新世纪高等职业教育规划教材

计算机应用数学

王培麟　主　编
徐振昌　副主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

新世纪高等职业教育规划教材

计算机应用数学

主　编　王培麟
副主编　徐振昌
参　编　支和才
主　审　李维东

机 械 工 业 出 版 社

本书是新世纪高等职业教育规划教材，是为了满足高职高专学校培养应用型技术人才的需要，结合计算机类各专业对高等数学教学内容的需求编写的。内容包括函数、极限与连续，导数与微分，积分，行列式，矩阵，线性方程组，概率的基本概念，随机变量及其分布，集合及其运算，关系与函数，数理逻辑和图论。书后附有习题参考答案和初等数学常用公式。

本书可作为高职高专工科各专业的相应教材，也可作为工程技术人员学习高等数学的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

计算机应用数学/王培麟主编．—北京：机械工业出版社，2003.6

新世纪高等职业教育规划教材

ISBN 7-111-12312-3

Ⅰ．计…　Ⅱ．王　Ⅲ．电子计算机-应用数学-高等学校：技术学校-教材　Ⅳ．TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 042098 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）
策划编辑：王玉鑫　贡克勤　王小东
责任编辑：苏颖杰　版式设计：冉晓华　责任校对：姚培新
封面设计：张　静　责任印制：闫　焱
北京京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
2004 年 6 月第 1 版·第 2 次印刷
1000mm×1400mm B5·10.125 印张·392 千字
定价：25.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
本社购书热线电话（010）68993821、88379646
封面无防伪标均为盗版

编写说明

20世纪90年代以来，我国高职高专教育为社会主义现代化建设事业培养了大批急需的各类专门人才，提高了劳动者的素质，对于建设社会主义的精神文明，促进社会进步和经济发展起到了重要作用。中共中央、国务院《关于深化教育改革，全面推进素质教育的决定》指出："要大力发展高等职业教育"，教育部在《教育部关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》中明确指出："高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分，培养拥护党的基本路线，适应生产、建设、服务第一线需要的，德、智、体、美等方面全面发展的高等技术应用性专门人才；学生应在具有必备的基础理论知识和专门知识的基础上，重点掌握从事本专业领域实际工作的基本能力和基本技能。"加入WTO以后，我国将面临人才资源的全球竞争，其中包括研究开发型人才的竞争，也包括专业技能型优秀人才的竞争。高等职业教育要适应我国现代化建设的需要，适应世界市场和国际竞争的需要，培养大批符合市场需求的、有熟练技能的高等技术应用性人才。

教材建设工作是整个高职高专教育教学工作中的重要环节，在贯彻国家教育教改精神、保证人才质量方面起着重要作用。改革开放以来，各地已出版了一批高职高专教材，但从整体上看，具有高职高专教育特点的教材极其匮乏，教材建设仍滞后于高职高专教育的发展需要。为此，根据目前高等职业教育发展的要求，机械工业出版社组织全国多所在高等职业教育办学有特色、在社会上影响较大的高职院校成立了"新世纪高等职业教育规划教材编审委员会"，选择教学经验丰富、实践能力强的骨干教师，组织、规划、编写了此套"新世纪高等职业教育规划教材"，教材首批四个系列36本（书目附后）。它凝聚着全体编审人员、编委会委员的大量心血，同时得到了各委员院校的大力支持，在此表示衷心感谢。

本套教材的作者队伍是经编审委员会严格遴选确定的，他们来自高等职业教育的第一线，教学经验丰富，业务上乘、文笔过硬，大多是各校学科和专业的带头人。他们对本专业的课程设置、教学大纲、教学教改都有深刻的认识和独到的见解，对高职教育的特色把握能力强，有较高的编写水平。这些都为编写出具有创新性、适用性强的高职教材打下了良好基础。

本套教材的编写以保证基础、加强应用、体现先进、突出以能力为本位的职教特色为指导思想，在内容上遵循"宽、新、浅、用"的原则。所谓"宽"，即知识面宽，适用面广；所谓"新"，就是要体现新知识、新技术、新工艺、新方

法；所谓“浅”，是指够用为度、通俗易懂；所谓“用”，就是要注重应用、面向实践。

本套教材的出版，促进了高等职业教育的教材建设，将对我国高等职业教育的发展产生积极的影响。同时，我们也希望在今后的使用中不断改进、完善此套教材，更好地为高等职业教育服务，为经济建设服务。

新世纪高等职业教育规划教材编审委员会

前　言

在科学技术的研究与应用中，定量分析与精确计算是掌握客观规律的根本途径，而数学方法是对客观事物进行定量分析和精确计算的重要手段。因此，高等数学是高职高专各专业学生必修的一门重要基础课程。

高等职业教育作为我国高等教育的一个重要组成部分，其目标是要培养生产和管理第一线的技术应用型人才。为了满足高职高专学校培养应用性技术人才的需要，贯彻“以能力为主线，必需、够用为度”的原则，结合计算机类各专业对数学教学内容的需求，编写了本教材。

本教材将一元微积分、线性代数、概率论以及离散数学四部分内容融合在一起，内容覆盖高职高专学校计算机类各专业与工科相应专业对数学的需求，具有以下几个特点：

1. 贯彻“掌握概念、强化应用”的原则。“掌握概念”落实到用数学思想及数学概念结合实际应用方面上；“强化应用”落实到使学生能运用所学数学方法求解实际问题上。

2. 对重要的概念，凡是存在具体几何意义的，都给出了几何说明。

3. 适当注意数学自身的系统性与逻辑性，但不强求系统性、逻辑性和完整性。

4. 注意到与实际应用联系较多的基础知识、基本方法和基本技能的训练，但不要求过分复杂的计算和变换。

本教材的基本教学时数在140学时左右，对于书中带“*”号的章节，不同的专业可根据教学实际需要进行选择。对于教材的其他部分不同的专业也可根据自身的需要进行取舍。

本书第1～3章以及第9～12章由王培麟编写，第4～6章由支和才编写，第7～8章由徐振昌编写。王培麟任主编，负责全书的框架结构安排、统稿、定稿；徐振昌任副主编。

新世纪高等职业教育规划教材编审委员会主任、广东白云职业技术学院常务副院长李维东副教授承担了本教材的审稿工作，对本书的框架和内容都提出了很好的意见和建议，在此表示衷心的感谢。在编写第9至第12章时，部分内容参考了广东交通职业技术学院万东同志编写的初稿，在此表示感谢。

我国高等职业教育的发展非常迅速，编写适应高等职业教育的教材还只是一种尝试。由于编者水平有限，经验又尚不足，加之时间仓促，书中的错误与不当之处在所难免，恳请广大读者指正。

目　录

第 1 章　函数、极限与连续

1.1　函数

1.1.1　集合、实数与数轴

1. 集合的概念

集合是现代数学中的一个重要的基本概念。所谓集合，就是指具有某个共同属性的一类对象的全体，构成集合的每一个对象称为该集合的“元素”。

下面举几个集合的例子：

【例 1-1】 全体奇数。

【例 1-2】 某学院全体学生。

【例 1-3】 方程 $x^2+3x-4=0$ 的一切实根。

习惯上，我们用大写字母 A，B，C，…表示集合，而用小写字母表示集合中的元素。元素与集合的关系用“$\in$”或“$\notin$”来表示。如果 x 是集合 A 的元素，则记为 $x\in A$，读作“x 属于 A”；如果 x 不是集合 A 的元素，则记为 $x\notin A$，读作“x 不属于 A”。例如，我们常用 R 表示全体实数构成的集合，Z 表示全体整数构成的集合。显然 $3\in Z$，$3\in R$，$\frac{1}{3}\in R$，但 $\frac{1}{3}\notin Z$，即 3 属于整数集，也属于实数集；$\frac{1}{3}$ 属于实数集，但不属于整数集。

2. 集合的表示法

（1）列举法　是指按任意顺序列出集合中所有的元素，并用大括号 $\{\}$ 将它们括起来。例如由整数 1,2,4,6,9 组成的集合可以表示为 $A=\{1,2,4,6,9\}$。

用列举法表示集合时，必须列举出集合中所有的元素，不能遗漏和重复。

（2）描述法　是指把集合中元素所具有的某个共同属性描述出来，用 $\{x\mid x$ 具有的共同属性$\}$ 来表示。

【例 1-4】 $B=\{x\mid$ 方程　$x^2+3x-4=0$ 的一切实根$\}$ 表示由方程 $x^2+3x-4=0$ 的一切实根构成的集合。

3. 集合的类型

（1）有限集　集合中所包含的元素的个数只有有限个，称为有限集。

例如，集合 $A=\{1,2,4,6,9\}$ 和集合 $B=\{x\mid$ 方程 $x^2+3x-4=0$ 的一切实根$\}$ 都是有限集。

（2）无限集　集合中所包含的元素的个数有无限多个，称为无限集。

例如，集合 $C=\{x\mid x>0\}$是无限集。

(3) 空集合　不含有任何元素的集合称为空集，记为 Φ。

例如，集合 $D=\{x\mid x^2+4=0$ 且 $x\in R\}$是空集。

4. 子集和集合的相等

(1) 子集　设有两个集合 A 与 B，如果集合 A 的所有元素都是集合 B 的元素，则称集合 A 是集合 B 的子集，记为 $A\subset B$ 或 $B\supset A$，读为 A 包含于 B，或 B 包含 A。

【例 1-5】 R 是全体实数构成的集合，Z 是全体整数构成的集合，显然 Z 是 R 的子集，即 $Z\subset R$。

此外，任何一个集合都是它自身的子集。显然，空集可以看作是任何集合的子集。

(2) 集合的相等　两个集合 A 与 B 相等，是指集合 A 与集合 B 含有完全相同的元素，记为 $A=B$。也就是说，当且仅当集合 A 是集合 B 的子集且集合 B 也是集合 A 的子集时，集合 A 与集合 B 相等。

【例 1-6】 集合 $A=\{1,-4\}$与 $B=\{x\mid$方程 $x^2+3x-4=0$ 的一切实根$\}$是相等的集合。

5. 集合的运算

(1) 集合的并运算　由集合 A 与集合 B 的所有元素构成的集合称为集合 A 与集合 B 的并集，记为 $A\cup B$，读作 A 与 B 的并。集合 A 与集合 B 的并集可以用图 1-1 中的阴影部分表示。

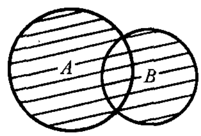

图　1-1

【例 1-7】 设 $A=\{x\mid -1<x<2\}, B=\{x\mid 1<x<3\}$，则

$$A\cup B=\{x\mid -1<x<3\}$$

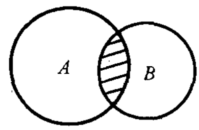

图　1-2

(2) 集合的交运算　由既属于集合 A 又属于集合 B 的公共元素构成的集合，称为集合 A 与集合 B 的交集，记为 $A\cap B$，读作 A 与 B 的交。集合 A 与集合 B 的交集可以用图 1-2 中的阴影部分表示。

【例 1-8】 设 $A=\{x\mid -1<x<2\}, B=\{x\mid 1<x<3\}$，则

$$A\cap B=\{x\mid 1<x<2\}$$

(3) 集合的差运算　由属于集合 A 而不属于集合 B 的元素构成的集合称为集合 A 与集合 B 的差集。记为 $A-B$，读作 A 与 B 的差。集合 A 与集合 B 的差集可以用图 1-3 中的阴影部分表示。

【例 1-9】 设 $A=\{x\mid -1<x<2\}, B=\{x\mid 1<x<3\}$，则

$$A-B=\{x\mid -1<x\leqslant 1\}$$

(4) 集合 A 关于集合 B 的补集　是指满足：①集合 A 是集合 B 的子集；②补集中的元素属于 B 但不属于 A，记补集为 $\overline{A}_B$，集合 A 关于集合 B 的补集可以用图 1－4 的阴影部分表示。

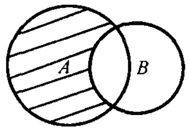

图　1－3

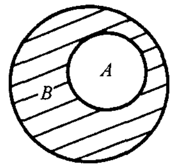

图　1－4

【例 1－10】 设 $A=\{x\mid -1<x<2\}$，$B=\{x\mid -2<x<3\}$，则

$$\overline{A}_B=\{x\mid -2<x\leqslant -1\}\cup\{x\mid 2\leqslant x<3\}$$

6. 集合运算的规律

(1) 交换律

①$A\cup B=B\cup A$；　　②$A\cap B=B\cap A$。

(2) 结合律

①$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$；　　②$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$。

(3) 分配律

①$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$；

②$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$。

(4) 对偶律

①$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$；　　②$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$。

以上运算律可以推广到多个有限的情形。

1.1.2　实数与数轴

1. 自然数与整数

人类历史上最先发明的数是正整数，或者叫自然数，它们是 1，2，3，…。两个自然数之和仍是自然数。例如，5 与 7 的和是 12。但是两个自然数的差，就不一定是自然数了。例如，5 减 7 就不再是自然数。为了使减法永远可能，我们需要扩大自然数的集合，将每个自然数与负号“－”结合在一起，产生一个负整数，再补充一个新符号“0”，读作“零”，这样我们得到整数的集合 $\{\cdots,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,\cdots\}$。

在整数集合中，加法、减法和乘法运算是封闭的，亦即两个整数在作加、减或乘的运算后所得的和、差或积仍为整数。但是两个整数相除就可能不再是整数，这就引出了有理数的概念。

2. 有理数与无理数

所有形如 $\dfrac{m}{n}$ 的数的集合称为有理数集，其中 m，n 都是整数，且 $n\neq0$。有

理数集中含有全体整数与通常的分数。

每个有理数都有无穷多个表示法。例如，1 可表示为$\frac{1}{1}$，$\frac{2}{2}$，$\frac{3}{3}$，…；再如$\frac{2}{3}$可表示为$\frac{4}{6}$，$\frac{6}{9}$，$\frac{8}{12}$，…。若$\frac{m}{n}$没有公共素因子，则分数$\frac{m}{n}$称为最简表示。

在全体有理数的集合中，加、减，乘、除都可畅行无阻（当然，0 不能作除数），因而有理数集对四则运算是封闭的。

但是有理数的开方，可能不再是有理数，这就引出了无理数的概念。例如，$\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{3}$，π 等都是无理数。

3．实数与数轴

有理数集与无理数集合在一起构成了实数集。实数集是一个有序集合，即任何两个实数可以比较大小。例如，$\sqrt{2}=1.4142\cdots$，于是，$\frac{7}{5}=1.4<\sqrt{2}$，而$\frac{3}{2}=1.5>\sqrt{2}$等等。

实数集合可以和一条直线上的点的集合建立一一对应。为了做到这一点，我们需要引进数轴的概念。

任取一条水平直线，在这条直线上任取一点 O，称为原点，并让它与实数 0 相对应。从点 O 出发沿直线前进有两个方向，取从点 O 向右的方向为正方向，从点 O 向左的方向为负方向。再规定一个单位尺度进行测量。任取一实数 p，若 $p>0$，则从点 O 向右测量，找到一点 P，它到点 O 的距离是 p，我们就使这个点 P 对应于实数 p，并称实数 p 是点 P 的坐标。若另有一实数 $q<0$，则从点 O 向左进行测量，找到一点 Q，它到点 O 的距离是 $|q|$（$|\cdot|$表示绝对值），我们就使这个点 Q 对应于实数 q。这样一来，每个实数都有直线上的一个点与它对应。反过来也不难看出，直线上的每个点到原点 O 都有一个距离，因而每个点都有一个实数与它对应。点 O 右边的点对应正数，点 O 左边的点对应负数。这样，直线上的全体点与全体实数就建立了一一对应，这样的一条直线就称为数轴。正因为如此，我们常把数轴上的点和实数不加区别地混同使用并称数轴为实数轴。实数系统可表示为：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\\text{零}\\\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

1.1.3 区间、绝对值与邻域

1. 开区间

将集合$\{x|a<x<b \quad a,b\in R\}$称为一个开区间,用$(a,b)$表示。在数轴上表示以$a,b$为端点但不包括端点$a$与$b$的线段。

2. 闭区间

将集合$\{x|a\leqslant x\leqslant b \quad a,b\in R\}$称为一个闭区间,用$[a,b]$表示。在数轴上表示以$a$，$b$为端点且包括端点$a$与$b$的线段。

3. 半开闭区间

$[a,b)$表示集合$\{x|a\leqslant x<b \quad a,b\in R\}$,在数轴上表示以$a,b$为端点但包括左端点$a$而不包括右端点$b$的线段。类似的还有$(a,b]$表示集合$\{x|a<x\leqslant b \quad a,b\in R\}$,在数轴上表示以$a,b$为端点但不包括左端点$a$而包括右端点$b$的线段。

显而易见，上述区间的长度都是有限的，区间的长度均为$b-a$。

4. 无穷区间

如果区间的长度是无穷大，则这样的区间称为无穷区间。无穷区间的种类有以下五种:

1) $(a,+\infty)=\{x|x>a\}$表示大于a的全体实数x的集合。

2) $[a,+\infty)=\{x|x\geqslant a\}$表示大于或等于$a$的全体实数$x$的集合。

3) $(-\infty,a)=\{x|x<a\}$表示小于a的全体实数x的集合。

4) $(-\infty,a]=\{x|x\leqslant a\}$表示小于或等于$a$的全体实数$x$的集合。

5) $(-\infty,+\infty)=\{x|-\infty<x<+\infty\}$表示全体实数。

其中“$+\infty$”读作正无穷大，“$-\infty$”读作负无穷大，均是数学符号，不能作为数看待。

5. 绝对值

实数的绝对值是数学里经常用到的概念。下面介绍实数绝对值的定义以及一些性质。

定义 实数x的绝对值表示一个非负实数，即

$$|x|=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$$

例如，$|2.78|=2.78$，$|-8.98|=8.98$，$|0|=0$。$|x|$的几何意义是数轴上的点x到原点的距离。

实数的绝对值有如下的性质:

1) 对于任意的$x\in R$，有$|x|\geqslant 0$，当且仅当$x=0$时，才有$|x|=0$。

2) 对于任意的$x\in R$，有$|-x|=|x|$。

3) 对于任意的$x\in R$，有$|x|=\sqrt{x^2}$。

4）对于任意的 $x\in R$，$-|x|\leqslant x\leqslant|x|$。

5）设 $a\geqslant0$，则 $|x|\leqslant a$ 的充分必要条件是 $-a\leqslant x\leqslant a$。

6）设 $a\geqslant0$，则 $|x|\geqslant a$ 的充分必要条件是 $x\leqslant-a$ 或者 $x\geqslant a$。

关于实数四则运算的绝对值，有以下的结论：

对于任意的 x，$y\in R$，恒有：

1）$|x+y|\leqslant|x|+|y|$　　（三角不等式）。

2）$|x-y|\geqslant\big||x|-|y|\big|\geqslant|x|-|y|$。

3）$|xy|=|x|\cdot|y|$。

4）$\left|\dfrac{x}{y}\right|=\dfrac{|x|}{|y|}$ $(y\neq0)$。

6. 邻域

定义　称集合 $\{x\,|\,|x-x_0|<\delta\}$(其中 δ 为大于零的实数)为以 x_0 为中心，δ 为半径的**邻域**，简称为 x_0 的 δ 邻域，记为 $U(x_0,\delta)$，该邻域实质上是以 x_0 为中点、长度为 2δ 的开区间。特别地，集合 $\{x\,|\,0<|x-x_0|<\delta\}$ 称为 x_0 的 δ 去心邻域，它实际上是在 x_0 的 δ 邻域中将中点 x_0 去掉后的集合，它是两个开区间的并集，即 $(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)$。

1.1.4　一元函数

1. 一元函数的概念

函数是现代数学中最重要的概念之一，也是微积分学的主要研究对象。下面我们在集合的基础上给出函数的定义。

定义　设 D 是一非空实数集合，如果存在某种对应法则 f，使对任何实数 $x\in D$，都有唯一的实数 y 与之对应，则称 f 确定了一个**一元函数** $f:D\rightarrow f(D)$，通常记为 $y=f(x)$，称 x 为自变量，y 为因变量，D 为定义域，$f(D)$ 为值域。

【例 1－11】 某工厂每日最多生产 A 产品为 1000 件，固定成本为 150 元，单位变动成本为 8 元，则每日的产量 x 与每日总成本 y 建立的对应关系可以构成如下的函数：

$$y=f(x)=8x+150\qquad x\in D$$

其中，$D=\{0,1,2,\cdots,1000\}$

【例 1－12】 某水文站统计了某河流在 40 年内的平均月流量 V，见表 1－1。

表 1－1　河流平均月流量统计表

月份/t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均月流量 V /$10^9\mathrm{m}^3$	0.39	0.30	0.75	0.44	0.35	0.72	4.3	4.4	1.8	1.0	0.72	0.50