用直角坐标计算二重积分(151)	
	2. 在极坐标系下二重积分的计算方法(152)	
8.3	二重积分的应用	156
	1. 几何应用(156) 2. 物理应用(157)	
8.4	三重积分的概念及计算	158
	1. 三重积分的概念(158)	
	2. 在直角坐标系下三重积分的计算(159)	
	3. 在柱面坐标系下三重积分的计算(161)	
	4. 在球面坐标系下三重积分的计算(162)	
	5. 三重积分的应用(162)	

8.5 含参变量的积分	163
第9章 曲线积分与曲面积分	165
9.1 对弧长的曲线积分	165
1. 概念与性质(165) 2. 计算公式(167)	
3. 对弧长的曲线积分的应用(168)	
9.2 对坐标的曲线积分	168
1. 概念(168) 2. 性质(170) 3. 计算公式(170)	
4. 两类曲线积分之间的关系(171)	
9.3 格林公式及其应用	172
1. 格林公式(172) 2. 平面上曲线积分与路径无关(175)	
9.4 对面积的曲面积分	177
1. 概念与性质(177) 2. 计算方法(178)	
9.5 对坐标的曲面积分	179
1. 概念与性质(179) 2. 计算方法(182)	
3. 两类曲面积分之间的关系(183)	
9.6 高斯公式与斯托克斯公式	183
1. 高斯(Gauss)公式(183) 2. 斯托克斯公式(185)	
3. 向量微分算子(187)	
第10章 无穷级数	189
10.1 常数项级数的概念和性质	189
1. 常数项级数的概念和性质(189)	
2. 收敛级数的基本性质(190)	
10.2 常数项级数的审敛法	191
1. 正项级数及其审敛法(191)	
2. 交错级数及其审敛法(193)	
3. 绝对收敛与条件收敛(194)	
10.3 函数项幂级数	195
1. 函数项级数的一般概念(195)	

2. 一致收敛及其基本性质(196)
3. 幂级数及其收敛性(197)
4. 幂级数运算性质及和函数性质(199)
5. 函数展开成幂级数(200) 6. 傅里叶级数(202)

第 11 章 微分方程	205
11.1 微分方程的基本概念	205
1. 微分方程(205) 2. 微分方程的解、通解、特解(205)	
3. 初值问题(206)	
11.2 一阶微分方程	206
1. 一阶微分方程(206) 2. 一阶微分方程的解法(207)	
3. 可降阶的高阶微分方程(210)	
11.3 高阶线性微分方程	211
1. n 阶线性微分方程的基本概念(211)	
2. 二阶常系数线性微分方程(212)	
3. 常系数线性微分方程组的解法举例(216)	

第二篇 线性代数

第 12 章 行列式	221
12.1 n 阶行列式	221
1. 排列与逆序(221) 2. n 阶行列式(222)	
3. 行列式的性质(222)	
12.2 行列式按行(列)展开	224
1. 余子式、 k 阶子式(224) 2. 行列式按行(列)展开(225)	
12.3 几个特殊行列式与行列式的主要计算方法	226
1. 几个特殊行列式(226) 2. 行列式的主要计算方法(229)	
12.4 克莱姆(Cramer)法则	229
第 13 章 矩阵	231

13.1	矩阵的概念	231
	1. 矩阵定义(231) 2. 几个特殊矩阵(232)	
13.2	矩阵的运算	234
	1. 矩阵的线性运算(234) 2. 矩阵乘法(235)	
	3. 矩阵乘幂(235) 4. 矩阵转置(236)	
	5. 方阵的行列式(237) 6. 共轭矩阵(237)	
13.3	逆矩阵	238
	1. 逆矩阵(238) 2. 逆矩阵、伴随矩阵性质(239)	
	3. 求逆矩阵的方法(240) 4. 逆矩阵的应用(241)	
13.4	分块矩阵	241
	1. 定义(241) 2. 分块矩阵的运算(243)	
13.5	初等变换与初等矩阵	245
	1. 初等变换(245) 2. 初等矩阵(247)	
13.6	矩阵的秩	249
	1. 矩阵秩的概念(249) 2. 矩阵秩的性质(249)	
	3. 求矩阵秩的方法(250)	
第 14 章	向量与向量空间	251
14.1	向量的概念与运算	251
	1. 向量的概念(251) 2. 向量的线性运算(252)	
14.2	向量组的线性相关性	252
	1. 概念(252) 2. 重要结论(253)	
14.3	向量组的极大线性无关组与向量组的秩	255
	1. 定义(255) 2. 重要结论(256)	
	3. 向量组的秩和极大无关组的求解方法(256)	
14.4	向量空间	257
	1. 向量空间(257) 2. 欧氏空间(259)	
	3. 正交基与标准正交基(260) 4. 正交矩阵与性质(261)	
第 15 章	线性方程组	263

15.1	齐次线性方程组	263
	1. 齐次线性方程组的表示形式(263)	
	2. $A_{m \times n}x = 0$ 解的判定(264)	
	3. $A_{m \times n}x = 0$ 解的性质与结构(264)	4. 求解方法(265)
15.2	非齐次线性方程组	267
	1. 非齐次线性方程组的表示形式(267)	
	2. $A_{m \times n}x = b$ 解的判定(268)	
	3. $A_{m \times n}x = b$ 解的性质与结构(268)	4. 求解方法(268)
第 16 章	相似矩阵	270
16.1	方阵的特征值与特征向量	270
	1. 概念(270)	2. 重要性质(271)
16.2	相似矩阵	272
	1. 相似、合同、对角化(272)	2. 重要性质(273)
	3. n 阶方阵 A 可对角化的条件(273)	
	4. n 阶方阵 A 对角化的方法(274)	
	5. n 阶实对称矩阵 A 对角化的方法(274)	
	6. 矩阵高次幂的求法(275)	
第 17 章	二次型	276
17.1	基本概念	276
	1. 二次型及其矩阵(276)	2. 线性变换、矩阵合同(277)
17.2	化二次型为标准形的方法	278
	1. 主要结论(278)	2. 实二次型化为标准形的方法(279)
17.3	正定二次型	280
	1. 惯性定理(280)	2. 正定二次型(281)
第 18 章	线性空间与线性变换	284
18.1	线性空间的概念与性质	284
	1. 线性空间的概念(284)	2. 线性子空间的概念(286)
18.2	基、维数与坐标	286

	1. 线性空间中元素的线性相关性(286)	2. 基与维数(287)
	3. 坐标(287)	4. 基变换与坐标变换(288)
18.3	线性变换	289
	1. 线性变换的定义与性质(289)	
	2. 线性变换的矩阵表示(291)	
18.4	线性变换的特征值与特征向量	292
	1. 定义(292)	2. 性质(292)

第三篇 概率论与数理统计

第 19 章	概率论的基本概念	295
19.1	随机试验	295
	1. 随机现象(295)	2. 随机试验(295)
19.2	样本空间与随机事件	296
	1. 样本空间与随机事件的概念(296)	
	2. 事件之间的关系与运算(297)	3. 事件的运算律(299)
19.3	频率与概率	299
	1. 频率的概念及稳定性(299)	2. 概率的概念及性质(300)
19.4	等可能概型(古典概型)	302
	1. 古典概型的特点(302)	
	2. 古典概型中事件 A 的概率计算公式(302)	
19.5	条件概率	302
	1. 条件概率的定义(302)	2. 乘法原理(303)
	3. 全概率公式与贝叶斯公式(303)	
19.6	事件的独立性	304
	1. 两个事件的独立性(304)	2. 多个事件的独立性(305)
第 20 章	随机变量及其分布	307
20.1	随机变量	307

20.2	离散型随机变量及其分布律	308
	1. 离散型随机变量及其分布律的概念(308)	
	2. 几个重要的离散型随机变量及其分布律(308)	
20.3	随机变量的分布函数	311
	1. 随机变量的分布函数(311)	
	2. 随机变量的取值落在各区间内概率的分布函数表示(312)	
	3. 离散型随机变量的分布函数与分布律的关系(312)	
20.4	连续型随机变量及其概率密度	313
	1. 连续型随机变量及其概率密度(313)	
	2. 几种重要的连续型随机变量(314)	
20.5	随机变量函数的分布	317
	1. 离散型随机变量函数的分布(317)	
	2. 连续型随机变量函数的分布(318)	
第 21 章	多维随机变量及其分布	319
21.1	二维随机变量	319
	1. 二维随机变量及其分布函数(319)	
	2. 二维离散型随机变量及其分布律(320)	
	3. 二维连续型随机变量及其分布密度(321)	
21.2	边缘分布	323
	1. 边缘分布函数(323)	
	2. 离散型二维随机变量的边缘分布律(323)	
	3. 连续型二维随机变量的边缘概率密度(324)	
21.3	条件分布	324
	1. 二维离散型随机变量的条件分布律(324)	
	2. 二维连续型随机变量的条件概率密度函数(325)	
21.4	随机变量的独立性	326
	1. 二维随机变量的独立性(326)	
	2. 多维随机变量的独立性(327)	

21.5	两个随机变量函数的分布	328
	1. 二维离散型随机变量函数的分布(328)	
	2. 二维连续型随机变量函数的分布(329)	
第 22 章	随机变量的数字特征	332
22.1	数学期望	332
	1. 数学期望(332) 2. 随机变量函数的数学期望(333)	
	3. 数学期望的性质(334)	
22.2	随机变量的方差	335
	1. 方差的定义(335) 2. 方差的性质(335)	
	3. 切比雪夫不等式(336)	
22.3	几种重要随机变量的数学期望和方差	336
22.4	协方差及相关系数	338
	1. 协方差(338) 2. 相关系数(338)	
22.5	矩、协方差矩阵	339
	1. 随机变量矩的定义(339)	
	2. 协方差矩阵与多维正态分布(339)	
第 23 章	大数定律及中心极限定理	342
23.1	大数定律	342
	1. 大数定律的定义(342) 2. 几个重要的大数定律(342)	
	3. 随机变量序列依概率收敛(343)	
23.2	中心极限定理	343
	1. 独立同分布的中心极限定理(343)	
	2. 李雅普诺夫(Liapunov)定理(344)	
	3. 德莫佛-拉普拉斯(DeMoivre - Laplace)定理(345)	
第 24 章	样本及抽样分布	346
24.1	随机样本	346
	1. 总体与个体(346) 2. 样本(346)	
	3. 简单随机样本(347)	

24.2	统计量及抽样分布	347
	1. 统计量与抽样分布(347) 2. 分位点(349)	
	3. 来自正态总体的几个重要统计量的分布(349)	
	4. 来自正态总体的样本均值和样本方差的分布(353)	
第 25 章	参数估计	355
25.1	点估计	355
	1. 点估计的定义(355) 2. 矩法估计(355)	
	3. 极大似然估计(356)	
25.2	点估计的评判标准	357
	1. 无偏性(357) 2. 有效性(358) 3. 一致性(相合性)(358)	
25.3	区间估计	358
	1. 区间估计的定义(358) 2. 置信区间的一般求法(359)	
25.4	正态总体均值和方差的区间估计	359
	1. 单个总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的情形(359)	
	2. 两个总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的情形(360)	
25.5	(0-1)分布参数 p 的区间估计	362
25.6	单侧置信区间	363
第 26 章	假设检验	365
26.1	假设检验的概念	365
	1. 基本思想(365) 2. 两类错误及其概率(366)	
	3. 参数假设检验的实现步骤(366)	
26.2	正态总体均值的假设检验	367
	1. 单个正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 均值 μ 的检验(367)	
	2. 两个正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的 检验(368)	
	3. 基于成对数据的假设检验(T 检验)(370)	
26.3	正态总体方差的假设检验	370
	1. 单个正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 方差 σ^2 的检验(χ^2 检验)(370)	

2. 两个正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 方差比的检验(F 检验)(371)	
26.4 分布拟合检验(χ^2 检验).....	372
1. χ^2 检验(372) 2. χ^2 检验法的基本思想(372)	
附录 1 标准正态分布表	374
附录 2 泊松分布表	376
附录 3 t 分布表	379
附录 4 χ^2 分布表	382
附录 5 F 分布表	387