

21世纪高等学校规划教材

主编 周平
主审 胡成华



基础物理实验

JI CHU WU LI SHI YAN



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

材料	温度(°C)	主要容内
铜	20	0.234
铝	20	0.389

基础物理实验

金属或合金	$(\mu\Omega \cdot \text{cm})$	(C^{-1})	金属或合金
铜	0.025	42×10^{-4}	铜
铝	0.0172	43×10^{-4}	铝
金	0.016	40×10^{-4}	金
铁	0.024	42×10^{-4}	铁
铂	0.098	60×10^{-4}	铂
镍	0.205	37×10^{-4}	镍
钴	0.165	39×10^{-4}	钴
锰	0.055	48×10^{-4}	锰

主编 周平
主审 胡成华

附表 15 在常温下某些物质相对于空气的光的折射率

物质	H γ 线(656.3nm)	D 线(589.3nm)
水(18°C)	1.3341	1.3332
乙醇(18°C)	1.3069	1.3075
二氧化碳(18°C)	1.6199	1.6201
石英(轻)	1.5527	1.5153
石英(重)	1.5535	1.5152
钠(玻璃(轻))	1.5022	1.5085
钠(玻璃(重))	1.5022	1.5115
方解石(寻常光)	1.4864	1.4855
方解石(非常光)	1.4864	1.4864
冰(冰)	1.5418	1.5442
冰(雪)	1.5418	1.5442

定价: 12.80元

ISBN 978-7-303-1583-7



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内 容 提 要

本书根据教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会的“非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求”编写,是普通高等学校非物理类专业基础物理实验教材。

该书选编了测量误差、不确定度及数据处理的基础知识和 28 个实验项目,涉及力学、热学、电磁学、波动光学、原子物理等方面的基础物理实验内容。每个实验从实验目的、实验原理、仪器设备、实验步骤、数据处理、结果表达与分析等方面进行了介绍。

基 础 物 理 实 验

图书在版编目(CIP)数据

基础物理实验/周平主编. —北京:北京邮电大学出版社,2007

ISBN 978-7-5635-1583-7

I. 基… II. 周… III. 物理学—实验—高等学校—教材 IV. 104-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 177380 号

平 周 编 主
学 友 陆 审 主

书 名 基础物理实验
 主 编 周平
 责任编辑 沙一飞
 出版发行 北京邮电大学出版社
 社 址 北京市海淀区西土城路 10 号(100876)
 电话传真 010-62282185(发行部) 010-62283578(传真)
 电子信箱 ctrd@buptpress.com
 经 销 各地新华书店
 印 刷 北京忠信诚胶印厂
 开 本 787 mm×1 092 mm 1/16
 印 张 11.5
 字 数 264 千字
 版 次 2008 年 1 月第 1 版 2008 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-1583-7

定价:15.80 元

如有质量问题请与北京邮电大学出版社发行部联系

版权所有 侵权必究

www.buptpress.com

前 言

本教材依据教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会关于《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》，参考多部物理实验教材，结合物理实验指导教师多年的教学经验和实验讲义的基础上编写而成的。其中包括了普通物理实验（力学、热学、电学、光学）、近代物理实验的基础性实验、综合性实验、设计性或研究性实验共 28 个实验项目以及相关的内容。

本教材由重庆交通学院周平主编、胡成华主审。编写组成员及主要编写内容如下：王福生（绪论、惠斯登电桥测电阻、模拟法测绘静电场、霍尔效应）、杨荣（电阻的伏安特性、电表的改装、示波器的调整和使用）、史玲娜（液体粘滞系数的测定）、杨霞（长度的测量、杨氏模量的测定、转动惯量的测定、利用气垫导轨验证动量守恒定律）、夏川苗（等厚干涉——细丝直径测定牛顿环、声速的测定）、兰明乾（分光计的调整和使用、分光计测光栅常数和光波波长、偏振光的观察与分析、迈克尔孙干涉仪测光波波长、密立根油滴实验、弦线上的驻波、塞曼效应、金属线膨胀系数）、周平（重力加速度的测量、全息摄影、夫兰克-赫兹实验、光电效应）、胡成华（简单万用表的制作、光谱的拍摄）。周平、史玲娜同志在文字录入及图片扫描等方面作了大量的工作。胡成华、周平、兰明乾等同志对全书作了细致的编排、修改及校对。本教材编写过程中得到了段泰崧、刘道栓、熊昌渝等老教师的大力支持，也得到了重庆交通学院教材科的大力支持，在此一并致谢。

编 者

2007 年 11 月

目 录

绪论	(1)
测量误差和数据处理的基础知识	(5)
第一节 测量误差与结果表达	(5)
第二节 测量结果误差的计算	(10)
第三节 不确定度	(14)
第四节 有效数字	(17)
第五节 数据处理的常用方法	(21)
实验内容	(27)
实验一 长度测量	(27)
实验二 弦线上的驻波	(34)
实验三 利用气垫导轨验证动量守恒定律	(39)
实验四 杨氏模量的测量	(44)
实验五 转动惯量的测定	(49)
实验六 重力加速度的测定	(54)
实验七 液体粘滞系数的测定	(58)
实验八 金属线膨胀系数的测量	(61)
实验九 电表的改装	(64)
实验十 用惠斯登电桥测电阻	(69)
实验十一 用模拟法测绘静电场	(74)
实验十二 示波器的调整与使用	(77)
实验十三 利用霍尔效应测量磁场	(86)
实验十四 分光计的调整与使用	(91)
实验十五 用分光计测光栅常数和波长	(99)
实验十六 偏振光的观察和分析	(103)
实验十七 等厚干涉——细丝直径的测定	(108)
实验十八 牛顿环	(111)
实验十九 迈克耳孙干涉仪测波长	(114)
实验二十 夫兰克-赫兹实验	(118)
实验二十一 声速测定	(126)
实验二十二 光电效应实验	(131)
实验二十三 密立根油滴实验	(138)
实验二十四 光谱的拍摄	(144)
实验二十五 全息摄影	(148)
实验二十六 塞曼效应	(152)
实验二十七 简单万用表的制作	(159)
实验二十八 电阻的伏安特性研究	(165)
附录	(170)

绪 论

人类改造自然的实践活动主要有两种：一是生产实践，二是科学实验。所谓科学实验，是指人们按照一定的研究目的，借助必要的仪器设备，人为地控制或模拟自然现象，突出主要因素，对自然事物和现象进行反复地观察和精密的测试，探索其内部规律性的活动。这种对自然有目的、有控制的探索活动是现代科学技术发展的源泉。

物理实验不仅是物理学理论的依据和基础，也是其他科学实验的先驱，它体现了大多数科学实验的共性，在实验思想、实验方法以及实验手段等方面是各学科科学实验的基础。

物理实验覆盖面广，具有丰富的实验思想、方法和手段，是培养学生科学实验能力、提高科学素质的重要的基础性实验技能训练，它在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新意识、理论联系实际和适应科技发展的综合能力等方面具有其他实践类课程不可替代的作用。

一、大学物理实验课程的培养目标

作为高等院校非物理类专业的必修基础课程之一，大学物理实验课程着重从以下三个方面加强对学生的严格训练：

1. 充分理解并掌握物理实验的设计思想

每一个实验项目都有自己独特、巧妙的设计思想和设计原理，都是理论与实际相结合的典范，只有充分理解并掌握这些设计思想和设计原理，才有可能在今后的工作中，结合实际情况，有所发明，有所创造。这是高级工程技术人员必须具备的能力，是大学物理实验课程的主要培养目标，也是大学物理实验课程区别于其他技能训练型实践课程的重要方面。

2. 基本测量方法和基本实验技能的训练

基本测量方法和基本实验技能的训练是大学生综合素质培养的重要内容之一。通过大学物理实验的系统学习、严格训练和独立操作，学生的基本测量方法和基本实验技能得以加强。

3. 实验数据处理、测量结果评定及误差分析能力的培养

实验数据的记录处理、测量结果评定及误差分析能力是工程技术人员必须具备的基本能力之一。这种能力将在大学物理实验的实验报告环节中得到反复的训练。

除此之外，在大学物理实验的实际操作过程中，学生观察能力、理论与实际结合的能力、综合分析能力、实验报告的书写能力等等都将得到有效的锻炼。

二、教学内容基本要求

大学物理实验包括普通物理实验(力学、热学、电学、光学实验)和近代物理实验，具体的教学内容基本要求如下：

1. 掌握测量误差的基本知识，具有正确处理实验数据的基本能力

①掌握测量误差与不确定度的基本概念，逐步学会用不确定度对直接测量和间接测量的

结果进行评估;

②掌握处理实验数据的一些常用方法,包括列表法、作图法和最小二乘法等.随着计算机及其应用技术的普及,还应掌握包括用计算机通用软件处理实验数据的基本方法.

2. 掌握基本物理量的测量方法

例如:长度、质量、时间、热量、温度、湿度、压强、压力、电流、电压、电阻、磁感应强度、光强度、折射率、电子电荷、普朗克常量、里德堡常量等常用物理量及物性参数的测量,注意加强数字化测量技术和计算技术在物理实验教学中的应用.

3. 理解常用的物理实验方法,并逐步学会使用

例如:比较法、转换法、放大法、模拟法、补偿法、平衡法和干涉、衍射法,以及在近代科学研究和工程技术中的广泛应用的其他方法.

4. 掌握实验室常用仪器的性能,并能够正确使用

例如:长度测量仪器、计时仪器、测温仪器、变阻器、电表、交/直流电桥、通用示波器、低频信号发生器、分光仪、光谱仪、常用电源和光源等常用仪器.

5. 掌握常用的实验操作技术

例如:零位调整、水平/铅直调整、光路的共轴调整、消视差调整、逐次逼近调整、根据给定的电路图正确接线、简单的电路故障检查与排除,以及在近代科学研究与工程技术中广泛应用的仪器的正确调节.

6. 适当了解物理实验史料和物理实验在现代科学技术中的应用知识

三、物理实验的基本环节

不同的实验项目,其内容各不相同,但每个实验都包含了实验预习、实验进行和实验总结三个基本的重要环节.

1. 实验预习

实验前的预习至关重要,它决定着实验能否取得主动和收获的多少.预习包括阅读资料、熟悉仪器和写出预习报告.仔细阅读实验教材和有关的资料,重点解决三个问题:

- ①做什么:这个实验最终要得到什么结果;
- ②根据什么去做:实验课题的理论依据和实验方法的原理;
- ③怎么做:实验的方案、条件、步骤及实验关键.

2. 实验进行

实验进行环节主要包含实验仪器的安装调试、实验现象的观察、实验数据的测量和记录等内容,具体要求如下:

学生按时进入实验室后,按指定的座位就坐,在认真听完实验老师的讲解指导之后,再按照编组使用相应的指定仪器.应该像科学工作者那样要求自己,井井有条地布置仪器,根据事先设想好的步骤演练一下,然后再按确定的步骤开始实验.要注意细心观察实验现象,认真钻研和探索实验中的问题.不要期望实验工作会一帆风顺,要把遇到的问题看作是学习的良机,冷静地分析和处理它.仪器发生故障时,要在教师的指导下学习排除故障的方法.总之,要把着重点放在实验能力的培养上,而不是测出几个数据就认为完成了任务.

要做好完备而整洁的记录.例如研究对象的编号,主要仪器的名称、规格和编号.原始数据

要用钢笔或圆珠笔记入事先准备好的表格中,如确系记错,也不要涂改,应轻轻画上一道,在旁边写上正确值,使正误数据都清晰可辨,以供在分析测量结果和误差时参考.不要用铅笔记录,给自己留有涂抹的余地.也不要先草记在另外的纸上再誊写在数据表格里,这样容易出错,况且,这也不是“原始记录”了.希望同学们注意纠正自己的不良习惯,从一开始就培养良好的科学的作风.

实验结束后,先将实验数据交教师审阅,经教师验收签字后,然后再整理还原仪器,方可离开实验室.

3. 实验总结

实验总结环节包含了对实验目的、实验原理、实验内容、操作过程及技巧、注意事项、实验收获等方面的整体回顾,并将相关内容以一份简洁、明了、工整、有见解的实验报告的形式反映出来.

一份完整的实验报告应该包含如下基本内容:

- (1)实验名称
- (2)实验目的
- (3)实验仪器
- (4)实验原理

简要叙述实验的设计思想、相关的物理理论分析(包括必要的电路图、光路图或实验装置示意图)、测量中依据的主要公式、式中各量的物理含义及单位、公式成立所应满足的实验条件等.

- (5)实验内容及步骤

简述实验的主要内容和实验过程的主要步骤.

- (6)数据报告

列表报告实验数据.

- (7)数据处理

数据处理包括:完成相应的数值计算(计算要有计算式,代入的数据要有根据)、画实验曲线图(图线要规矩、美观)、完成误差分析或不确定度计算、用标准格式报告实验结果等等.

- (8)小结和讨论

内容不限,可以是实验中的注意事项、实验现象的分析,对实验关键问题的研究体会,实验的收获和建议,也可以是解答实验思考题.

四、物理实验室规则

1. 凭卡实验

学生凭实验操作卡进入实验室,并按指定编号入座,待老师讲解完毕之后开始操作.实验中应耐心操作,细致观察,及时将原始数据记入表中,不允许事后追记.

2. 注意安全

实验过程必须注意安全,对自己不能处理的问题应及时报告教师.使用电源时,要经过教师检查线路后,才能接通电源.

3. 遵章守纪

遵守实验纪律,不得迟到、早退、下位、串组,保持实验室的肃静和整洁.

4. 爱护公物

进入实验室不能擅自搬弄仪器. 实验中严格按仪器说明书操作, 在弄清注意事项和操作方法之前不要乱动仪器. 如有不当损坏, 照章赔偿.

5. 收拾整理

公用工具用完后应立即归还原处. 做完实验, 学生应将仪器整理还原, 将桌面和凳子收拾整齐, 经教师审查测量数据和仪器还原情况并签字后, 方能离开实验室.

6. 总结报告

实验报告是实验总结的重要方式, 是物理实验的基本环节, 应在实验后一周内交实验室.

测量误差和数据处理的基础知识

第一节 测量误差与结果表达

一、测量

1. 测量

物理实验不仅要定性观察各种物理现象,更重要的是测定某些待测物理量的具体数值,并确定相关物理量之间的数量关系.一般地说,测量是指一定的人、依据一定的理论和方法、使用一定的仪器、量具,在一定的环境中对某些物理量进行测定的过程.测量的一般方法是将待测的物理量与一个选来作为标准的同类量进行比较,得出它们之间的倍数关系.选作标准的同类量称之为单位,其倍数便是测量的数值.由此可见,一个物理量的测量值等于测量数值与单位的乘积.

计量单位的标准必须是国际公认的、惟一的、稳定不变的.根据《中华人民共和国计量法》,国家计量局于1987年2月1日发布了国家法定计量单位名称、符号和非国家法定计量单位的废除办法,规定以国际单位(SI制)为国家法定计量单位,即以米、千克、秒、安培、开尔文、摩尔、坎德拉作为基本单位,其他量都由以上七个基本单位导出,称为国际单位制的导出单位.并规定1991年起实行国家法定计量单位.

一个物理量的大小是客观存在的,选择不同的单位,相应的测量数值就有所不同.单位愈大,测量数值愈小,反之亦然.

2. 测量的分类

测量分为直接测量和间接测量两种.

直接测量是指可以和标准量具、量仪直接进行比较而得到测量数值的测量.比如长度、时间、质量、温度等量可分别用米尺、停表、天平、温度计等直接测量.

间接测量是指不能直接测出结果,但可以先通过直接测量与它有关的一些物理量,然后利用公式求得结果的测量.如测量一立方体物质的密度,可以先直接测量出它的边长 a 和质量 m ,然后利用公式 $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{a^3}$ 计算出密度 ρ ;测量重力加速度 g ,可先直接测出单摆的长度 l 和单摆的周期 T ,再应用公式 $g = 4\pi^2 l / T^2$ 求得,等等.

物理实验中的测量多数是间接测量.

二、误差

1. 真值、约定真值(公认值)、最佳值

在一定的条件下,任何一个物理量都有一个实实在在的、不以人的意志为转移的客观数值,该数值即为该物理量的真值。

通过大量实验测定或计算得到,并经国际计量会议约定的某些基本物理常数、基本单位标准或经高一等级仪器校验过的计量标准器具的量值等一般称为约定真值或公认值。

实验和计算表明,在对某一物理量 x 的 n 次测量中,其算术平均值 $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 最接近该物理量的客观真值,称为近真值或最佳值($n \rightarrow \infty$ 时, $\bar{x} \rightarrow$ 真值)。

2. 误差

在实验过程中,人们的主观愿望总是希望准确地测出待测物理量的真值。但是,任何测量总是依据一定的理论和方法、使用一定的仪器、在一定的环境中、由一定人进行的。由于实验理论近似性,实验仪器的分辨能力和灵敏度的局限性,实验环境的不稳定性以及人的实验技能和判断能力的影响等,使测量值与待测量的真值不可能完全相同。也就是说,测量值 x 与真值 x_0 之间始终存在着差异,这个差异称为测量误差 Δx ,简称误差。测量误差的大小反映了测量结果的准确程度。测量误差可以用绝对误差表示,也可以用相对误差来表示:

$$\text{绝对误差} = |\text{测量值} - \text{真值}|, (\Delta x = |x - x_0|) \quad (\text{c1-1})$$

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}} \times 100\% \quad (\text{c1-2})$$

在实际使用中,由于真值始终是未知的,所以常用公认值或最佳值代替真值进行计算。

三、误差的分类及处理

实践证明,测量结果总存在误差,或者说误差不可避免地存在于一切科学实验和测量之中。因此,分析测量过程中可能产生误差的各种因素,尽可能消除其影响,并对最后结果中未能消除的误差做出估计,分析测量结果的准确程度,就是物理实验和其他科学实验中不可缺少的重要工作。

(一) 误差的分类及成因

测量误差按其产生的原因与性质可分为系统误差、随机误差和过失误差三大类。

1. 系统误差

系统误差是指在同一条件下,多次测量同一物理量时,误差的大小符号均保持不变,或当条件改变时,按某一确定的已知规律变化的误差。

系统误差来自以下几个方面:

(1) 仪器误差

所谓仪器误差,是指测量时由于所用的测量仪器、仪表不准确所引起的基本误差。例如刻度不准、零点不对、砝码未经校准、天平臂不等长、应该水平放置的仪器没有放水平等。

(2) 环境误差

当测量仪器偏离了规定条件使用时,如受环境的温度、电源电压、频率、外界电磁场等等发生变化的影响,都会使测量产生误差。

(3) 方法误差

这种测量误差是由于测量方法不完善或所依据的理论不严密所产生的. 凡是在测量结果的表达式中没有得到反映, 而在实际测量中又起作用的一些因素所引起的误差, 都称为方法(或理论)误差. 例如在空气中称质量而没有考虑空气浮力的影响, 测长度时没有考虑温度使尺长改变, 测电压时未考虑电压表内阻对电路的影响, 标准电池的电动势未作温度修正等.

(4) 个人误差

这是由实验者生理或心理特点、缺乏经验等引起的. 例如有些人习惯于侧坐斜视读数, 眼睛辨色能力较差等, 估计读数始终偏大或偏小, 记录信号时始终超前或滞后.

很明显, 系统误差的特征是它的确定性和规律性, 即实验条件一经确定, 系统误差就获得了一个客观上的确定值, 一旦实验条件变化, 那么系统误差也是按一种确定规律变化.

2. 随机误差(又称偶然误差)

在相同条件下, 对同一物理量进行重复多次测量, 即使系统误差减小到最小程度之后, 测量值仍然会出现一些难以预料和无法控制的起伏, 而且测量值误差的绝对值和符号在随机地变化着. 这种误差称之为随机误差.

随机误差主要来源于人们视觉、听觉和触觉等感觉能力的限制以及实验环境偶然因素的干扰. 例如温度、湿度、电源电压的起伏、气流波动等因素的影响. 从个别测量值来看, 它的数值带有随机性, 好像杂乱无章. 但是, 如果测量次数足够多的话, 就会发现随机误差遵循一定的统计规律, 可以用概率理论来估算它.

大量的测量随机误差服从正态分布(或称高斯分布). 其特征表现为正方向误差和负方向误差出现的次数大体相等, 数值较小的误差出现的次数较多, 很大的误差在没有错误的情况下通常不出现. 这一规律在测量次数越多时表现得越明显, 在数理统计中对它有充分的研究.

3. 过失误差(错误)

在测量中还可能出现测量值明显远离了正常测量值的异常误差, 称为过失误差(或错误). 这种错误是由于实验者的粗心、不正确的操作和实验条件的突变等引起的. 例如读数错误、记录错误、操作错误、估算错误等等.

(二) 误差的分析与处理

由上面的分析可知, 产生测量误差的原因很多, 在具体的实验中, 应针对不同的原因, 对实验结果进行分析和修正.

1. 系统误差的分析处理

由于系统误差有确定性和规律性, 因此, 可以通过校准仪器、仪表、量具, 改进实验装置和实验方法, 或对实验结果进行理论上的分析等办法来对系统误差进行修正、减小并尽可能消除. 发现和减小实验中的系统误差通常是困难的, 需要对整个实验所依据的原理、方法、测量步骤及所用仪器等可能引起误差的各种因素一一进行分析. 一个实验结果是否正确, 往往在于系统误差是否已被发现和尽可能消除.

能否识别和降低系统误差与实验者的经验和实际知识有密切的关系. 学生在学习过程中要逐步积累这方面的感性知识, 结合实验的具体情况对系统误差进行分析和讨论, 在实验中尽可能消除系统误差.

2. 过失误差的分析处理

过失误差所产生的错误已不属于正常的测量工作范畴, 应当尽量避免. 克服过失误差的办

法,首先是端正对待实验的态度,树立严谨的工作作风,掌握正确的测量方法.对偶发性过失误差,可用和多次测量结果相比较的办法发现并纠正,或者运用异常数据剔除准则来判别因过失而引起的异常数据,并加以剔除.

3. 随机误差的分析处理

根据随机误差的统计分布规律性,人们知道:

①多次测量时,正负随机误差可以大致相消,因而用多次测量的算术平均值表示测量结果可以减少随机误差的影响;

②测量值的分散程度直接体现随机误差的大小,测量值越分散,测量的随机误差就越大,因此,必须对测量的随机误差做出估计才能反映出测量的精密度.对随机误差估计的方法有多种,大学物理实验中,常用算术平均偏差、标准偏差来估计测量的随机误差.

(1) 残差和误差

设 x_0 为被测量的真值, $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$ 为有限次测量的平均值(最佳值),其中 x_i 为单次测量值.

①残差 单次测量值 x_i 与测量平均值(最佳值)之差,即

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x} \quad (\text{c1-3})$$

②误差 单次测量值 x_i 与被测量真值 x_0 之差,即

$$\Delta x_{0i} = x_i - x_0 \quad (\text{c1-4})$$

由于待测物理量的真值的不可知性,实验中常用公认值或最佳值代替真值,而用残差代替误差.另一方面,由于残差或误差有正有负,有大有小,故常用算术平均法和方均根法对它们进行统计.

(2) 算术平均偏差 $\overline{\Delta x}$

在对某一物理量进行 n 次等精度测量的数据中,求各单次测量的残差的绝对值的平均值,便得到算术平均偏差 $\overline{\Delta x}$,即

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{n}(|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \cdots + |\Delta x_n|) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta x_i| \quad (\text{c1-5})$$

算术平均偏差是估计随机误差的最简单的一种方法,对初步涉及科学实验及误差分析的学生,可用算术平均偏差代替测量的绝对误差,然后逐渐过渡到标准偏差和不确定度的理解及计算.

(3) 标准偏差

①同一测量列 (x_1, x_2, \cdots, x_n) 的标准偏差 S_x .

在实际的实验中,大都是在相同条件下,对同一物理量进行多次重复测量,由此得到的一组数据称为一个测量列.对同一测量列中各测量值的残差 $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ 用方均根法对它们进行统计,称为该测量列的标准偏差,用 S_x 代表,其计算公式为贝塞尔公式

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (\text{c1-6})$$

它反映了同一测量数列对其算术平均值的分散程度,或者说它反映了这一列测量数据的精密程度, S_x 的数值越小,精密度越高.许多电子计算器都具有直接计算 S_x 的功能,只要将 n 个测量值 x_1, x_2, \cdots, x_n 输入计算器中,按一下相应的键,就得到了 S_x 的值.

②算术平均值 \bar{x} 的标准偏差 S_x .

在相同条件下,对同一物理量作多组重复的系列测量,每一测量列都有一个算术平均值.由于随机误差的存在,两个测量列的算术平均值也不相同.它们围绕着被测量的真值(设系统误差分量为零)有一定的分散.此分散说明了算术平均值的不可靠性,而算术平均值的标准差 S_x 则是表征同一被测量的各个测量列算术平均值分散性的参数,可作为算术平均值不可靠性的评定标准. S_x 又称算术平均值的实验标准差.

若对某物理量作了 n 组测量,就有 n 个算术平均值,其算术平均值的标准偏差可写为

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} \quad (c1-7)$$

上式说明,平均值的标准偏差是 n 组测量中任意一测量列标准偏差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍. S_x 小于 S_x , 这个结果的合理性是显而易见的.因为算术平均值是测量结果的最佳值,它比任意一次测量值 x_i 更接近真值,误差要小.

值得注意,用式(c1-6)和式(c1-7)来估算随机误差,理论上都要求测量次数相当多.但在我们目前的实验中,往往受到教学时间的限制,重复测量的次数不可能很多,所以,用这两个式子估算出来的随机误差带有相当程度的近似性.另外,在测量次数较少时($n < 10$), S_x 随着测量次数 n 的增加而明显地减小,以后,随着测量次数 n 的继续增加, S_x 的减小愈来愈不明显而逐渐趋近于恒定值.由此可见,过多地增加测量次数,其价值并不太大.根据我们的实际情况,如果需要多次测量,一般测量次数取 5~10 次为宜.

四、测量结果的表达式

前面的分析表明,测量中误差不可避免,或者说真值无法准确测出.因此实验的任务之一,就是尽可能地减少影响测量准确程度的各种因素,以便测出在该条件下待测物理量的最佳值(最可信赖值) $\bar{x}_{测}$. 同时,对这一测量值 $\bar{x}_{测}$ 与真值 x_0 的偏离程度作出估计,即给出测量的误差 $\Delta \bar{x}$.

很明显,通过实验的方法不能唯一地确定待测物理量的真值,即不能将测量结果表达为某一具体数值,只能确定真值可能出现的范围,因此测量的结果通常表达成

测量结果 = 测量的最佳值 ± 测量误差值(单位)

即
$$x = \bar{x}_{测} \pm \Delta \bar{x} \quad (\text{单位}) \quad (c1-8)$$

它表示待测量的真值 x_0 就在 $\bar{x}_{测} - \Delta \bar{x}$ 至 $\bar{x}_{测} + \Delta \bar{x}$ 的范围之间. $\Delta \bar{x}$ 越小,测量的最佳值与真值越接近,测量的准确度也越高.应当特别强调的是,测量(最佳)值、误差和单位是表示测量结果的三个要素.

第二节 测量结果误差的计算

本节主要讨论测量值的误差计算. 误差的计算是在错误数据已经剔除, 系统误差已经消除或系统误差相对于随机误差小得多情况下进行的.

一、单次直接测量误差的估计

实验时, 有时不可能进行重复的测量(如一瞬即逝的现象), 有时多次测量也无必要. 这时可用一次测量值作为测量结果的最佳值, 取仪器误差作为测量误差.

仪器误差是指仪器在规定的使用条件下, 正确地使用仪器时, 可能产生的最大误差, 用 $\Delta x_{\text{仪}}$ 表示.

关于仪器误差 $\Delta x_{\text{仪}}$, 有如下几种情况:

① 仪器误差通常标在仪器的铭牌上. 有时用仪器准确度级别表示. 不同仪器的准确度级别的含义是不相同的, 应该用相应公式进行计算. 应当养成以下习惯: 实验前先仔细查看仪器的铭牌, 并将可能有用的数据(型号、量程和级别等)记录下来.

② 若没有给出仪器误差, 可用下述方法进行估计: 对有游标的量具和非连续读数的仪表(电子秒表、数字仪表), 取最小分度值作为单次直接测量的误差; 对连续读数仪表、量具(如直尺), 取最小分度值的一半作为单次直接测量的误差.

二、多次直接测量误差计算

为了测量准确, 在条件许可的情况下, 总是采用多次重复测量, 但测量次数总是有限的(一般实验中重复次数不多于 10 次), 可求出测量值的算术平均值作为测量结果的最佳值 \bar{x} , 用式(c1-5)求算术平均偏差 $\overline{\Delta x}$, 用式(c1-6)求一个测量列的标准偏差 S_x 或用式(c1-7)求算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 来作为测量误差.

测量结果表示为

$$\begin{aligned} x &= \bar{x} \pm \overline{\Delta x} && \text{单位} && (\text{粗略估算}) \\ x &= \bar{x} \pm S_x && \text{单位} && (\text{等精度一组测量}) \\ x &= \bar{x} \pm S_{\bar{x}} && \text{单位} && (\text{等精度多组测量}) \end{aligned}$$

三、间接测量误差计算

在实验中, 间接测量量是由直接测量量通过计算得到的. 直接测量有误差, 间接测量也必然有误差, 这称为误差的传播. 由直接测量量的误差通过误差传播公式可以求出间接测量量的误差.

1. 间接测量的算术合成误差传播公式

设待测量 N 是 n 个独立的可直接测定的物理量 A, B, C, \dots, H 的函数, 即

$$N = f(A, B, C, \dots, H) \quad (\text{c2-1})$$

如果各直接测量量的平均值分别为 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots, \bar{H}$, 其绝对误差的平均值分别为 $\Delta \bar{A}, \Delta \bar{B}, \Delta \bar{C}, \dots, \Delta \bar{H}$, 则间接测量量 N 的平均值为 $\bar{N} = f(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots, \bar{H})$, 其绝对误差的平均值则计为 $\Delta \bar{N}$. 那么, 在不同函数运算的情况下, $\Delta \bar{N}$ 到底该如何计算呢? 下面以只有两个直接测量量的

情况为例分别加以说明。

(1) 加减法运算中的合成误差

当 $N=A \pm B$ 时, 其测量结果表达为

$$\bar{N} \pm \Delta \bar{N} = (\bar{A} \pm \Delta \bar{A}) \pm (\bar{B} \pm \Delta \bar{B}) = (\bar{A} \pm \bar{B}) \pm \Delta \bar{A} \pm \Delta \bar{B}$$

前两项代表 $\bar{N} = \bar{A} \pm \bar{B}$, 后两项是不确定项 $\Delta \bar{N}$, 它们有四种可能的组合 ($\Delta \bar{N} = \pm \Delta \bar{A} \pm \Delta \bar{B}$)。考虑最不利情况取值, 得到间接测量量 N 的绝对误差为

$$\Delta \bar{N} = \Delta \bar{A} + \Delta \bar{B} \quad (c2-2)$$

相对误差
$$E_r = \frac{\Delta \bar{N}}{\bar{N}} = \frac{\Delta \bar{A} + \Delta \bar{B}}{\bar{A} \pm \bar{B}} \quad (c2-3)$$

结论一: 几个直接测量量相加或相减的结果的绝对误差等于各直接测量量的绝对误差之和。

(2) 乘法运算中的合成误差

当 $N=A \cdot B$ 时, 其测量结果表达为

$$\bar{N} \pm \Delta \bar{N} = (\bar{A} \pm \Delta \bar{A}) \cdot (\bar{B} \pm \Delta \bar{B}) = (\bar{A} \cdot \bar{B}) \pm \bar{A} \cdot \Delta \bar{B} \pm \bar{B} \cdot \Delta \bar{A} \pm \Delta \bar{A} \cdot \Delta \bar{B}$$

略去最后一项二阶小量, 并考虑最不利情况取值,

得到
$$\bar{N} \pm \Delta \bar{N} = (\bar{A} \cdot \bar{B}) \pm (\bar{A} \cdot \Delta \bar{B} + \bar{B} \cdot \Delta \bar{A})$$

显然 $\bar{N} = \bar{A} \cdot \bar{B}$, 于是有

绝对误差
$$\Delta \bar{N} = \bar{A} \cdot \Delta \bar{B} + \bar{B} \cdot \Delta \bar{A} \quad (c2-4)$$

相对误差
$$E_r = \frac{\Delta \bar{N}}{\bar{N}} = \frac{\bar{A} \cdot \Delta \bar{B} + \bar{B} \cdot \Delta \bar{A}}{\bar{A} \cdot \bar{B}} = \frac{\Delta \bar{A}}{\bar{A}} + \frac{\Delta \bar{B}}{\bar{B}} \quad (c2-5)$$

(3) 除法运算中的合成误差

若 $N = \frac{A}{B}$, 则其测量结果表达为

$$\begin{aligned} \bar{N} \pm \Delta \bar{N} &= \frac{\bar{A} \pm \Delta \bar{A}}{\bar{B} \pm \Delta \bar{B}} = \frac{(\bar{A} \pm \Delta \bar{A})(\bar{B} \mp \Delta \bar{B})}{\bar{B}^2 - (\Delta \bar{B})^2} \\ &= \frac{\bar{A} \cdot \bar{B} \mp \bar{A} \cdot \Delta \bar{B} \pm \bar{B} \cdot \Delta \bar{A} \mp \Delta \bar{A} \cdot \Delta \bar{B}}{\bar{B}^2 - (\Delta \bar{B})^2} \approx \frac{\bar{A}}{\bar{B}} \pm \frac{\bar{A} \cdot \Delta \bar{B} - \bar{B} \cdot \Delta \bar{A}}{\bar{B}^2} \end{aligned}$$

略去二阶小量且考虑最不利情况取值, 显然有 $\Delta \bar{N} = \frac{\bar{A}}{\bar{B}}$, 且

绝对误差
$$\Delta \bar{N} = \frac{\bar{A} \cdot \Delta \bar{B} + \bar{B} \cdot \Delta \bar{A}}{\bar{B}^2} \quad (c2-6)$$

相对误差
$$E_r = \frac{\Delta \bar{N}}{\bar{N}} = \frac{\bar{A} \cdot \Delta \bar{B} + \bar{B} \cdot \Delta \bar{A}}{\bar{B}^2} \cdot \frac{\bar{B}}{\bar{A}} = \frac{\Delta \bar{A}}{\bar{A}} + \frac{\Delta \bar{B}}{\bar{B}} \quad (c2-7)$$

结论二: 几个因子相乘或相除的结果的相对误差等于各因子的相对误差之和。

(4) 一般运算关系下的合成误差

对于一般的函数运算关系, 可按下列方法求绝对误差。

对(c2-1)式所示函数关系求 N 的全微分, 得

$$dN = \frac{\partial f}{\partial A} dA + \frac{\partial f}{\partial B} dB + \frac{\partial f}{\partial C} dC + \dots + \frac{\partial f}{\partial H} dH$$

由于 $\Delta \bar{A}, \Delta \bar{B}, \Delta \bar{C}, \dots, \Delta \bar{H}$ 分别相对于 A, B, C, \dots, H 是一个很小的量, 将上式中的 dA, dB, dC, \dots, dH 分别用 $\Delta \bar{A}, \Delta \bar{B}, \Delta \bar{C}, \dots, \Delta \bar{H}$ 代替, 则绝对误差为

$$\Delta \bar{N} = \frac{\partial f}{\partial A} \Delta \bar{A} + \frac{\partial f}{\partial B} \Delta \bar{B} + \frac{\partial f}{\partial C} \Delta \bar{C} + \dots + \frac{\partial f}{\partial H} \Delta \bar{H}$$

由于上式右端各项分误差的符号正负不定,考虑最不利情况取值时,各项分误差须累加,因此,将上式右端各项分别取绝对值相加,可得间接测量量 N 的绝对误差为

$$\Delta \bar{N} = \left| \frac{\partial f}{\partial A} \right| \cdot \Delta \bar{A} + \left| \frac{\partial f}{\partial B} \right| \cdot \Delta \bar{B} + \left| \frac{\partial f}{\partial C} \right| \cdot \Delta \bar{C} + \cdots + \left| \frac{\partial f}{\partial H} \right| \cdot \Delta \bar{H} \quad (\text{c2-8})$$

对于相对误差,可先取(c2-1)式所示函数关系的对数,然后再求全微分,得

$$\ln N = \ln f(A, B, C, \dots, H)$$

$$\frac{dN}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial A} dA + \frac{\partial \ln f}{\partial B} dB + \frac{\partial \ln f}{\partial C} dC + \cdots + \frac{\partial \ln f}{\partial H} dH$$

将上式中的 dA, dB, dC, \dots, dH 用 $\Delta \bar{A}, \Delta \bar{B}, \Delta \bar{C}, \dots, \Delta \bar{H}$ 代替,便得到间接测量量 N 相对误差为

$$E_r = \frac{\Delta \bar{N}}{N} = \left| \frac{\partial \ln f}{\partial A} \right| \Delta \bar{A} + \left| \frac{\partial \ln f}{\partial B} \right| \Delta \bar{B} + \left| \frac{\partial \ln f}{\partial C} \right| \Delta \bar{C} + \cdots + \left| \frac{\partial \ln f}{\partial H} \right| \Delta \bar{H} \quad (\text{c2-9})$$

式(c2-8)、式(c2-9)常称为间接测量算术合成误差的传播公式。

结论三:间接测量量的绝对误差等于函数对自变量的全微分,相对误差是对函数取对数后再对自变量全微分。

这表明,有时候先计算相对误差,后计算绝对误差会简单一些。

例 $\rho = \frac{m}{m - m_1} \cdot \rho_0$ (ρ_0 为常量),求间接测量量 ρ 的误差传播公式。

解 对公式取对数,得

$$\ln \rho = \ln m - \ln(m - m_1) + \ln \rho_0$$

求全微分,得

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - \frac{dm}{m - m_1} + \frac{dm_1}{m - m_1}$$

合并同一变量的系数后再将微分号改为误差号,求得

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \left| \frac{1}{m} - \frac{1}{m - m_1} \right| \Delta m + \left| \frac{1}{m - m_1} \right| \Delta m_1$$

2. 间接测量的标准误差的传递公式

若按式(c1-6)计算出来的各独立的直接测量值 A, B, C, \dots, H 的绝对误差分别为标准偏差 $S_A, S_B, S_C, \dots, S_H$ 等,则间接测量值 N 的误差估算需要用误差的“方、和、根”合成,即绝对误差为

$$S_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A} S_A \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B} S_B \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C} S_C \right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial H} S_H \right)^2} \quad (\text{c2-10})$$

相对误差为

$$E_r = \frac{S_N}{N} \quad (\text{c2-11})$$

或者,先计算相对误差,再计算绝对误差。

$$E_r = \frac{S_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial A} S_A \right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial B} S_B \right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial C} S_C \right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial H} S_H \right)^2}$$

$$S_N = E_r \cdot N = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial A} S_A \right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial B} S_B \right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial C} S_C \right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial H} S_H \right)^2} \times f(A, B, C, \dots, H)$$

几种常用的误差传递公式列于表1中,供计算误差使用。