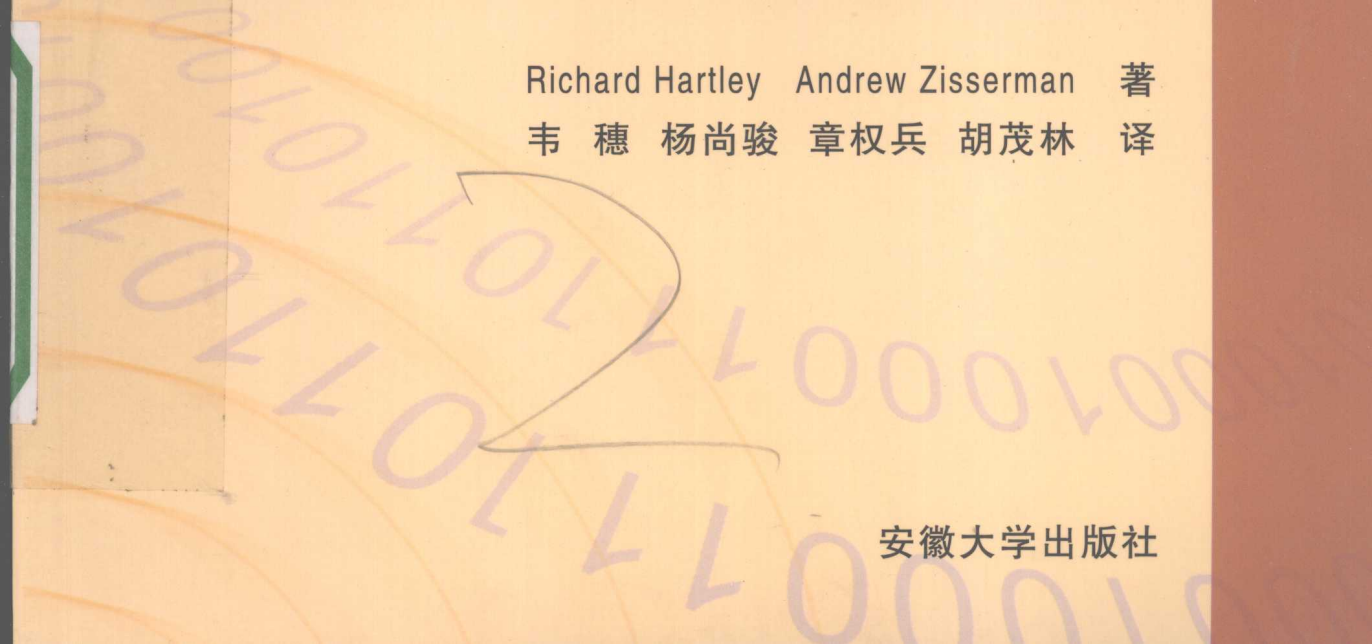


Multiple View
Geometry
in Computer Vision

计算机视觉
中的多视图几何

Richard Hartley Andrew Zisserman 著
韦穗 杨尚骏 章权兵 胡茂林 译



安徽大学出版社

TP391.41/1856

2002

Multiple View
Geometry
in Computer Vision

计算机视觉 中的多视图几何

Richard Hartley Andrew Zisserman 著
韦穗 杨尚骏 章权兵 胡茂林 译

安徽大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

计算机视觉中的多视图几何/ 哈特利(R. Hartley)和
齐瑟曼(A. Zisserman)著; 韦穗等译. — 合肥: 安徽大学出
版社, 2002. 8

ISBN 7-81052-503-4

I. 计… II. ①哈…②齐…③韦… III. 计算机视觉
IV. TP302.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 094394 号



CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

剑桥大学出版社 最新引进版

计算机视觉中的多视图几何

Richard Hartley Andrew Zisserman 著

韦 穗 杨尚骏 章权兵 胡茂林 译

出版发行 安徽大学出版社
(合肥市肥西路3号 邮编 230039)
联系电话 总编室 0551-5107719
发行部 0551-5107784
电子信箱 ahdxcps@mail.hf.ah.cn
特约编辑 章权兵
责任编辑 朱寒冬
封面设计 孟献辉

经 销 新华书店
印 刷 合肥远东印务有限公司
开 本 787×1092 1/16
印 张 30.25
字 数 710 千
版 次 2002 年 8 月第 1 版
印 次 2002 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 7-81052-503-4/TP·61

定价 50.00 元

如有影响阅读的印装质量问题,请与出版社发行部联系调换

内容提要

计算机视觉的基本问题是:根据若干幅世界景物的图像求得对真实世界景物结构的理解.

本书解决这个基本问题所采用的技术源于射影几何和摄影测量学.其与众不同的特色是采用未标定的方法——不需要知道或不必计算摄像机内部参数就能得到问题的答案.本书以一个统一的框架,对近期关于景物重构的理论和实现两方面的主要发展作了详细的介绍.

本书涵盖了摄像机投影矩阵、基本矩阵和三焦点张量的几何原理和它们的代数表达.在讨论这些有关的理论和计算方法时都配有实际的例子,如它们在由多幅图像进行景物重构中的应用.作者提供了综合性的背景材料,读者只要熟悉线性代数和基本的数值方法就能够理解书中给出的射影几何和估计算法,并能直接依据本书来实现有关算法.

高。让计算机具有视觉,科学家与工程师们,作出了近40年的不懈努力!应该说,40年努力的进展是显著的,进展主要有两个方面:

已经形成一些计算视觉的基本理论框架,如80年代初形成的以Marr为代表的视觉计算理论(有些学者称之为三维重建框架)和以后出现的基于模型的视觉(Model Based Vision)、主动视觉(Active Vision)等。现在看来,虽然我们仍然不清楚这些计算理论框架能否最终成为最理想的计算机视觉系统的基础,但有几点几乎是可以肯定的:一是迄今为止提出的各种理论框架虽然有方法论上的差异,有些甚至具有科学哲学思想的差异,但并没有本质上的相互排斥,而且是互补的。二是这些已有的视觉系统理论框架已经可以作为有一定程度视觉功能的实用视觉系统的基础。随着计算机性能价格比的指数增长,以现有视觉系统理论框架为基础的,针对特定任务的实用视觉系统,将会广泛应用于现实生活中。三是与人工智能的其他许多领域类似,真正的突破要比当初想像的要困难得多。这里,“真正的突破”是指:当我们将当前的人工智能系统与人相比时,人的智能系统具有更强的通用性、自学习能力、自适应性和对噪声的鲁棒性。

计算机视觉另一方面的重要进展是,提出了大量的计算方法。尤其是90年代以来,为适应不同计算理论框架和为改进计算机视觉系统对噪声的鲁棒性,引进了许多数学方法和与之相对应的计算方法。几乎所有的数学分支,尤其是应用数学分支都要到计算机视觉领域来一显身手,使许多初学者,甚至搞了多年研究的学者都感到困惑。人们不禁要问,难道我们真需要这么多的复杂数学分支和计算方法来解决计算机视觉问题吗?事实上,这确实反映了当前的许多数学工具还不能有效解决“更强的通用性、自学习能力、自适应性和对噪声的鲁棒性”,另一方面,现在的许多数学方法,本质上是相通的。而我们缺少既对这些方法都精通,又对计算机视觉中所面临的实际问题有深入理解的理论工作者来对各种方法加以融会贯通。

在上述视觉计算方法的研究中,基于几何的视觉计算方法,在90年代发展到了几乎是完美的程度。本书的作者既是这方面的先驱者,也在本书中作出了很好的总结与系统论述。基于几何的视觉计算方法,之所以引起很大关注是因为:

1. 计算机视觉的研究目标是使计算机具有通过二维图像认知三维环境信息的能力。这种能力将不仅使机器能感知三维环境中物体的几何信息,包括它的形状、位置、姿态、运动等,而且能对它们进行识别与理解。事实上,80年代形成的Marr的计算理论框架和其他计算理论框架中,绝大部分内容都涉及利用几何方法计算环境中的三维物体的形状、位置、姿态和运动。

2. 如果读者对欧几里德几何和近几百年来提出的各种几何,如本书中提到的射影几何、仿射几何等有些深入了解的话,应该理解“各种几何的本质是描述几何元素在不同变换群下的不变量”。由此,使用几何方法,不仅可以由二维图像重建(reconstruct)三维物体,还可以描述它们在摄像机变换下的不变量,从而达到识别的目的,也就是说,几何方法,可以贯

穿计算视觉理论框架下的所有部分,有人称之为基于几何的计算机视觉.

3. 90年代以来,计算机视觉界将对应于射影几何、仿射几何、欧几里德几何的射影变换、仿射变换、欧几里德变换系统地引进到视觉计算方法中. 三种变换都构成变换群,而且,后者为前者的子群,它们所对应的几何不变量,前者为后者的子集. 这些性质比较完美地对应为视觉系统中对物体由粗到细的描述,在一些特定任务的计算机视觉系统中降低了对系统参数了解的要求(如本书中所描述的不需要对摄像机标定的三维重建),一定条件下提高了系统对噪声的鲁棒性,而这些确实是许多实用计算机视觉系统极为需要的品质.

本书全面介绍了近10年来发展的基于几何的计算机视觉计算方法及其数学基础. 除了上述内容外,其中多摄像机视图几何及其计算方法,值得读者关注. 这是因为当前计算机的性能价格比大大提高,使人们有条件在视觉系统中使用更多的摄像机,以利用冗余的信息,来换取系统对噪声的鲁棒性. 系统对噪声的鲁棒性一直是实用计算机视觉系统的瓶颈问题,解决该问题的可能的办法是:提高摄像机的分辨率、多摄像机方法和近年来大量引进的统计最优化鲁棒算法(本书许多章节也有描述).

安徽大学的老师们将本书译成中文,是一件很有益的工作. 我曾长期讲授计算机视觉课程,深感我国工科大学研究生,缺乏现代几何的有关知识,对近10年来发展的基于几何的计算机视觉计算方法的本质接受较慢. 本书比较系统地介绍了射影几何,在各章节中也注意介绍有关数学基础,使即使缺少这方面系统知识的工科学生也能接受,应该对我国专门从事计算机视觉研究的读者有较好的参考价值. 这本书对我国从事相关数学领域研究的人士也值得一读,计算机视觉涉及的数学,量大面广,是一个典型的数学工作者可有用武之地的领域,但比起其他国家来说,我国的数学家们基本不介入一些有相当实用背景的新兴学科,学科不能交叉,创新从何而来?

由于本书是介绍计算机视觉中的一个分支的很专业的书,为了使初学者对其背景有一点了解,我对本书的内容和特点做了上述介绍,以此为中译本序,不一定准确,望读者批评指正.

中国科学院自动化所 马颂德

原序

奥利维尔·法格罗斯(Olivier Faugeras)

60年代,在人工智能领域的带头专家眼里,使计算机具有视觉功能充其量只是属于暑期学生设计的事.40年以后这项任务仍然没有解决并且似乎还很艰难.称之为计算机视觉的整个领域本身已成为一门与数学和计算机科学都有很强联系的学科,同时它与物理、感知心理学和神经科学也有一定的联系.

造成部分失败的一种可能的原因是研究者忽略了这样的事实:动物和人类的感知,特别是视觉感知比当初想像的要复杂得多.当然没有理由要求计算机视觉算法一定要模仿生物,但事实是:

- (1)生物视觉工作的方式仍有许多未知的东西,因而难以在计算机上模拟.
- (2)企图忽略生物视觉而重新发明一种基于硅片的视觉并没有像当初想像的那样成功.

除了这些负面的评论外,计算机视觉方面的研究者在实践和理论两个方面都已经获得了某些显著的成功.

在实践方面,举一个例子说明,用计算机视觉技术引导汽车、卡车等交通工具在平坦的道路或崎岖的地形上行驶已成为可能,并且许多年前就在欧洲、美国和日本进行过演示.引导车辆需要相当复杂的实时分析三维动态景物的能力.今天,汽车制造商已慢慢地将其中的某些功能集成到他们的产品中去.

在理论方面,称之为几何计算机视觉的领域已经取得了一些显著的成就.其中包括把从不同视点观察到的物体表观的变化描述成一个关于物体形状和摄像机参数的函数.如果不应用相当复杂的数学技术,这样的成就是不可能得到的,上述数学技术囊括了几何的许多领域,有古代的也有现代的.这本书特别对世界物体的图像间存在的复杂而又美妙的几何关系加以研究.对这些关系加以分析本身是很重要的,因为提供对视觉表观的解释是科学的目标之一,同时研究它们的另一个重要原因是对它们的理解导致的应用范围越来越广.

这本书的作者是两位几何计算机视觉领域的开拓者和专家.他们在具有挑战的领域取得了成功,即他们把需要理解的几何概念表达得浅显易懂,把他们以及全世界的其他学者获得的成果覆盖得很全面,分析了几何与图像测量必含有噪声这一事实之间的相互影响,把许多理论的结果表达成算法的形式,从而使它们能够很容易地被转换成计算机代码,并且给出了许多真实的例子来解释概念,展示了理论的应用范围.

回到使计算机具有视觉功能的初衷,我们也许怀疑这种工作是否是在正确方向上.我必须让本书的读者来回答这个问题,并且我相信读者会赞同如下的断言:任何一个打算用摄像机连接计算机的系统设计者都不会忽略这项工作.这可能是在定义使一台计算机具有视觉功能到底意味着什么这个方向上重要的一步.

前言

过去十多年里,计算机视觉在多视图几何的理解和建模方向已得到迅速发展.理论和实践已达到成熟的程度,10年前尚未解决并经常被认为无法解决的一些问题现在已经有了漂亮的结果.这些任务和算法包括:

- 给定两幅图像而不附带其他信息,计算图像之间的匹配、产生这些匹配的点的3D位置以及得到这些图像的摄像机.
- 给定三幅图像并不附带其他信息,类似地计算图像之间的匹配点和直线,以及这些点和直线的3D位置和摄像机.
- 在不需要标定物体的情况下,计算双眼装置的对极几何以及三目装置的三焦点几何.
- 由自然景物的图像序列来计算摄像机的内参数(即“在放映中”标定).

这些算法的与众不同的特点是它们是未标定的——不必要知道或不必要首先计算摄像机的内参数(例如焦距).

支撑这些算法的基础是一种新的、更完整的关于多幅未标定视图的几何理论的理解:所包含的参数数目,视图中点和直线之间的约束,以及由图像对应恢复摄像机和三维空间点.例如确定一副双眼装置的对极几何仅需要指定7个参数,并不需要对摄像机进行标定.这些参数可以由7个或更多的图像点对应确定.与此非标定的路线相反,10年前采用了预先标定的路线:每个摄像机必须首先用工程上仔细标定的并已知几何的物体的图像进行标定.标定涉及确定每一个摄像机的11个参数,然后由这样两组11个参数的数据才能计算对极几何.

该例子说明未标定(射影)方法的重要性——采用适宜的几何表达可使计算每一阶段所需要的参数更明晰.这样避免了计算那些对最后结果没有影响的参数,并得到更简单的算法.同时,在这里值得纠正一个可能产生的错误概念.在未标定框架中,实体(例如三维空间点)通常在一个准确定义的多义性下加以恢复,这种多义性并不表示点是一种不良估计.

更贴近实际来看,通常不可能对摄像机进行一次标定后就永久有效,例如摄像机被移动了(在移动的车上)或内参数改变了(具有变焦的侦察摄像机).进一步说,在某些情况下标定信息并不能简单得到.想像如下情况:由视频序列计算摄像机的运动,或由归档的胶片卷构造虚拟现实的模型,其中运动和内标定信息都是未知的.

在多视图几何方面之所以取得成功可能是因为我们关于理论理解方面的进展,同时也是由于由图像估计数学目标的提高.第一个提高是关注的超定系统的误差必须最小化——不论它是代数的、几何的或是统计的;第二个提高是使用了鲁棒估计算法(例如RANSAC),使得估计不受数据中“野值”的影响.同时,这些技术产生强有力的搜索和匹配算法.

我们可以说现在许多重构的问题已经解决.这些问题包括:

- (1) 由图像点对应估计多焦点张量,特别是基本矩阵和三焦点张量(四焦点张量还没有得到重视).

(2) 从这些张量中抽取摄像机矩阵,之后分别由二、三、四幅视图实现射影重构。

其他方面也取得了重要成功,虽然关于这些问题可能还有更多的东西需要研究。例如:

(1) 应用捆集调整去解决更一般的重构问题。

(2) 给定摄像机矩阵的最小假定实现度量(欧氏)重构。

(3) 在图像序列中自动检测对应并用多焦点张量关系消除野值和伪匹配。

本书安排:本书分五篇并有五个短附录。每篇引入一个新的几何关系:基础篇中的单应、单视图中的摄像机矩阵、两视图中的基本矩阵、三视图中的三焦点张量和四视图中的四焦点张量。在每篇中,有一章介绍该几何关系及它的性质和应用,而伴随章介绍从图像测量来估计它的算法。估计算法从简单、节省的方法一直介绍到相信是目前所得到的最佳算法。

第0篇:基础篇。这一篇比其他篇更像教材。它介绍二维空间和三维空间射影几何的中心思想(例如理想点和绝对二次曲线);该几何可以如何来表示、利用和估计以及该几何如何与计算机视觉中各种目标相关联,例如平面的图像矫正以消除射影失真。

第1篇:单视图几何。这里定义了从三维空间到图像的透视投影的各种摄像机模型并对它们进行剖析。叙述了用传统的标定物体技术对它们进行估计以及由消影点和消影线进行摄像机标定。

第2篇:两视图几何。这部分介绍两摄像机的对极几何,从图像点对应进行射影重构,解决射影多义性的方法,最佳三角形法以及通过平面实现视图之间的转移。

第3篇:三视图几何。这里介绍了三个摄像机的三焦点几何,包括由两视图得到的点对应向第三视图的转移,类似地还有线对应的转移;由点和线的对应来计算几何并求取摄像机矩阵。

第4篇: N 视图。本篇有两个目的。第一,它把三视图几何扩展到四视图(一个较小的扩展),并介绍可用于 N 视图的估计方法,例如 Tomasi 和 Kanade 的用于由多幅图像同时计算结构和运动的分解算法。第二,它涵盖在前面章节中已经涉及的一些主题,通过强调它们的共性能够得到更全面、一致的理解,例如推导关于对应的多线性视图约束、自标定和多义性解。

附录:这里进一步给出关于张量、统计、线性和矩阵代数、迭代估计和稀疏矩阵系统的解法等背景材料。

with gratitude,

Richard I Hartley.

Aug 17 2002

目 录

序	1
原序	1
前言	1
第 0 篇 基础知识:射影几何、变换和估计	1
本篇大纲	1
第 1 章 2D 射影几何和变换	2
1.1 平面几何	2
1.2 2D 射影平面	2
1.3 射影变换	8
1.4 变换的层次	11
1.5 1D 射影几何	17
1.6 射影平面的拓扑	18
1.7 从图像恢复仿射和度量性质	20
1.8 二次曲线的其他性质	28
1.9 不动点与直线	30
1.10 结束语	32
第 2 章 3D 射影几何和变换	34
2.1 点和射影变换	34
2.2 平面、直线和二次曲面的表示和变换	34
2.3 三次绕线	43
2.4 变换的层次	44
2.5 无穷远平面	46
2.6 绝对二次曲线	47
2.7 绝对对偶二次曲面	49
2.8 结束语	50
第 3 章 估计——2D 射影变换	52
3.1 直接线性变换(DLT)算法	53
3.2 不同的代价函数	57
3.3 统计代价函数和最大似然估计	63
3.4 变换不变性和归一化	65
3.5 迭代最小化方法	69
3.6 算法的实验比较	72

3.7	鲁棒估计	73
3.8	单应的自动计算	79
3.9	结束语	82
第4章	算法评价和误差分析	86
4.1	性能的界定	86
4.2	变换估计的协方差	90
4.3	协方差估计的蒙特卡洛法	98
4.4	结束语	99
第1篇	摄像机几何和单视图几何	100
本篇大纲		100
第5章	摄像机模型	101
5.1	有限摄像机	101
5.2	射影摄像机	104
5.3	无穷远摄像机	111
5.4	其他摄像机模型	118
5.5	结束语	119
第6章	计算摄像机矩阵 P	121
6.1	基本方程	121
6.2	几何误差	123
6.3	受限摄像机估计	126
6.4	径向失真	130
6.5	结束语	132
第7章	进一步讨论单视图几何	134
7.1	射影摄像机对平面、直线和二次曲线的作用	134
7.2	光滑曲面的图像	137
7.3	射影摄像机对二次曲面的作用	138
7.4	摄像机中心的重要性	140
7.5	摄像机标定与绝对二次曲线的图像	145
7.6	消影点与消影线	149
7.7	由消影点和消影线确定标定 K	153
7.8	结束语	155
第2篇	两视图几何	158
本篇大纲		158
第8章	对极几何和基本矩阵	159
8.1	对极几何	159
8.2	基本矩阵 F	161
8.3	由特殊运动产生的基本矩阵	166

8.4	基本矩阵的几何表示	168
8.5	恢复摄像机矩阵	171
8.6	本质矩阵	173
8.7	结束语	176
第9章	摄像机和结构的3D重构	178
9.1	重构方法概述	178
9.2	重构的多义性	179
9.3	射影重构定理	181
9.4	分层重构	182
9.5	直接重构——利用地面知识	188
9.6	结束语	189
第10章	计算基本矩阵 F	191
10.1	基本方程	191
10.2	归一化8点算法	193
10.3	代数最小化算法	193
10.4	几何距离	195
10.5	算法的实验评估	198
10.6	自动计算 F	200
10.7	F 计算的特殊情形	202
10.8	其他几何元素的对应	203
10.9	退化	204
10.10	F 计算的几何解释	205
10.11	对极线的包络	206
10.12	图像矫正	211
10.13	结束语	214
第11章	结构计算	216
11.1	问题陈述	216
11.2	线性三角形法	217
11.3	几何误差代价函数	219
11.4	Sampson 近似(一阶几何矫正)	219
11.5	最优解	220
11.6	直线重构	225
11.7	计算消影点	226
11.8	结束语	227
第12章	景物平面和单应	228
12.1	给定平面的单应和逆问题	228
12.2	给定 F 和图像对应求平面诱导的单应	231
12.3	由平面诱导的单应来计算 F	235
12.4	无穷单应 H_{∞}	239

801	12.5 结束语	240
	第13章 仿射对极几何	243
871	13.1 仿射对极几何	243
871	13.2 仿射基本矩阵	244
871	13.3 由图像点对应估计 F_A	246
871	13.4 三角形法	250
871	13.5 仿射重构	251
181	13.6 Necker 反转和浅浮雕多义性	253
581	13.7 计算运动	254
881	13.8 结束语	256
981		
	第3篇 三视图几何	258
101	本篇大纲	258
	第14章 三焦点张量	259
801	14.1 三焦点张量的几何基础	259
201	14.2 三焦点张量和张量记号	268
801	14.3 转移	270
005	14.4 基本矩阵与三焦点张量的关系	273
505	14.5 结束语	274
	第15章 三焦点张量 T 的计算	277
105	15.1 基本方程组	277
205	15.2 归一化线性算法	278
805	15.3 代数最小化算法	280
115	15.4 几何距离	281
415	15.5 算法的实验评价	283
015	15.6 T 的自动计算	284
015	15.7 计算 T 的特殊情形	287
715	15.8 结束语	288
015		
	第4篇 N 视图几何	290
055	本篇大纲	290
	第16章 N 线性和多视图张量	291
055	16.1 双线性关系	291
755	16.2 三线性关系	293
855	16.3 四线性关系	297
855	16.4 四张平面的交	299
185	16.5 计数的推导	300
285	16.6 独立方程数	304
085	16.7 方程选取	306

16.8	结束语	307
第17章	N 视图计算方法	309
17.1	射影重构——捆集调整	309
17.2	仿射重构——矩阵分解算法	310
17.3	射影分解	313
17.4	由平面诱导的单应重构	316
17.5	利用序列重构	318
17.6	结束语	319
第18章	自标定	323
18.1	引言	323
18.2	代数框架和问题陈述	324
18.3	利用绝对对偶二次曲面标定	326
18.4	Kruppa 方程	333
18.5	分层求解	335
18.6	从旋转摄像机标定	341
18.7	平面自标定	343
18.8	平面运动	345
18.9	双眼装置的自标定	347
18.10	结束语	350
第19章	对偶	354
19.1	Carlsson - Weinshall 对偶	354
19.2	简化重构	359
19.3	结束语	363
第20章	正负性	364
20.1	准仿射变换	364
20.2	摄像机的前面和后面	367
20.3	三维点集合	367
20.4	获得一个准仿射重构	368
20.5	变换正负性的效果	369
20.6	定向	370
20.7	正负性不等式	372
20.8	哪些点在第三幅视图中可见	374
20.9	谁在前面	375
20.10	结束语	377
第21章	退化配置	378
21.1	计算摄像机投影矩阵	378
21.2	两视图中的退化特性	383
21.3	Carlsson - Weinshall 对偶	388
21.4	三视图临界配置	394

21.5	七点的多义性视图	398
附录 1	张量记号	400
附录 2	高斯(正态)分布与卡方分布	402
附录 3	数值算法	404
附录 4	迭代估计方法	416
附录 5	某些特殊的平面射影变换	427
参考文献		432
索引		446
后记		468
第 1 章	绪论	1.1
1.1	绪论	1.1
1.2	射影几何	1.2
1.3	射影几何	1.3
1.4	射影几何	1.4
1.5	射影几何	1.5
1.6	射影几何	1.6
1.7	射影几何	1.7
1.8	射影几何	1.8
1.9	射影几何	1.9
1.10	射影几何	1.10
第 2 章	射影几何	2.1
2.1	射影几何	2.1
2.2	射影几何	2.2
2.3	射影几何	2.3
2.4	射影几何	2.4
2.5	射影几何	2.5
2.6	射影几何	2.6
2.7	射影几何	2.7
2.8	射影几何	2.8
2.9	射影几何	2.9
2.10	射影几何	2.10
第 3 章	射影几何	3.1
3.1	射影几何	3.1
3.2	射影几何	3.2
3.3	射影几何	3.3
3.4	射影几何	3.4
3.5	射影几何	3.5
3.6	射影几何	3.6
3.7	射影几何	3.7
3.8	射影几何	3.8
3.9	射影几何	3.9
3.10	射影几何	3.10
第 4 章	射影几何	4.1
4.1	射影几何	4.1
4.2	射影几何	4.2
4.3	射影几何	4.3
4.4	射影几何	4.4
4.5	射影几何	4.5
4.6	射影几何	4.6
4.7	射影几何	4.7
4.8	射影几何	4.8
4.9	射影几何	4.9
4.10	射影几何	4.10
第 5 章	射影几何	5.1
5.1	射影几何	5.1
5.2	射影几何	5.2
5.3	射影几何	5.3
5.4	射影几何	5.4
5.5	射影几何	5.5
5.6	射影几何	5.6
5.7	射影几何	5.7
5.8	射影几何	5.8
5.9	射影几何	5.9
5.10	射影几何	5.10
第 6 章	射影几何	6.1
6.1	射影几何	6.1
6.2	射影几何	6.2
6.3	射影几何	6.3
6.4	射影几何	6.4
6.5	射影几何	6.5
6.6	射影几何	6.6
6.7	射影几何	6.7
6.8	射影几何	6.8
6.9	射影几何	6.9
6.10	射影几何	6.10

第 0 篇

基础知识:射影几何、变换和估计

本篇大纲

此篇的四章为本书后续章节将要用到的表示、术语和记号打基础。射影几何的概念和表示法是多视图几何分析的核心。例如,使用了齐次坐标就能用线性矩阵方程来表示非线性映射(例如透视投影);而且可以很自然地表示无穷远点,避免了取极限的麻烦。

第 1 章引入二维空间(以下简称 2D)的射影变换。这些变换发生在用透视摄像机对平面摄像的时候。该章偏重于入门介绍并为三维空间(以下简称 3D)几何铺路。大多数的概念在 2D 中比 3D 中更容易理解和可视化。本章介绍射影变换,包括它的特殊情况:仿射和相似变换;并把注意力主要集中在从透视图像中恢复仿射性质(例如平行线)和度量性质(例如线之间的角度)。

第 2 章覆盖 3D 射影几何。该几何的推导方式与 2D 非常相似,当然,由于维数的增加出现了新的性质。这里,主要的新几何是无穷远平面和绝对二次曲线。

第 3 章介绍由图像测量进行几何估计,这是本书的主要论题之一。我们以用点对应来估计射影变换为例来说明估计算法的要素和目的,这些算法将在整本书中被采用。其中重要的问题是:一个代价函数应该最小化什么,比如是代数的或是几何的或是统计的测量,该问题将长篇地加以介绍。本章还打算介绍鲁棒估计的思想,以及这样的技术在变换的自动估计中的应用。

第 4 章介绍如何评价估计算法的结果。特别是如何计算估计的协方差。本章还介绍如何评价估计算法的结果。特别是如何计算估计的协方差。本章还介绍如何评价估计算法的结果。特别是如何计算估计的协方差。

面平漫像 2D 2.1

于同等¹ 常面, 此图, 示素来 (v, x) 漫坐板一箇中² 用³ 以⁴ 可⁵ 点一箇上⁶ 面平, 取⁷ 同⁸ 面⁹ 合¹⁰ 草本。量¹¹ 于¹² 同¹³ 等¹⁴ 点¹⁵ 距¹⁶ 量¹⁷ 量¹⁸ 出, 量¹⁹ 关²⁰ 量²¹ (v, x) 以²² 种²³ 坐, 同²⁴ 空²⁵ 量²⁶ 关²⁷ 个²⁸ 一²⁹ 并³⁰ 量³¹ 和³² 面³³ 平³⁴ 漫³⁵ 一³⁶ 示³⁷ 素³⁸ 太³⁹ 容⁴⁰ 的⁴¹ 漫⁴² 味⁴³ 点⁴⁴ 上⁴⁵ 面⁴⁶ 平⁴⁷ 人⁴⁸ 唐⁴⁹ 神⁵⁰

第1章 2D 射影几何和变换

本章主要介绍理解此书内容所必须的几何概念和记号. 某些概念为大家所熟悉, 例如消影点的形成和二次曲线的表示, 而其余的却比较深奥, 例如用虚圆点去消除图像中的射影失真. 这些概念在平面(2D)中比较容易理解, 因为在 2D 中它们比较容易可视化. 以后本书将涉及的 3D 几何的内容就是平面情形的简单推广.

具体地说, 本章涵盖平面的射影变换几何. 这些变换模拟透视摄像机对平面摄像时所产生的几何失真. 在透视影像下, 某些几何性质被保留, 例如保线性(直线被影像为直线), 而有的则不被保留, 例如平行线一般不被影像成平行线. 射影几何为这类影像建模而且提供适于计算的数学表达.

我们先介绍在齐次标记下点、线和二次曲线的表示, 以及在射影变换下这些几何实体如何映射. 接着介绍无穷远线和虚圆点, 并证明它们控制了平面的仿射和度量性质. 然后, 给出平面矫正的算法, 这些算法实现了由图像来计算仿射和度量性质. 最后, 我们介绍射影变换下的不动点.

1.1 平面几何

任何学习过初等数学的人都熟悉平面几何的基本概念. 事实上, 甚至因为这些概念已成为我们日常生活的部分经验, 因此我们总以为它们理所当然地成立. 在初等水平上, 几何研究点和线以及它们的关系.

按几何纯传统论者的观点, 几何研究应该坚持“几何的”或者说与坐标无关的观点. 在这种方法中, 定理的叙述和证明仅使用几何的公理而不使用代数. 经典的欧氏方法就是其中的一个例子. 但是, 自笛卡尔之后, 人们认识到几何可以代数化, 而且, 几何理论的确可以从代数的观点来推导. 在本书中, 我们将使用混合的方法, 有时用几何的而有时用代数方法. 在代数方法中, 几何实体用坐标和代数实体描述. 例如, 一个点等同于某坐标基下的一个矢量; 一条直线也等同于一个矢量; 而一段圆锥截线(或简称二次曲线)用一个对称矩阵表示. 事实上, 至少因为语言上的方便, 我们经常采用这样的等价表示, 即矢量就是点, 对称矩阵就是二次曲线. 在几何中采用代数方法的显著优点是: 这种方法导出的结果更容易产生算法以及实际的计算方法. 本书主要关注的是计算和算法, 它将证明使用代数方法是合理的.

1.2 2D 射影平面

众所周知, 平面上的一点可以用 $\mathbb{R}^2$ 中的一对坐标 (x, y) 来表示. 因此, 通常 $\mathbb{R}^2$ 等同于一张平面. 把 $\mathbb{R}^2$ 看作一个矢量空间时, 坐标对 (x, y) 是矢量, 也就是说点等同于矢量. 本节将引入平面上点和线的齐次表示.