

主编 赵鸣霖

副主编 白岩 张衡 李宾

# 高等数学学习题课 教程

吉林大学出版社

# 高等数学习题课教程

主编 赵鸣霖  
副主编 白岩  
张衡  
李宾

吉林大学出版社

# 高等数学习题课教程

主编 赵鸣霖

---

责任编辑、责任校对：崔晓光

封面设计：孙 群

---

吉林大学出版社出版  
(长春市东中华路 29 号)

吉林大学出版社发行  
省九三彩色印刷厂印刷

---

开本：850×1168 毫米  
印张：19  
字数：473 千字

1/32 1996 年 9 月第 1 版  
1996 年 9 月第 1 次印刷  
印数：1—5 200 册

---

ISBN 7-5601-1973-5/O · 216

定价：27.00 元

## 前　　言

为适应教育改革、加强基础教学和不断提高教学质量的需要,由长春市高校工科数学专业委员会协调组织长春市六所高等院校(长春地质学院、长春光机学院、吉林工学院、长春邮电学院、长春大学、吉林职业师范学院)按照国家教委颁布的教学大纲要求,结合各校多年教学经验,编写了一套高校工科数学系列教材。《高等数学习题课教程》是其中的一本。

高等数学习题课,是高等数学教学的一个重要环节,它对提高学生的学习质量,培养学生的思维和分析问题、解决问题的能力起着至关重要的作用。

本书是集中了参编院校从事高等数学教学的教师,汇集了他们在教学实践中积累下的丰富经验和雄厚的资料编写而成的。在编写中,一方面考虑到不同层次的院校各专业对高等数学教学的要求有所差异,共编写了 30 讲,可供 60 学时习题课教学用;另一方面还注意到习题课教学的特点:总结与提高相结合,讲与练相结合,课内习作与课外练习相结合,每一讲中编有内容提要、基本要求、典型例题、练习题和答案与提示四个部分。“基本要求”指出了本讲的教学目标,可使学生学习时目的明确,便于检查学习效果;“典型例题”注意选择具有启发性、广泛性、典型性的例题,数量较多并具有相当的深广度和技巧性,不少题目给出一题多解,使学生学习后会起到举一反三的作用;课后“练习题”分为 A、B 两类:A 类是具有一定难度的基本题和综合题,侧重培养和检查学生对基本概念、基本理论和基本解题技能的综合运用能力;B 类是具有较高难度的习题,可作为学生深入思考练习。

参加本书编写的教师和具体分工如下：

赵鸣霖：主编，负责全书的统稿和定稿工作，并编写第十六、十七讲和第廿八至卅讲。

白 岩：副主编，并编写第六至十讲。

张 衡：副主编，并编写第十八至廿二讲。

李 宾：副主编，并编写第一至五讲。

杨显文：编写第十一至十五讲。

高海音：编写第廿三至廿七讲。

本书主审工作由长春光机学院李懋和教授担任，他对全书进行了详细审阅，并提出了许多宝贵意见和建议，在此表示衷心感谢。

限于编者水平，疏漏和不当之处在所难免，敬请读者批评指正。

编 者

1996年3月于长春

。本一拍中其量《野迷果区学造奉高》。付懿民  
。甲卦而要重关至尊致大  
丁蒙正，刺迷的学造学造奉高事从对置献卷丁中崇是往本  
鬼而耳崇林玲玲的刺迷味鲜登富丰而下崇清中崇是往本  
学造奉高饭业寺谷对刺的水县同不庭志善面长。由  
学造果区加举 08 卦正，指 08 丁已解卦，泉善很育未要由学造  
合卦卦高封已卦总，点群始学造奉高区授意生辰面长一民；由  
容内育卦中指一君，合卦卦区恭快影已卦区内躬，合卦卦高封基。  
。长暗个四示卦已聚客味醒区宗，源闻逐典，未要本基，要根  
野，师即山目初区学主学造正，师目学造附指本丁出卦“未要本  
典，卦爻气，卦爻自体具刺故意由“源闻逐典”，果效区学造卦干  
目服心不，卦改克卦更气聚由当时育具卦送对置透，源闻卦卦基  
卦”卦聚；由者由三爻一卦源迹会言区学主学造，暗达源一出卦  
。源合泉味源本基由更取宝一育具景类 A，类而 B，A 伏长”源区  
由者由源本基味卦聚本基，念卦本基极主学造卦味养部重制  
恩人聚主学造卦正，源区由源本基卦育具景类 B，代游田每合泉

# 目 录

(225)	真数对数函数的性质	指四十二章
(211)	极限的计算	指正十二章
(181)	真数对数函数的性质	指六十二章
(201)	真数对数函数的性质	指十十二章
第一讲	函数的概念及性质	(1)
第二讲	极限概念, 极限的运算法则和存在准则	(16)
第三讲	函数的连续性	(40)
第四讲	导数的概念及运算法则	(59)
第五讲	高阶导数、微分及其在近似计算中的应用	(82)
第六讲	中值定理, 罗必达法则	(106)
第七讲	导数的应用	(128)
第八讲	不定积分的概念, 第一类换元法	(151)
第九讲	第二类换元法, 分部积分法	(173)
第十讲	有理函数、三角函数有理式、简单无理 函数的积分	(192)
第十一讲	定积分的概念与性质	(211)
第十二讲	定积分的计算(一)	(226)
第十三讲	定积分的计算(二), 广义积分	(245)
第十四讲	定积分的几何应用	(262)
第十五讲	定积分的物理应用	(284)
第十六讲	一阶微分方程的解法, 可降阶的 高阶微分方程	(302)
第十七讲	二阶线性微分方程及其解法	(322)
第十八讲	向量代数	(341)
第十九讲	平面与空间直线方程	(359)
第二十讲	多元函数的基本概念和微分法(一)	(382)
第二十一讲	多元函数微分法(二)	(401)
第二十二讲	偏导数的几何应用, 多元函数的极值	(420)
第二十三讲	二重积分的概念及计算	(440)

第二十四讲	三重积分的概念及计算	(455)
第二十五讲	重积分的应用	(471)
第二十六讲	两型曲线积分的概念及计算	(481)
第二十七讲	两型曲面积分的概念及计算	(501)
第二十八讲	数项级数及敛散性的判别法	(526)
第二十九讲	函数项级数的收敛性及其运算	(546)
第三十讲	函数展开成幂级数和付立叶级数	(569)

(26)	第四讲	第四讲
(28)	第五讲	第五讲
(30)	第六讲	第六讲
(31)	第七讲	第七讲
(32)	第八讲	第八讲
(33)	第九讲	第九讲
(34)	第十讲	第十讲
(35)	第十一讲	第十一讲
(36)	第十二讲	第十二讲
(37)	第十三讲	第十三讲
(38)	第十四讲	第十四讲
(39)	第十五讲	第十五讲
(40)	第十六讲	第十六讲
(41)	第十七讲	第十七讲
(42)	第十八讲	第十八讲
(43)	第十九讲	第十九讲
(44)	第二十讲	第二十讲
(45)	第二十一讲	第二十一讲
(46)	第二十二讲	第二十二讲
(47)	第二十三讲	第二十三讲
(48)	第二十四讲	第二十四讲
(49)	第二十五讲	第二十五讲
(50)	第二十六讲	第二十六讲
(51)	第二十七讲	第二十七讲
(52)	第二十八讲	第二十八讲
(53)	第二十九讲	第二十九讲
(54)	第三十讲	第三十讲

# 第一讲 函数的概念及性质

## 一、内容提要

### 1. 函数的概念

**定义** 设  $x$  和  $y$  是两个变量,  $D$  是已知数集, 如果对于每一数  $x \in D$ , 变量  $y$  按照一定的法则  $f$  有确定的数值和它对应, 则称  $y$  是  $x$  的函数, 记作  $y = f(x)$ .  $x$  叫做自变量,  $y$  叫做因变量, 数集  $D$  叫做这个函数的定义域, 数集  $W = \{y | y = f(x), x \in D\}$  叫做这个函数的值域.

### 2. 函数的特性

#### (1) 函数的有界性

设函数  $y = f(x)$  在区间  $I$  上有定义, 如果存在某一正数  $M$ , 使得对于一切  $x \in I$  都有

$$|f(x)| \leq M$$

则称  $f(x)$  在区间  $I$  上有界, 否则称  $f(x)$  在区间  $I$  上无界.

#### (2) 函数的单调性

设函数  $y = f(x)$  在区间  $I$  上有定义, 如果对于任意的  $x_1, x_2 \in I$ , 当  $x_1 < x_2$  时都有

$$f(x_1) < f(x_2) \quad (\text{或 } f(x_1) > f(x_2))$$

则称函数  $f(x)$  在区间  $I$  上是单调增加(或单调减少)的.

#### (3) 函数的奇偶性

设函数  $f(x)$  在对称区间  $(-l, l)$  上有定义, 如果对于任意

的  $x \in (-l, l)$  都有

$$f(-x) = -f(x) \quad (\text{或 } f(-x) = f(x))$$

则称函数  $f(x)$  为奇函数(或偶函数).

#### (4) 函数的周期性

设函数  $y = f(x)$ , 如果存在不为零的实数  $T$ , 使得对于定义域内的任何  $x$  都有

$$f(x + T) = f(x)$$

则称  $f(x)$  为周期函数,  $T$  称为  $f(x)$  的周期. 通常我们说的周期是指最小正周期.

### 3. 反函数

设函数  $y = f(x)$  的定义域为  $D$ , 值域为  $W$ , 如果对任一  $y \in W$ , 都有  $x \in D$  使得

$\exists x \in D \text{ 使得 } f(x) = y$   
则  $x$  是  $y$  的函数, 称此函数为已知函数  $y = f(x)$  的反函数, 记为  $x = f^{-1}(y)$ , 其定义域为  $W$ , 值域为  $D$ .

习惯上, 把  $y = f(x)$  的反函数表示为  $y = f^{-1}(x)$ .

### 4. 复合函数

设函数  $y = f(u)$  的定义域为  $D_f$ , 函数  $u = \varphi(x)$  的定义域为  $D_\varphi$ , 值域为  $W_\varphi$ , 且  $W_\varphi$  与  $D_f$  的交集非空, 记  $G = W_\varphi \cap D_f$ ,  $D_1 = \{x | x \in D_\varphi \text{ 且 } u = \varphi(x) \in G\}$ , 若对任一  $x \in D_1$ , 通过变量  $u$  有  $y$  值与之对应, 则在  $D_1$  上确定  $y$  是  $x$  的函数, 称为由函数  $y = f(u)$  和函数  $u = \varphi(x)$  复合而成的复合函数, 记为  $y = f[\varphi(x)]$ , 其定义域为  $D_1$ , 其中  $x$  为自变量,  $y$  为因变量,  $u$  为中间变量.

### 5. 初等函数

#### (1) 基本初等函数

幂函数  $y = x^\mu$  ( $\mu \in R$  且  $\mu \neq 0$ ),

- 指数函数  $y = a^x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ );
- 对数函数  $y = \log_a x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ );
- 三角函数  $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x,$   
 $y = \sec x, y = \csc x;$
- 反三角函数  $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \arctan x,$   
 $y = \operatorname{arccot} x.$

## (2) 初等函数

由常数和基本初等函数经有限次四则运算及有限次复合所构成且能用一个解析式子表示的函数叫做初等函数。

## 二、基本要求

- 理解函数的概念,了解函数的几个特性;
- 理解反函数、复合函数的概念;
- 熟悉基本初等函数的性质及其图形;
- 能列出简单实际问题中的函数关系。

## 三、典型例题

1. 判定下列每对函数是否相同?

$$(1) y = \ln x^2 \text{ 与 } y = 2 \ln x \quad (2) y = \sqrt{x^2} \text{ 与 } y = |x|$$

解 两个函数  $f(x)$  和  $g(x)$  相同是指它们有相同的定义域和相同的对应规则。

(1)  $y = \ln x^2$  的定义域为  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , 而  $y = 2 \ln x$  的定义域为  $(0, +\infty)$ , 因此它们是两个不同的函数。如果只考虑  $x > 0$ , 则  $y = \ln x^2$  与  $y = 2 \ln x$  就是相同的函数。

(2)  $y = \sqrt{x^2}$  与  $y = |x|$  的定义域都是  $(-\infty, +\infty)$ , 且  $\sqrt{x^2} = |x|$ , 因此  $y = \sqrt{x^2}$  与  $y = |x|$  是同一个函数。

2. 已知  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ , 求  $f[f(x)]$ ,  $f[f[f(x)]]$  及其定义域.

解 由于  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ ,  $x \neq -1$ , 所以

$$f[f(x)] = \frac{1-f(x)}{1+f(x)} = \frac{1-\frac{1-x}{1+x}}{1+\frac{1-x}{1+x}} = x$$

$$x \neq 1, f(x) \neq -1$$

但  $f(x)$  不可能等于  $-1$ , 故  $f[f(x)]$  的定义域为  $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$ .

$$f[f[f(x)]] = \frac{1-f[f(x)]}{1+f[f(x)]} = \frac{1-x}{1+x} = f(x)$$

定义域为  $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$ .

$$3. \text{ 设 } \varphi(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}, \quad f(x) = \begin{cases} \ln x, & x > \frac{1}{2} \\ 0, & x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

求  $f[\varphi(x)]$ ,  $\varphi[f(x)]$  的表达式.

解

$$f[\varphi(x)] = \begin{cases} \ln \varphi(x), & \varphi(x) > \frac{1}{2} \\ 0, & \varphi(x) \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \ln x^2, & -\infty < x < -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0, & -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 0 \\ \ln 1, & 0 < x < +\infty \end{cases}$$

$$\varphi[f(x)] = \begin{cases} [f(x)]^2, & f(x) \leq 0 \\ 1, & f(x) > 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0, & -\infty < x \leq \frac{1}{2} \\ (\ln x)^2, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ 1, & 1 < x < +\infty \end{cases}$$

4. 设  $f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2(1 + \sqrt{x^2 + 1})$ , 求  $f(\sqrt{x})$ .

解

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{x}\right) &= x^2(1 + \sqrt{x^2 + 1}) \\ &= \left(\frac{1}{x}\right)^2 \left[ 1 + \sqrt{\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1} \right] \end{aligned}$$

故

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \left( 1 + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} \right)$$

所以

$$f(\sqrt{x}) = \frac{1}{x} \left( 1 + \sqrt{\frac{1}{x} + 1} \right)$$

5. 已知  $f(x) = 2\ln x$ ,  $f[\varphi(x)] = \ln(1 - \ln x)$ , 求  $\varphi(x)$  的表达式及定义域.

解 由于  $f(x) + 2\ln x (x > 0)$

所以

$$f[\varphi(x)] = 2\ln x (x > 0)$$

又

$$f[\varphi(x)] = \ln(1 - \ln x)$$

于是有

$$\ln(1 - \ln x) = 2\ln \varphi(x)$$

即

$$\varphi^2(x) = 1 - \ln x$$

由于  $\varphi(x) > 0$ , 故得

$$\varphi(x) = \sqrt{1 - \ln x}$$

$\varphi(x)$  的定义域为  $(0, e)$ .

6. 求函数  $y = \frac{e^x}{1+e^x}$  的反函数, 并求函数的定义域.

解 由  $y = \frac{e^x}{1+e^x}$  得  $e^x = \frac{y}{1-y}$ , 则

$$x = \ln \frac{y}{1-y}$$

用  $x$  表示自变量,  $y$  表示因变量, 则  $y = \frac{e^x}{1+e^x}$  的反函数为

$$y = \ln \frac{x}{1-x}$$

下面求它的定义域, 解不等式

$$\frac{x}{1-x} > 0$$

得定义域为  $(0, 1)$ .

7. 判断下列函数的奇偶性

$$(1) f(x) = (2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x;$$

$$(2) f(x) = \lg \frac{1-x}{1+x};$$

$$(3) f(x) = (x^2 + x) \sin x.$$

解

$$(1) f(-x) = (2 + \sqrt{3})^{-x} + (2 - \sqrt{3})^{-x}$$

$$= \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^x} + \frac{1}{(2 - \sqrt{3})^x}$$

$$= \frac{(2 - \sqrt{3})^x}{(2 + \sqrt{3})^x (2 - \sqrt{3})^x}$$

$$+ \frac{(2 + \sqrt{3})^x}{(2 - \sqrt{3})^x (2 + \sqrt{3})^x}$$

$$= (2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = f(x)$$

所以  $f(x)$  为偶函数.

(2) 因为

$$f(-x) = \lg \frac{1 - (-x)}{1 + (-x)} = \lg \frac{1 + x}{1 - x}$$
$$= -\lg \frac{1 - x}{1 + x} = -f(x)$$

所以  $f(x)$  为奇函数

$$(3) f(-x) = [(-x)^2 + (-x)] \sin(-x) = -(x^2 - x) \sin x$$

它不满足  $f(-x) = f(x)$ , 也不满足  $f(-x) = -f(x)$ , 所以  $f(x) = (x^2 + x) \sin x$ , 即不是奇函数, 也不是偶函数.

8. 设  $f(x)$  满足  $af(x) + bf\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{c}{x}$ , 其中  $a, b, c$  为常数,

且  $|a| \neq |b|$ , 证明  $f(x)$  是奇函数.

证 先要设法求出  $f(x)$  的表达式, 在  $af(x) + bf\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{c}{x}$

中, 把  $x$  换成  $\frac{1}{x}$ , 得

$$af\left(\frac{1}{x}\right) + bf(x) = cx$$

若  $a = 0$ ,  $f(x) = \frac{c}{b}x$ , 显然  $f(x)$  为奇函数.

若  $a \neq 0$ , 解出  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{a}[cx - bf(x)]$  代入原式, 得

$$af(x) + \frac{b}{a}[cx - bf(x)] = \frac{c}{x}$$
$$f(x) = \frac{\frac{c}{x} - \frac{bc}{a}x}{\frac{a}{a} - \frac{b^2}{a}} = \frac{c\left(\frac{a}{x} - bx\right)}{a^2 - b^2}$$

$$f(-x) = \frac{c}{a^2 - b^2} \left( -\frac{a}{x} + bx \right)$$
$$= -\frac{c}{a^2 - b^2} \left( \frac{a}{x} - bx \right) = -f(x)$$

由此知  $f(x)$  为奇函数.

### 9. 莱利克莱函数的表达式为

$$D(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数} \\ 0, & x \text{ 为无理数} \end{cases}$$

试问(1)该函数是否有界? (2)是否为周期函数? 若是周期函数, 最小正周期是多少? (3)是否为单调函数? (4)是否具有奇偶性?

解 (1)  $D(x)$  是有界函数. 因为对一切  $x \in (-\infty, +\infty)$  都有  $|D(x)| \leq 1$ .

(2) 设  $r$  是任意有理数, 因为对任意  $x$  都有

$$D(x + r) = D(x)$$

所以  $D(x)$  是周期函数. 但由于有理数中没有最小正有理数, 故  $D(x)$  无最小正周期.

(3)  $D(x)$  不是单调函数.

(4)  $D(x)$  是偶函数. 因为若  $x$  为有理数, 则  $-x$  也为有理数, 有

$$D(-x) = D(x)$$

若  $x$  为无理数, 则  $-x$  也为无理数, 也有

$$D(-x) = D(x)$$

10. 若函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上有定义, 且为偶函数, 又  $f(x)$  的图形关于直线  $x=2$  对称, 证明  $f(x)$  是以 4 为周期的周期函数.

证 由已知知  $f(x)=f(-x)$ , 又  $f(x)$  的图形关于直线  $x=2$  对称, 故有

$$f(x) = f(4-x)$$

于是由上两式得

$$f(-x) = f(4-x)$$

再用  $x$  代替  $-x$  得  $f(x)=f(4+x)$ , 即知  $f(x)$  是以 4 为周期的函数.

11. 设  $\varphi(x)$ 、 $f(x)$ 、 $F(x)$  均为单调增函数, 试证: 若  $\varphi(x) \leq f(x) \leq F(x)$ , 则  $\varphi[\varphi(x)] \leq f[f(x)] \leq F[F(x)]$ .

证 因为  $\varphi(x)$ 、 $f(x)$ 、 $F(x)$  均为单调增函数，又  $\varphi(x) \leq f(x) \leq F(x)$ ，于是可得

$$f[\varphi(x)] \leq f[f(x)] \leq f[F(x)]$$

而  $\varphi(x) \leq f(x)$ ，所以  $\varphi[\varphi(x)] \leq f[\varphi(x)]$ 。

又  $f(x) \leq F(x)$ ，可得  $f[F(x)] \leq F[F(x)]$ 。

因此

$$\varphi[\varphi(x)] \leq f[f(x)] \leq F[F(x)].$$

12. 设函数  $y = f(x)$  的定义域为  $[0, 1]$ ，求  $f[\lg x]$ 、 $f(\sin x)$ 、 $f(\sqrt{1-x^2})$  的定义域。

解 由于  $y = f(x)$  的定义域为  $[0, 1]$ ，因此有  $0 \leq \lg x \leq 1$ ，解得  $1 \leq x \leq 10$ ，故  $f(\lg x)$  的定义域为  $[1, 10]$ 。

对于  $f(\sin x)$ ，有  $0 \leq \sin x \leq 1$  得，

$$2n\pi \leq x \leq (2n+1)\pi \quad (n \text{ 为整数})$$

所以  $f(\sin x)$  的定义域为  $[2n\pi, (2n+1)\pi] (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$  的并集。

对于  $f(\sqrt{1-x^2})$ ，有  $0 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1$ ，得  $-1 \leq x \leq 1$ ，故  $f(\sqrt{1-x^2})$  的定义域为  $[-1, 1]$ 。

13. 设  $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ ，求  $f(2x) + f(x+1)$ 。

解 由

$$f(2x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq 2x \leq 1 \\ 2, & 1 < 2x \leq 2 \end{cases}$$

得

$$f(2x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 2, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

其定义域为  $[0, 1]$ 。

由

$$f(x+1) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x+1 \leq 1 \\ 2, & 1 < x+1 \leq 2 \end{cases}$$

得

$$f(x+1) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 0 \\ 2, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

其定义域为  $[-1, 1]$ . 故

$$\begin{aligned} f(2x) + f(x+1) &= \begin{cases} 1+1, & x=0 \\ 1+2, & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 2+2, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \\ &= \begin{cases} 2, & x=0 \\ 3, & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 4, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

14. 在图 1-1 中所示的等腰梯形  $ABCD$  中设  $AD=a$ ,  $BC=b$  ( $a < b$ ), 高  $HB=h$ , 引直线  $MN \parallel BH$ ,  $MN$  与顶点  $A$  相距  $AM=x$  ( $0 \leq x \leq a$ ), 试将直线  $MN$  的左边图形的面积  $S$  表示成变量  $x$  的函数

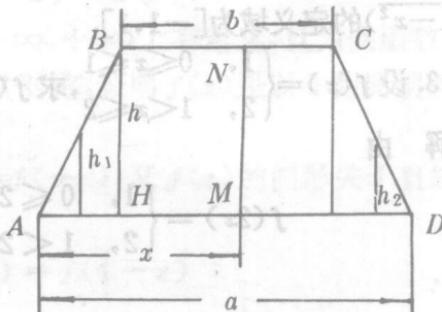


图 1-1

解 当  $0 \leq x \leq \frac{a-b}{2}$  时, 图形为一三角形, 面积为

$$S_1(x) = \frac{1}{2}xh_1$$