

大学物理

上册

主编 姚建明 薛江蓉

 北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

04/332

:1

2008

大学物理

上册

主 编 姚建明 薛江蓉

 北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

本书是编者结合自己多年使用的多媒体课件编写的。书中强调物理知识介绍的系统性、内容的可读性并力求简单明了的编写风格,每一章的最前面都给出了学习建议,可以帮助读者学习;每一章的最后面都有“知识扩展”、“历史连接”或“实验连接”,开阔读者的视野;习题只给出了最基本的要求题目,力求少而精,针对性强,并给出复习简表。全书分为23章,上下两册,本书是上册。

本书可作为综合大学和师范大学理工科非物理类专业90~130学时基础物理学课程教材,也可作为其他高等学校的理工科专业的选用教材和中学物理教师进修、自学使用。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

大学物理.上册/姚建明,薛江蓉主编. —北京:北京理工大学出版社, 2008.1

ISBN 978-7-5640-1417-9

I. 大… II. ①姚…②薛… III. 物理学-高等学校-教材 IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 010398 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / [http:// www. bitpress. com. cn](http://www.bitpress.com.cn)

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 保定市中华美凯印刷有限公司

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 13.5

字 数 / 310 千字

版 次 / 2008 年 1 月第 1 版 2008 年 1 月第 1 次印刷

印 数 / 1~7000 册

定 价 / 25.00 元

责任校对 / 陈玉梅

责任印制 / 周瑞红

图书出现印装质量问题,本社负责调换

前 言

PREFACE

《物理学》是一门古老而基础的学科,这是每个自然科学工作者和学习者所认同的。但是,在认同的背后,在理解的层面上却存在着巨大的差异。许多人,只看到了《物理学》的古老,而跟不上科学发展的步伐;许多人,只强调了基础,忽视了《物理学》的实用性和科学前瞻性。《大学物理》在高等学校中始终是一门很重要的基础课,无论是教师还是学生,都能认识到它的古老和基础的特性。同样,也有很多人,就只认识到了这一层面。尤其体现在教材上,存在着包含的知识越来越多,延伸的知识越来越深奥,学生越来越看不懂直至放弃教科书的现象。

我国的高等教育已经进入了“大众化教育”阶段,学生整体的基本素质在下降,学生之间的水平差距也在加大。这就使得我们不能再用老一套的教学方法和教材去教授《大学物理》。而且,目前越来越多的老师和学生认识到,大学并不是学生学习知识的场所,而是锻炼自己能力,提高生存本能的训练“基地”。这就要求我们的课程,包括基础课程,首先要做到贴近学生和教师,也就是首先要具备“可读性”;其次,“大众化教育”导致层次较低的高等院校的学生水平更加跟不上“正常”的要求,这就需要我们,在教学中要花很多的精力去调动学生学习物理学的积极性,而一本更适合他们知识水平和理解能力,简单而实用的教材,将起到“事半功倍”的作用。

现在,高等院校的《大学物理》教学,基本上都已经采用了多媒体技术。比较受学生的欢迎,但也存在着很多的问题。这时有一本与它们配套的教材将是十分解决问题的。每个学校的教学都有他们独自的特点,我们目前采用的“课件”经过我们精心的制作和多次的改造之后,已经很受学生的欢迎。但是,课件可以针对需要随时改造,课本就不行,所以造成课本和课件之间出现“脱节”的现象,而且,这种“脱节”恐怕会越来越严重。



所以,我们以我们的课件为蓝本,编写了这一套教材,优点是它将很适合我们的学生,缺点一定是适应面比较小。但在编写中我们是尽量避免这种情况发生的。所以,在知识的选择时,首先注意的是系统性,不打破物理学的正常体系;其次,注意知识点之间的连带关系。我们在每一章的最前面,都给出了学习建议,其中包括:需要的上课学时、本章节的特点和与其他内容的连带关系以及主要内容及要求。在学习内容的处理上,首要的要求是尽量简单明了,只介绍大学生应该知道的内容。为了让读者对章节的内容有一个深入的认识,我们在每一章的末了都加入了“知识扩展”或者“历史连接”等内容。以期让读者对知识有一个立体化的认识。为了加强学生的自主学习和让学生随时复习学过的内容,每一章习题的第一题都是我们设计的复习表格,让学生们去填空。习题的完整答案没有在本书中,我们把他们安排到了教材的辅助读物《大学物理复习指南》里。

本书的编写工作,第1~4章基础力学部分由薛江蓉老师完成;第5~6章刚体力学和相对论基础部分由夏雪琴老师完成;第7~8章振动波动部分由丛令梅老师完成;第9~11章波动光学由胡丽老师完成。薛江蓉老师负责统稿和最后校准;张红燕老师负责资料收集和插图及封面设计;姚建明老师负责制订编写计划、内容选择和最后定稿。

本教材适用于《大学物理》课时在90~130之间的教学安排,教学内容和教学要求比较适合本科生中中等偏下水平的学生。由于本书的基础素材来源于教学多媒体课件,所以,更适合于多媒体教学使用。

由于编者水平有限,书中难免出现错误和不当之处,希望使用本书的老师、学生和其他读者,随时提出宝贵意见。

编 者

2007-10-25 于浙江舟山

目 录

CONTENTS

第 1 章 质点运动学 / 1

1.1 质点运动的描述	1
1.1.1 质点、参考系	1
1.1.2 位置矢量 运动方程 位移	2
1.1.3 速度	4
1.1.4 加速度	7
1.2 加速度为恒矢量时的质点运动	9
1.2.1 加速度为恒矢量时质点的运动方程	10
1.2.2 斜抛运动	11
1.3 圆周运动	12
1.3.1 圆周运动的速度	12
1.3.2 圆周运动的切向加速度和法向加速度	12
1.3.3 圆周运动的极坐标系描述	15
1.3.4 线量与角量的关系	15
1.4 相对运动	16
1.4.1 时间与空间	16
1.4.2 相对运动	17
身边的小实验：研究抛体运动规律	18
习题	19

第 2 章 牛顿运动定律 / 21

2.1 牛顿定律	21
2.1.1 牛顿第一定律	21
2.1.2 牛顿第二定律	22
2.1.3 牛顿第三定律	23
2.2 物理量的单位和量纲	23



2.3 几种常见的力	24
2.3.1 万有引力	24
2.3.2 弹性力	25
2.3.3 摩擦力	25
2.4 牛顿定律的应用	26
2.5 牛顿定律的适用范围	29
2.5.1 惯性系	29
2.5.2 牛顿定律的适用范围	30
历史链接：经典力学的建立	30
习题	32

第3章 冲量和动量 / 34

3.1 质点和质点系的动量定理	34
3.1.1 冲量 质点的动量定理	34
3.1.2 质点系动量定理	36
3.2 动量守恒定律	39
实验链接：气垫导轨实验	40
习题	41

第4章 功和能 / 43

4.1 功	43
4.1.1 功的定义	43
4.1.2 几种常见力的功	46
4.1.3 功率	48
4.2 动能定理	49
4.2.1 质点动能定理	49
4.2.2 质点系动能定理	51
4.3 势能 功能原理 机械能守恒定律	52
4.3.1 势能	52
4.3.2 功能原理	52
4.3.3 机械能守恒定律	54
4.4 碰撞	55
知识扩展：火力发电	56
习题	60

第5章 刚体的定轴转动 / 62

5.1 刚体的定轴转动	62
5.1.1 刚体运动的基本形式	62
5.1.2 刚体转动的角速度和角加速度	64

5.1.3 刚体转动中的角量与线量	65
5.1.4 匀变速转动	66
5.2 刚体定轴转动定律	67
5.2.1 力矩	67
5.2.2 刚体定轴转动的转动定律	69
5.3 转动惯量的计算	70
5.3.1 转动惯量	70
5.3.2 平行轴定理	72
5.4 刚体定轴转动定律的应用	74
5.5 转动中的功和能	77
5.5.1 力矩的功	77
5.5.2 力矩的功率	77
5.5.3 转动动能	77
5.5.4 刚体绕定轴转动的动能定理	78
5.6 对定轴的角动量守恒定律	79
5.6.1 质点的角动量定理和角动量守恒定律	79
5.6.2 刚体定轴转动的角动量定理和角动量守恒定律	82
实验链接: 用三线摆法测定物体的转动惯量	86
习题	86

第 6 章 狭义相对论基础 / 88

6.1 伽利略变换式 牛顿的绝对时空观	88
6.1.1 经典力学的相对性原理	88
6.1.2 经典力学的绝对时空观	90
6.2 狭义相对论的基本假设 洛伦兹变换式	90
6.2.1 狭义相对论的基本原理	90
6.2.2 洛伦兹变换	91
6.3 狭义相对论的时空观	91
6.3.1 同时的相对性	91
6.3.2 长度收缩(洛伦兹收缩)	93
6.3.3 时间膨胀(时间延缓)	94
6.4 狭义相对论的动量与能量	97
6.4.1 相对论的动量与质量	97
6.4.2 狭义相对论的力学基本方程	97
6.4.3 相对论动能	98
6.4.4 质量和能量关系	99
6.4.5 能量与动量的关系	100
知识扩展: 迈克尔逊—莫雷零结果实验	102
习题	105



第7章 振动 / 107

7.1 简谐振动	107
7.2 简谐振动的特征量	109
7.3 简谐振动的旋转矢量法 相位差	111
* 7.3.1 简谐振动和圆周运动的类比	111
* 7.3.2 简谐振动的旋转矢量法	111
* 7.3.3 相位差	112
7.4 常见的简谐振动例子	116
* 7.4.1 单摆	116
* 7.4.2 复摆	116
7.5 简谐振动的能量特征	117
7.6 简谐运动的合成	118
* 7.6.1 同方向、同频率简谐运动的合成	119
* 7.6.2 同方向、不同频率简谐运动的合成 拍	121
* 7.6.3 两个相互垂直的同频率简谐运动的合成	123
* 7.6.4 相互垂直的不同频率简谐运动的合成 利萨如图形	125
7.7 阻尼振动 受迫振动 共振	125
* 7.7.1 阻尼振动	125
* 7.7.2 受迫振动	127
* 7.7.3 共振	128
实验链接: 相互垂直的不同频率简谐运动的合成实验	129
习题	129

第8章 机械波 / 131

8.1 机械波的基本概念	131
* 8.1.1 机械波	131
* 8.1.2 纵波和横波	132
* 8.1.3 描写波动过程中的物理量	133
* 8.1.4 波动过程的几何描述	133
8.2 平面简谐波的波函数	134
* 8.2.1 平面简谐波的波函数	134
* 8.2.2 波函数的物理意义	135
8.3 波的能量	139
* 8.3.1 波动过程中能量的传播	139
* 8.3.2 能流和能流密度	140
8.4 惠更斯原理 波的衍射、反射和折射	141
* 8.4.1 惠更斯原理	141
* 8.4.2 波的衍射	142

8.4.3 波的反射和折射	142
8.5 波的干涉	144
8.5.1 波的叠加	144
8.5.2 波的干涉	144
8.6 驻波	146
8.6.1 驻波的产生	146
8.6.2 驻波方程	146
8.6.3 相位的跃变	148
8.6.4 驻波的能量	148
8.6.5 振动的简正模式	149
8.7 声波 超声波 次声波	149
8.7.1 声波	149
8.7.2 超声波	150
8.7.3 次声波	151
8.8 多普勒效应	151
8.8.1 波源不动,观察者相对介质以速度 v_0 运动	152
8.8.2 观察者不动,波源相对介质以速度 v_s 运动	152
8.8.3 波源与观察者同时相对介质运动	153
知识扩展:多普勒效应测速	154
习题	157

第9章 光的干涉 / 159

9.1 相干光	159
9.1.1 光源	159
9.1.2 获得相干光的途径	160
9.2 光的干涉现象	161
9.2.1 杨氏双缝干涉实验	161
9.2.2 杨氏双缝干涉的光强分布	163
9.2.3 其他分波面干涉实验	164
9.3 光程与薄膜干涉	165
9.3.1 光程与光程差	165
9.3.2 薄膜干涉	166
9.3.2 薄膜干涉的应用:增透膜与增反膜	167
9.4 等厚干涉	169
9.4.1 劈尖干涉	170
9.4.2 牛顿环	171
9.4.3 等厚干涉的应用	172
9.5 等倾干涉	174
9.6 迈克尔逊干涉仪	175



历史连接: 托马斯·杨和杨氏双缝干涉实验	175
习题	177

第 10 章 光的衍射 / 179

10.1 衍射现象、惠更斯—菲涅耳原理	179
* 10.1.1 光的衍射现象	179
* 10.1.2 惠更斯—菲涅耳原理	180
10.2 单缝的夫琅禾费衍射	180
* 10.2.1 夫琅禾费衍射实验	180
* 10.2.2 夫琅禾费衍射的条纹分布	182
10.3 圆孔衍射与光学仪器的分辨本领	184
* 10.3.1 圆孔衍射	184
* 10.3.2 光学仪器的分辨本领	185
10.4 光栅衍射	186
* 10.4.1 光栅	186
* 10.4.2 光栅衍射	187
* 10.4.3 光栅衍射的光谱	188
10.5 X射线的衍射	189
* 10.5.1 X射线的产生	189
* 10.5.2 X射线的衍射	190
知识扩展: 伦琴与 X射线的发现	191
习题	192

第 11 章 光的偏振 / 194

11.1 光的偏振性	194
* 11.1.1 自然光与偏振光	194
* 11.1.2 起偏与检偏	195
* 11.1.3 马吕斯定律	195
11.2 反射光和折射光的偏振	196
11.3 双折射与偏振棱镜	198
* 11.3.1 双折射晶体	198
* 11.3.2 尼科耳棱镜	199
知识扩展: 光的偏振的应用	200
习题	201

参考文献 / 203

第 1 章 质点运动学

学 习 建 议

1. 课堂讲授为 6 学时左右。
2. 本章为力学中的运动学部分,与下一章动力学知识一起构成了经典力学的基础。
3. 学习基本要求:
 - (1) 掌握位置矢量、位移、加速度等描述质点运动及运动变化的物理量。理解这些物理量的矢量性、瞬时性和相对性。
 - (2) 理解运动方程的物理意义及作用,掌握运用运动方程确定质点的位置、位移、速度和加速度的方法,以及已知质点运动的加速度和初始条件求速度、运动方程的方法。
 - (3) 能计算质点在平面内运动时的速度和加速度,以及质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。
 - (4) 理解伽利略速度变换式,并会用它求简单的质点相对运动问题。

物理学是研究物质运动中最普遍、最基本运动形式的基本规律的学科。其中力学是研究物质运动中最简单、最常见的运动——机械运动规律的学科。所谓机械运动是指一个物体相对于另一个物体的位置随时间发生变化;或者一个物体内部的各部分之间的相对位置随时间发生变化的运动。力学一般分为运动学和动力学两大部分。运动学就是描述物体的空间存在和它的运动,动力学则主要针对物体运动或运动改变的原因的研究。

机械运动是自然界中物体运动的最一般的形式。机械运动的基本形式有平动和转动两种,其他更复杂的运动形式都可以看成这两种基本形式的组合。物体在平动过程中,若物体内各点的位置没有相对变化,那么各点所移动的路径完全相同,可用物体上任一点的运动来代表整个物体的运动,从而可研究物体的位置随时间而改变的情况,这就是质点运动学的研究内容。

1.1 质点运动的描述

1.1.1 质点、参考系

1. 质点

为了突出所要研究的主要问题,便于寻求规律,物理学常常把研究对象进行简化,使之抽象成理想模型。这种理想模型保留实际物体的主要特征,次要因素不予考虑或暂时不予



考虑。这类理想模型被称为“物理模型”，如质点、刚体、理想气体等都是物理模型。

经典力学研究宏观物体的运动，定义质点这个物理模型后，即可很方便地处理简单的力学问题，又能在此基础上，进一步研究复杂的力学问题。

质点是指在运动中可以忽略其线度大小而看作一个点的物体，或者说，它是一个具有质量的点（与几何点的区别）。质点保留了物体的两个特征：物体的质量和物体的空间位置。

质点是经过科学抽象而形成的理想化的物理模型。把物体当作质点是有条件的、相对的，而不是无条件的、绝对的，要具体情况具体分析。在如下情况时可把运动物体当作质点处理。

(1) 物体作平动。此时，物体内各点具有相同的速度和加速度，可把它当作一个质点来研究其运动，通常把物体的质心当作此质点的位置，认为物体的全部质量都集中在这个点上（如汽车在很平的高速公路上，平稳而匀速的行驶等……）；

(2) 运动物体的尺度比它运动的空间范围小很多。这时也可把此物体看作质点。例如，在研究地球绕太阳公转时，由于地球至太阳的平均距离约为地球半径的 10^4 倍，可以忽略地球的大小和转动，当作一个质点处理。

如果所研究的物体不能当作一个质点处理，我们可把运动物体看成若干个质点的集合——质点系。研究了其中每一个质点的运动后，整个物体运动情况也就清楚了。

2. 参考系

在自然界中所有的物体都在不停地运动，绝对静止不动的物体是没有的，这称为运动的绝对性。对某物体的运动进行描述，要选取不同的其他物体作为标准物。选取的标准物不同，对该物体运动情况的描述也就不同，这就是运动描述的相对性。

为描述物体运动而选的标准物叫参考物，以参考物为标准（中心）建立的量化的、具有方向的坐标系称之为参考系。不同的参考系对同一物体运动情况的描述是不同的，因此，在描述物体运动时，必须指明是对什么参考系而言。参考系的选择是任意的，在讨论地面上物体的运动时，通常选地球作为参考系。在处理具体的问题时，参考系的选取一般会有以下的“约定俗成”的原则：

- (1) 参考系的选取要具有“易得性”，即尽量选取常见的目标为参考物；
- (2) 参考系的选取要具有“简单性”，即在可能的参考系中选择关系最容易描述的；
- (3) 参考系的选取要具有“可转换性”，由于参考系的选择是任意的，所以，各种可用的参考系之间应该有某种必然的联系。

为了定量地确定质点的位置，描述其运动，要在所选择的参考系上建立一个坐标系。我们常见的坐标系有：直角坐标系、极坐标系、柱坐标系、球面坐标系等。

1.1.2 位置矢量 运动方程 位移

为定量描述物体运动必须先选定参考系，并在参考系上建立一个坐标系。

1. 位置矢量

确定质点 P 某一时刻在坐标系里的位置的物理量称位置矢量，简称位矢，用 r 来表示。例如，在如图 1.1 所示的直角坐标系中，在时刻 t ，质点 P 在坐标系里的位置可用位置矢量 $r(t)$ 表示。位置矢量是一个有向线段，其始端位于坐标系的原点 O ，末端与质点 P 在时刻 t 的位置相重合。从图 1.1 看出在时刻 t ， P 点的直角坐标 (x, y, z) 就是位矢 r 在 Ox 轴、 Oy

轴和 Oz 轴上的投影。用 i 、 j 、 k 分别表示沿 Ox 轴、 Oy 轴和 Oz 轴的单位方向矢量, 则位置矢量为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \quad (1-1)$$

位置矢量是既有大小、又有方向的, 位矢 r 的大小为

$$|\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位矢 r 的方向由它的方向余弦确定

$$\cos\alpha = \frac{x}{|\boldsymbol{r}|} \quad \cos\beta = \frac{y}{|\boldsymbol{r}|} \quad \cos\gamma = \frac{z}{|\boldsymbol{r}|}$$

式中 α 、 β 、 γ 分别是 r 与 Ox 轴、 Oy 轴和 Oz 轴之间的夹角。

2. 运动方程

质点相对参考系运动时, 用来确定质点位置的位矢 r 、质点的直角坐标 (x, y, z) 等是随时间 t 而变化的(如图 1.2), 是 t 的单值连续函数。

用位置矢量 r 表示质点的位置时, 有

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \quad (1-2)$$

用直角坐标 (x, y, z) 表示质点的位置时, 有

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

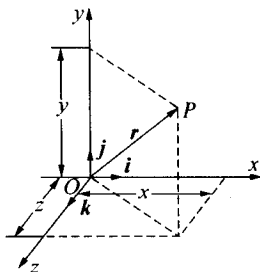


图 1.1 位置矢量

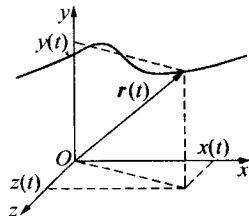


图 1.2 运动方程

式(1-2)、(1-3)从数学上确定了质点相对参考系的位置随时间变化的关系, 称为质点运动方程。式(1-2)是质点运动方程的矢量表示式, 式(1-3)是用直角坐标表示的质点运动方程。

知道质点运动方程, 就可以确定质点在任意时刻的位置, 从分量式中消去参数便得到了质点运动的轨迹方程。

我们应该知道, 运动学的重要任务之一就是要找出各种具体运动所遵循的运动方程。并且利用质点运动方程, 可以确定质点在任意时刻的速度和加速度等。

3. 位移

质点运动时, 其位置将随时间变化。设一质点在如图 1.3 所示的 Oxy 平面直角坐标系中, 质点从 t_1 时刻的位置 A 沿曲线运动, 到 t_2 时刻到达 B , 在时间间隔 Δt (从 t_1 到 t_2 时间段) 内, 质点的位置发生变化(从 A 点变化到 B 点), 质点相对于原点 O 的位矢由 r_A 变化到 r_B 。在该时间间隔 Δt 内的位置矢量的增量即为质点在该时间内的位移矢量, 简称位移。

位移可用由 A 向 B 所做的矢量 \overrightarrow{AB} 表示。位移的大小为 A 点与 B 点间的直线距离, 方向由起点 A 指向末点 B 。数学表达式为

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A \quad (1-4a)$$

若 A 点、 B 点的位置矢量分别为

$$\boldsymbol{r}_A = x_A\boldsymbol{i} + y_A\boldsymbol{j}$$



$$\mathbf{r}_B = x_B \mathbf{i} + y_B \mathbf{j}$$

则
$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = (x_B - x_A) \mathbf{i} + (y_B - y_A) \mathbf{j} \quad (1-4b)$$

上式表明,当质点在平面上运动时,它的位移等于在 x 轴和 y 轴上的位移的矢量和,如图 1.4 所示。

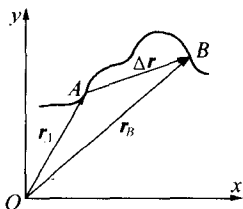


图 1.3 位移

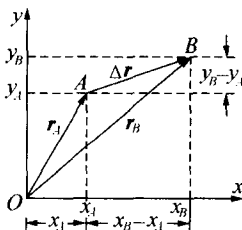


图 1.4 位移的分量

若质点在三维空间运动,在直角坐标系的位移为

$$\Delta \mathbf{r} = (x_B - x_A) \mathbf{i} + (y_B - y_A) \mathbf{j} + (z_B - z_A) \mathbf{k}$$

注意 位移是描述质点位置变化的物理量,它只表示位置变化的实际效果,并非质点所经历的路程。在图 1.3 中,曲线所示的路径是质点实际运动的轨迹,轨迹的长度为质点所经历的路程,而位移则是 $\Delta \mathbf{r}$ 。当质点经一闭合路径回到原来的起始位置时,位移为零,而路程却不为零。所以,质点的位移和路程是两个完全不同的概念。只有在 Δt 取得很小的极限情况下,位移的大小 $|\mathbf{dr}|$ 才可视为与路程没区别。

另外,位移(即位置矢量的增量)的大小 $|\Delta \mathbf{r}|$ 与位置矢量大小的增量 Δr 一般不相等。设时间 Δt 内位置矢量的大小增量为 Δr ,则 $\Delta r = |r_B| - |r_A|$ 。

1.1.3 速度

1. 平均速度

设一质点在平面上沿轨迹 AB 作曲线运动,如图 1.5 所示。在时刻 t ,它处于点 A ,其位矢为 $\mathbf{r}(t)$,在时刻 $t + \Delta t$,它处于点 B ,其位矢为 $\mathbf{r}(t + \Delta t)$,在 Δt 时间内,质点的位移为

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$$

质点的位移 $\Delta \mathbf{r}$ 与发生这个位移所经历的时间 Δt 之比,称为这段时间内质点的平均速度,用 $\bar{\mathbf{v}}$ 表示,即

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-5)$$

而 $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t) = (x_{t+\Delta t} - x_t) \mathbf{i} + (y_{t+\Delta t} - y_t) \mathbf{j} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j}$, 所以平均速度可写成

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \mathbf{j} = \bar{v}_x \mathbf{i} + \bar{v}_y \mathbf{j}$$

注:平均速度是矢量,其方向与位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的方向相同,其大小为 $|\bar{\mathbf{v}}| = \left| \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right|$ 。平均速度

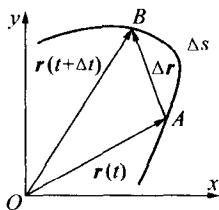


图 1.5 速度描述

表示在时间 Δt 内位置矢量 $\mathbf{r}(t)$ 随时间的平均变化率。

平均速度只能对时间 Δt 内质点位置随时间变化的情况进行粗略地描述。

2. 瞬时速度

为了精确描述质点的运动状态,我们将时间 Δt 无限减小,并当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均速度的极限值叫做瞬时速度(简称速度),用 \mathbf{v} 表示,即

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-6)$$

从上式可知,速度等于位置矢量对时间的一阶导数。只要知道质点运动方程的矢量表达式 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$,就可以求出质点的速度。

对于三维直角坐标来说,因 $\Delta \mathbf{r} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k}$, 所以速度

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{i} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \mathbf{j} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta t} \mathbf{k} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k} \\ &= v_x + v_y + v_z \\ &= v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \end{aligned} \quad (1-7)$$

式中 v_x 、 v_y 、 v_z 分别表示速度 \mathbf{v} 在坐标 x 轴、 y 轴、 z 轴上的投影。由式(1-7)可得

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} \\ v_y &= \frac{dy}{dt} \\ v_z &= \frac{dz}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

即速度沿直角坐标系中某一坐标轴的投影,等于质点对应该轴的坐标对时间的一阶导数。

速度的大小为

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

速度的方向表示为

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{|\mathbf{v}|} \quad \cos \beta = \frac{v_y}{|\mathbf{v}|} \quad \cos \gamma = \frac{v_z}{|\mathbf{v}|}$$

式中 α 、 β 、 γ 分别是 \mathbf{v} 与 Ox 轴、 Oy 轴和 Oz 轴之间的夹角。

注意 速度是矢量,其大小反映了 t 时刻质点运动的快慢;其方向就是 t 时刻质点运动的方向,即该时刻质点所在位置点轨迹的切线方向,指向运动的一方。

速度的大小称为速率,可用 v 或 $|\mathbf{v}|$ 表示, $\mathbf{v} = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|$ 。一般情况下, $\mathbf{v} \neq \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|$ 。有些情况下,对于平面曲线运动,质点相对参考系的运动轨迹是已知的,在这种情况下,可以在自然坐标系中对质点的运动进行描述。

自然坐标系的建立:在已知的运动轨迹上任选一固定点 O ,规定 O 点起,沿轨迹的某一方向(例如向右)量得的曲线长度 s 取正值,这个方向常称为自然坐标的正向;反之为负向, s

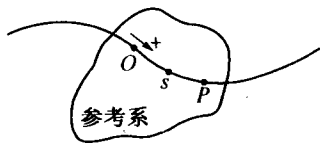


图 1.6 自然坐标系



取负值,如图1.6所示。这样质点在轨迹上的位置就可以用 s 唯一地确定, O 点称为自然坐标的原点, s 称为自然坐标。显然 s 和直角坐标 x, y, z 一样是代数量,其大小反映了质点与原点之间沿轨迹曲线的距离,其正负表明这个曲线距离是从轨迹原点起沿哪个方向度量的。

在图1.5所示的质点运动参考系中建立自然坐标系, Δs 为质点在 Δt 内从起始点 A 到点 B 自然坐标的增量。当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $|\Delta r| = \Delta s$,则 $v = |\boldsymbol{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta r|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$,即 $v = \frac{ds}{dt}$ 。

例 1.1 设质点的运动方程为 $\begin{cases} x(t) = 2\sin 5t \\ y(t) = 2\cos 5t \end{cases}$ 求(1)质点的轨道方程;(2)任意时刻的位矢;(3)任意时刻的速度矢量和速度大小。

解 (1) 消去运动方程中时间,得轨道方程为

$$x^2 + y^2 = 2^2$$

$$(2) \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} = 2\sin 5t \boldsymbol{i} + 2\cos 5t \boldsymbol{j}$$

$$(3) \boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = 10\cos 5t \boldsymbol{i} - 10\sin 5t \boldsymbol{j}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 10 \text{ (m/s)}$$

例 1.2 设质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j}$,其中 $x(t) = (1\text{m} \cdot \text{s}^{-1})t + 2\text{m}$, $y(t) = \left(\frac{1}{4}\text{m} \cdot \text{s}^{-2}\right)t^2 + 2\text{m}$ 。求(1) $t=3\text{s}$ 时的速度;(2)作出质点的运动轨迹图。

解 (1) 由题意可得速度在 x, y 轴上的投影分别为

$$\boldsymbol{v}_x = \frac{dx}{dt} = 1\text{m} \cdot \text{s}^{-1}, \boldsymbol{v}_y = \frac{dy}{dt} = \left(\frac{1}{2}\text{m} \cdot \text{s}^{-2}\right)t$$

$$t=3\text{s} \text{ 时速度为 } \boldsymbol{v} = (1\text{m} \cdot \text{s}^{-1})\boldsymbol{i} + (1.5\text{m} \cdot \text{s}^{-1})\boldsymbol{j}$$

速度 \boldsymbol{v} 与 x 轴之间的夹角

$$\theta = \arctan \frac{1.5}{1} = 56.3^\circ$$

(2) 运动方程

$$x(t) = (1\text{m} \cdot \text{s}^{-1})t + 2\text{m}$$

$$y(t) = \left(\frac{1}{4}\text{m} \cdot \text{s}^{-2}\right)t^2 + 2\text{m}$$

运动方程消去参数 t 可得轨迹方程为

$$y = \left(\frac{1}{4}\text{m}^{-1}\right)x^2 - x + 3\text{m}$$

质点的运动轨迹图如下: