

[日] 钓 浩康 著 吴方 译

爱丽丝 漫游数学奇境

Alice's Mathematical Wonderland

经典童话导引,与爱丽丝同游神奇的数学王国。



北方文艺出版社

爱丽丝 漫游数学奇境

ALICE IN MATHS WONDERLAND
ALICE'S ADVENTURES UNDER GROUND



[日] 钓 浩康 著 吴方 译

爱丽丝 漫游数学奇境

Alice's Mathematical Wonderland

经典童话导引,与爱丽丝同游神奇的数学王国。



北方文艺出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

爱丽丝漫游数学奇境/(日)钩 浩康著;吴方译.

—哈尔滨:北方文艺出版社,2007.5

ISBN 978-7-5317-2147-5

I.爱… II.①钩… ②吴… III.数学—普及读物 IV.01-49

中国版本图书馆CIP数据核字 (2007) 第048360号

爱丽丝漫游数学奇境

作 者/ [日]钩 浩康

译 者/ 吴 方

责任编辑/ 李庭军 王佳欢

封面设计/ 闫薇薇

版式设计/ 艾林工作室 ailing@126.com

出版发行/ 北方文艺出版社

地 址/ 哈尔滨市道里区经纬二道街17号

网 址/ <http://www.bfwy.com>

邮 编/ 150010

电子信箱/ bfwy@bfwy.com

经 销/ 新华书店

印 刷/ 北京市文林印务有限公司

开 本/ 870×640 1/32

印 张/ 7

字 数/ 140千

版 次/ 2007年 5 月第 1 版

印 次/ 2007年 5 月第 1 次印刷

定 价/ 19.00元

书 号/ ISBN 978-7-5317-2147-5

人 物 介 绍



伊 娜

(爱丽丝的姐姐, 10岁)



伊 黛 丝



普丽凯特小姐



达克瓦斯先生

(爱丽丝的妹妹, 5岁) (三姐妹的家庭教师) (路易斯老师的朋友)

路易斯·卡罗先生

(1832 ~ 1889 年)

牛津大学数学教授, 是爱
丽丝的好朋友。



爱 丽 丝

(1852 ~ 1934 年)

7岁, 是一个活泼、开朗、对世界
充满好奇的小女孩, 喜欢听路
易斯老师讲故事, 也喜欢跟路
易斯老师一起学习数学。

前言

与爱丽丝同游神奇的数学世界

钓 浩康

《爱丽丝梦游仙境》中女主角爱丽丝的形象流传了上百年,备受世人喜爱。这个人物的原型其实是一个名叫爱丽丝·丽黛尔的女孩。

爱丽丝·丽黛尔出生于英国伦敦,在牛津的一个富裕家族中长大,是家里的第二个女儿。她深得全家宠爱,对一切都充满了好奇心。

她在七岁的时候与作家路易斯·卡罗(Lewis Carroll)成为好朋友。路易斯是他的笔名,他的本名叫做查理·路威奇·道森(Charles Lutwidge Dodgson),曾经是牛津大学的数学教授。

有一天,在爱丽丝三姐妹的怂恿下,路易斯与朋友达克瓦斯带着三姐妹一起出去郊游。在湖上划船的时候,大家以爱丽丝为主角,展开了一连串趣味盎然的即兴话题。

在那时,路易斯发现爱丽丝有许多与众不同的想法,这让他大为惊奇。



几年后，路易斯把他们当时的谈话编成书籍出版，这就是大家所熟悉的《爱丽丝梦游仙境》。故事里的爱丽丝，为了追赶一只兔子，钻进了一个神秘的树洞里。在那里，她经历了很多离奇、怪诞而又不可思议的事情。

爱丽丝在漫游过程中，见到了已经绝种的、滑稽的“度度鸟”，还有扑克牌女王等各种奇奇怪怪的角色。他们的行为都与现实世界大相径庭，这让爱丽丝感觉紧张而兴奋，而她必须一个人去面对这个怪异的现状。

如此荒诞的梦境，对爱丽丝来说，真不知是幸运还是不幸。

而本书就是从这个梦境中开始的。

爱丽丝在高高兴兴地听路易斯老师讲完《安徒生童话》、《格林童话》、《伊索寓言》之后，开始兴致盎然地跟随路易斯老师在数学与图形中冒险了。爱丽丝又变成了一个喜欢数学的天才少女。

这次爱丽丝面对从来没有学习过的知识，那种对于未知领域新鲜和紧张的感觉，与《爱丽丝梦游仙境》中的体验截然相反。

但是，这次她并非孤身一身，因为亲切、和蔼的路易斯老师将和她一起探险……

好了，现在就请大家跟着爱丽丝，一起进入神奇的数学的世界吧！



前言 与爱丽丝同游神奇的数学世界 钓 浩康……001

第 1 话 有多少根火柴? ……001

With …《卖火柴的小女孩》——《安徒生童话集》

三角数·四角数 ……005

毕氏定理 ……011

数学归纳法 ……015

结晶的雪花 ……016

第 2 话 正多角形与一笔画 ……025

With …《两条道路》——《伊索寓言》

一笔画 ……030

正多角形与一笔画 ……034

第 3 话 什么叫做二进制? ……039

With …《灰姑娘》——查尔斯·贝洛

二进制之谜 ……045

二进制与等比数列 ……048

第 4 话 立体与多面体 ……053

With …《快乐王子》——奥斯卡·王尔德

各种各样的立体 ……058

正多面体的种类 ……062

多面体与欧氏定理 ……068

正多面体的展开图 ……073

第 5 话 证明题真的很难吗?079

With ... 《大野狼和七只小羊》——《格林童话》

证明的条件085

第 6 话 数字的世界095

With ... 《蟋蟀与蚂蚁》——《伊索寓言》

质数是无限多的吗?099

什么是双子质数?103

欧几里德算法104

回文数105

有理数·无限小数109

无理数116

圆周率117

虚数120

第 7 话 集合与一一对应125

With ... 《阿里巴巴与四十大盗》——《天方夜谭》

一一对应130

有限集合与无限集合134

第 8 话 排列组合与概率147

With ... 《糖果屋》——《格林童话》

路的走法153

随机漫步156

一一对应与帕斯卡三角形158

“至少……”的思考方式161

思考方式、解答方法都不止一种164

第 9 话 全等、相似和变换169

With ... 《白雪公主》——《格林童话》

全等174

什么是变换?180

第 10 话 完美的黄金比例189

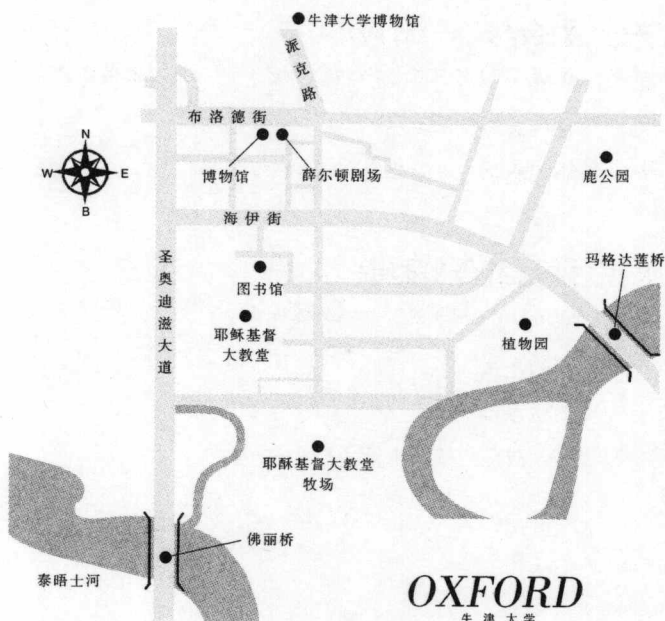
With ... 《杰克与豆茎》——《英国民间故事集》

费波纳西数列194

五芒星符号中的神秘黄金比例197

尾声209

后记212



第

1

话

有多少根火柴？

With ...



《卖火柴的小女孩》

By

汉斯·安徒生

(1805 ~ 1875 年, 丹麦)

——《安徒生童话集》——

浙江少年儿童出版社

100



像

花朵一样的雪片飞舞在夜空中，这是一个白色圣诞节。爱丽丝、普丽凯特小姐和路易斯老师一起前往基督大教堂进行平安夜祷告。路易斯老师腼腆地与大家合唱《大家一起来》、《圣诞夜》等圣诞歌。

祈祷结束后，三个人一起坐在走廊的长椅上。

“路易斯老师，可以讲个故事来听听吗？”

爱丽丝最喜欢的事就是听路易斯老师讲童话故事，当然，听完之后，爱丽丝也很喜欢与路易斯老师一起学习数学。

在圣诞夜，路易斯老师讲了著名的安徒生童话故事《卖火柴的小女孩》。



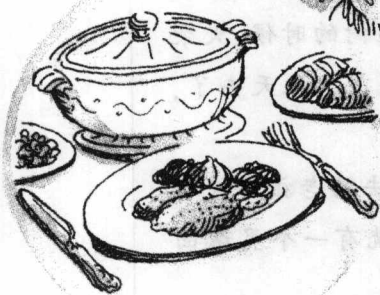
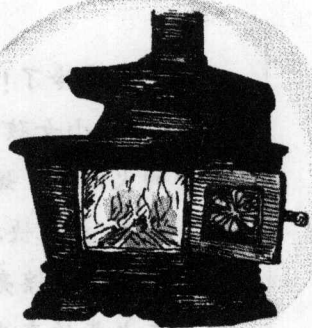
在一个寒冷下雪的圣诞夜晚，一个小女孩赤脚走在小镇的路上。

小女孩胸前挂着一条破旧的围裙，口袋里装满了没能卖出去的火柴。

家家户户的窗子里都透出温暖而又明亮的灯光，空气中飘着一股烤鹅的香味儿。

这时，小女孩正蹲在一户人家的屋檐底下。





有多少根火柴？

天气太冷了！小女孩就快要冻僵了！

“嚓”，小女孩划亮了一根火柴，她把手拢在那小小的火焰上，她觉得自己仿佛坐在一个大火炉前。然而，火很快就熄灭了，火炉也不见了。

小女孩又擦亮了一根火柴。

在火柴的亮光中，她似乎看到了洁白的餐桌上摆着一只香喷喷的烤鹅。而当那只烤鹅摇摇摆摆向她走过来的时候，火柴熄灭了，烤鹅也不见了踪影。

她又划燃了一根火柴。这次女孩坐在一棵可爱的圣诞树下，这是她见过的最漂亮的圣诞树了！小女孩正想要去摸一下圣诞树的时候，火柴熄灭了，圣诞树上的蜡烛变成星星飞上天去了，其中一颗掉下来成为了流星。

“一个人死掉了！”小女孩死去的老祖母曾告诉过她，天上每掉下一颗流星，就有一个灵魂回到了上帝那里。

小女孩再次划亮了一根火柴。

这次她那慈祥的老祖母站在了亮光里。

“奶奶，请带我一起走吧！”

小女孩为了不让她的祖母消失，将所有的火柴都点燃了。火柴发出的光，明亮得像白天一样，



小女孩躺在祖母温暖的怀里，一起飞向了没有痛苦的天堂。

第二天早晨，人们看到小女孩倚坐在那户人家的墙角，手里紧紧握着很多燃过的火柴棒，脸上带着幸福的微笑——死去了。



路易斯老师的故事讲完了。

“为什么这个世界上有的女孩那样幸福，而有的女孩却那样不幸？上帝为什么会允许这样不公平的事情存在呢？”

路易斯老师与普丽凯特小姐都无法回答爱丽丝的问题。

* * *

虽然今天是圣诞节，爱丽丝还是安静地坐在路易斯老师的家里补习数学。

三角数·四角数

“路易斯老师，卖火柴的小女孩到底有多少根火柴呢？”

有多少根火柴？

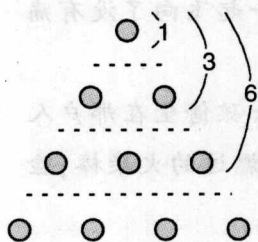


图 1

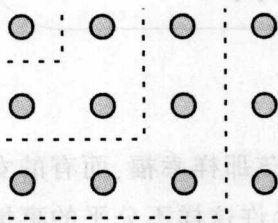


图 2

“这我可不知道,但只是装满一个口袋的话,应该不会很多吧!对了,爱丽丝,如果把火柴像图 1 那样排列,火柴头个数 (1、3、6……)是什么意思,你知道吗?”

“火柴排列成的是三角形,那就应该是三角数吧!”

“正确!那么,如果像图 2 那样排列,火柴头个数 (1、4、9……)又是什么意思呢?”

“火柴排列成的是四角形,所以应该是四角数吧!”

“真不错!爱丽丝,你懂得可真不少!”

“路易斯老师,这只不过是常识。”

“你觉得这只是常识吗?那么,你知道四角数又叫做什么吗?”

“这我就知道了。这样的问题对我来说可不是一般的常识。”

“好吧,爱丽丝,你把火柴头排列成正方形,然后以形切割看看!这么一来,形里面的火柴头数目会变成 1、3、5、7、9 等奇数。”



路易斯老师一边画图一边讲解。

“咦?真的呀!”

“也就是说,从被...形隔开的部分来看, $1 + 3 = 2 \times 2$ 、 $1 + 3 + 5 = 3 \times 3$ 。因为 $2 \times 2 = 2^2$ 、 $3 \times 3 = 3^2$,两个同样的数字相乘就是平方数,所以四角数也叫做平方数。”

“原来如此!原来如此!”

“爱丽丝,同一句话说一次就行了!”

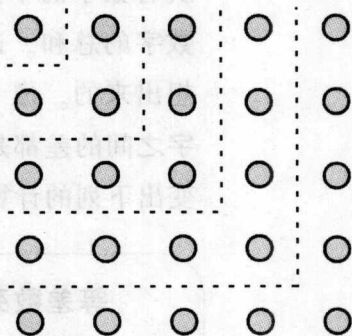
路易斯老师板着脸对爱丽丝说话,很有点挖苦的味道。

“原来如此!”

“从1开始的奇数和可以变成平方数,这个道理也可以用来说明平均数。例如,在1和3相加的情况中,1可以看作 $2 - 1$,而3可以看作 $2 + 1$, $2 \times 2 = 4$,这个 2×2 的2就成为1与3的平均数。接下来用同样的方法计算, $1 + 3 + 5 = 9$, $3 \times 3 = 9$,因此3就是1加5的平均数。”

“(1 + 3 + 5) ÷ 3 = 3,这样就找到了这三个数字的平均数。”

“不错,因为爱丽丝很聪明,所以一定知道 $1 + 3 + 5 = 3 \times 3$ 的计算方式吧!”



有多少根火柴?