

碧海书道 BOOK HOUSE 高等学校数学
学习辅导丛书

10年金版

INSTRUCTION TEXTBOOK SERIES
FOR MATHEMATICS

概率论与数理统计 习题全解

丛书主编 / 北京航空航天大学 徐兵

编著 王丽燕 柳 扬

配人大修订版



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

碧海书道
BOOK HOUSE

高等学校数学
学习辅导丛书

10年金版

INSTRUCTION TEXTBOOK SERIES
FOR MATHEMATICS

概率论与数理统计 习题全解

丛书主编/北京航空航天大学 徐兵

编著 王丽燕 柳 扬

配人大修订版



大连理工大学出版社

DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计习题全解(配人大修订版) / 王丽燕, 柳扬编著.
2 版 — 大连: 大连理工大学出版社, 2006. 7
高等学校数学学习辅导丛书
ISBN 7-5611-2375-2

I. 概… II. ①王… ②柳… III. ①概率论—高等学校—解题
②数理统计—高等学校—解题 IV. O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 075391 号

大连理工大学出版社出版

地址: 大连市软件园路 80 号 邮政编码: 116023

发行: 0411-84708842 邮购: 0411-84703636 传真: 0411-84701466

E-mail: dutp@dutp.cn URL: <http://www.dutp.cn>

大连业发印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸: 147mm×210mm	印张: 6.75	字数: 198 千字
2006 年 7 月第 2 版	2006 年 9 月第 6 次印刷	

责任编辑: 梁 锋 于建辉	责任校对: 碧 海
封面设计: 熔 点	

定 价: 9.00 元

丛书特色

名校名师亲自编写 作者教学经验丰富，深受学生欢迎，作者亲力亲为。

立体化多层次设计 精心设计四大系列丛书：

- ◆**习题全解（全析）系列** “不是好学生的作业本，而是优秀教师习题课的教案”。
- ◆**同步辅导系列** 帮助学生适应从中学到大学学习方式的转变。
- ◆**全程学习指导系列** 培养学生基本解题能力，同时兼顾考研基本题型的介绍，使课程学习与考研准备相衔接。
- ◆**典型题精讲系列** 在更高层次上引导学生掌握数学算理与数学思想。

全新理念，全新组合 帮助读者培养用数学思想进行逻辑思考的能力，用数学力增强读者的竞争力。

编读互动

免费下载学习资源 设有专用网站，读者可以免费下载自测试题，拜读相关知名人士的教学、人生心得。

自选名师亲自答疑 读者可以将问题发到指定邮箱，并可指定编委会的任一老师给予解答。

挑错有礼 真诚欢迎读者指正书中的编写及印刷错误并提出合理化建议，一经核实并采纳，我们将对最早提出的读者赠送相关图书。

联系方式

网 址：<http://bhsd.dutp.cn>

E-mail：bihaishudao@dutp.cn

电 话：0411-84708947；84707962

通讯地址：大连市软件园路80号理工科技园B座
大连理工大学出版社

科技教育出版中心“碧海书道”收

邮政编码：116023

团购热线：0411-84708898

**我们坚决反对假借知名高校名义
并编造作者的行为！**

我们坚决抵制让学生代笔的行为！

我们致力于打造“零差错”图书！

碧海扬帆书做伴 长空翱翔道为先
碧海书道 强势推出

高等学校数学学习辅导丛书

习题全解(全析)系列

高等数学学习题全解全析(配同济五版)

线性代数习题全解全析(配同济四版)

概率论与数理统计习题全解全析(配浙大三版)

微积分习题全解(配人大修订版)

线性代数习题全解(配人大三版)

概率论与数理统计习题全解(配人大修订版)

数学分析习题全解全析(配华东师大三版)

高等代数习题全解全析(配高教四版)

近世代数习题全解全析

同步辅导系列

高等数学同步辅导(配同济五版)

线性代数同步辅导(配同济四版)

概率论与数理统计同步辅导(配浙大三版)

全程学习指导系列

高等数学全程学习指导(配同济五版)

线性代数全程学习指导(配同济四版)

概率论与数理统计全程学习指导(配浙大三版)

微积分全程学习指导(配人大修订版)

线性代数全程学习指导(配人大三版)

概率论与数理统计全程学习指导(配人大修订版)

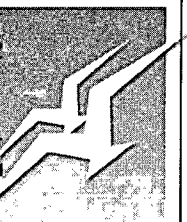
典型题精讲系列

高等数学典型题精讲

线性代数典型题精讲

封面设计:  熔点创意
MELTING POINT

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

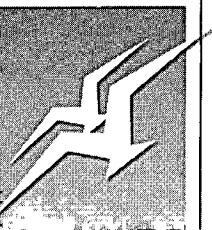


高等学校数学学习辅导丛书

编写委员会

主 任	北京航空航天大学	徐 兵	教授
副主任	清华大学	韩云瑞	教授
委 员	大连理工大学	姜乃斌	教授
	浙江大学	秦禹春	教授
	大连大学	王丽燕	教授
	大连海事大学	王志平	教授
	南开大学	周概容	教授

INSTRUCTION
TEXTBOOK SERIES
FOR MATHEMATICS



总序

大学数学是高等学校各门类、专业学生必修的基础课,对理工类、经管类学生都非常重要。21 世纪是知识经济时代,数学的重要性更显突出,人们甚至把“数学力”看作是“竞争力、成功力、管理力、领导力”。对于准备报考研究生的同学来说,其重要性更是不言而喻。

作为一名从事大学数学教学和科研工作 40 余年的教师,我一直密切关注着大学数学的教育状况。我很早就注意到大连理工大学出版社一直在为学生提供高质量的教学辅导书而努力着。10 多年来,该社先后出版了 50 余种相关的大学数学辅导图书,我经常在课堂上、自习课上、考研辅导班上看到学生们在使用。我也多次仔细阅读他们的辅导书,对于图书的内在质量和选题设计,我非常认可,因此经常向学生推荐。在目前浮躁的图书市场上,大连理工大学出版社的这种真正为学生考虑的做法是非常值得弘扬的。

在出版社推出《高等学校数学系列辅导丛书》10 周年之际,我受出版社之托,担任该系列丛书编委会主任,深感责任重大。一方面,需要延续出版社一直追求的高质量的图书内在品质;另一方面,需要在对现有图书进行规划和整合的基础上,结合目前学生的需求、高校课程教学的基本要求与教学状况以及最新《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》有所创新。为此,本次修订主要围绕以下几个方面展开:

第一,坚持聘请名校名师亲自编写的原则。本套丛书编委会的成员全部来自知名高校,并且都是知名教师。例如,韩云瑞教授在清华大学“学生心目中的好老师”评选活动中,2005、2006 连续两年全校排名第一;大连大学的王丽燕教授一直是“学生最喜爱的老师”;南开大学的周概容教授连续 17 年担任考研《概率论与数理统计》命题组组长。这些优秀教师多年积累的教学经验一定会给学生带来意想不到的收获。

第二,对于全部习题进行重新演算,以保证解题过程的正确,而

INSTRUCTION
TEXTBOOK SERIES
FOR MATHEMATICS



且在编委会成员之间相互切磋。对于典型习题,努力寻求最优解法,对于重点例题、习题给出多种解法,以帮助学生打开解题思路。我们希望通过编委会的共同努力,可以让读者真正掌握大学数学的思想和算理。

第三,针对学生不同的学习阶段,设计了不同层次的系列图书,力图为学生提供学习数学的立体空间,引导学生全方位、多角度逐步认识并掌握大学数学,从而使得每本书都成为学生天天见面的辅导老师。大一新生刚进大学校门,要尽快适应大学的学习环境,注重夯实大学数学的基础,为学习专业课打下基础;高年级阶段,很多学生准备进一步学习深造,报考研究生,对大学数学需要进行全面复习及提高。针对这些特点,本套丛书设计了四大系列。

习题全解(全析)系列 为读者解答教材中的习题,像习题课一样,与学生们一起通过对习题的分析、讨论、求解、总结,扎实掌握基础知识,领悟数学的真谛。本系列图书“不是好学生的作业本,而是优秀教师习题课的教案”。读者也可以将该系列丛书作为工具书与教材配套使用。

同步辅导系列 按节同步,讲解细致,其主要特点是“基础、同步”,帮助读者重点掌握大学数学中的“基本概念、基本理论、基本方法”。本书可以帮助学生逐步适应从中学时代“以老师讲解为主”到大学时代“以学生自学为主”学习方式的转变。

全程学习指导系列 指导学生准确理解大学数学中的概念、原理,熟练掌握解题的基本思路、方法,提高分析问题、解决问题的能力,同时,让学生熟悉研究生考试的各类题型,在大学低年级阶段就为将来报考研究生打下坚实的基础并提前做好准备。

典型题精讲系列 以习题讲解为主,在注重基本解题能力培养的同时,增加了一些题目难度较大、但颇具特色的习题,在更高层次上引导学生掌握数学的算理与数学思想。

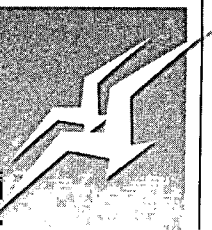
我们欢迎读者通过各种方式与我们联系,提出建议与意见,利于本套丛书千锤百炼,惠及更多学子。

祝大家学习进步,前程似锦!

徐 兵

2006年6月

于北京航空航天大学



编者的话

近年来,大学数学方面的学习辅导书种类逐渐增多,学生们每人手中持有一种乃至数种。这其中不乏精品之作,但多数又不尽如人意。作为从教多年的教师,看到学生们渴望知识的热情,以及应试的压力,强烈的责任感驱使我们有一种将多年教学经验述于纸面的冲动,同样的责任感又使得我们迟迟没有动笔,生怕在已有的热闹非凡的出版市场上平添平庸之作,浪费时间,浪费纸张,浪费资源。

大连理工大学出版社提出要组织编写一套《习题全解(全析)》系列图书,编辑们对该系列图书清晰的思路与准确的定位,与我们的想法一拍即合,立即触发了我们的编写欲望。我们多次征求本科生、专科生,乃至研究生的意见,更加坚定了我们写好本书的信心,进一步明确了本书的定位,这就是——像习题课一样,与学生们一起通过对习题的分析、讨论、求解、总结,扎实掌握大学数学的基础,领悟大学数学的真谛。这就是我们写作本书的初衷。

本书按照被全国许多院校经济、管理等专业采用的袁荫棠主编的《概率论与数理统计》(修订版)(中国人民大学出版社)的章节顺序编写,可以与该教材配套使用。

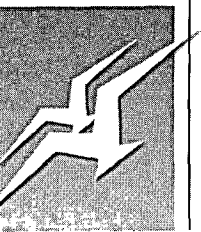
本书详细给出全部习题的解答。真正从学习者的角度,给出解题的每一个过程与步骤,以免略掉一些看似简单但对有些同学理解解题思路很关键的细节。



学习是一个过程,而过程由环节组成。只有注重环节,控制过程,才能得到良好的学习效果。对学习大学数学来讲,课堂听讲和课后复习是两个重要环节。

本书一经推出,立即受到读者的厚爱,作为编者,深感欣慰。借此修订之际,我们根据读者反馈及编委会的意见,对原书进行了重新编排,并将解题方法及步骤进行优化。我们热切期望更多读者从中获益,并希望更多读者提出宝贵意见及建议。

编者
2006年6月



目 录

第一章	随机事件及其概率 / 1
第二章	随机变量及其分布 / 21
第三章	随机变量的数字特征 / 49
第四章	几种重要的分布 / 69
第五章	大数定律与中心极限定理 / 84
第六章	马尔可夫链 / 93
第七章	样本分布 / 102
第八章	参数估计 / 111
第九章	假设检验 / 122
第十章	方差分析 / 131
第十一章	回归分析 / 140
补充习题	/ 149
综合测试	/ 190

第一章 随机事件及其概率

1. 互不相容事件与对立事件的区别何在?说出下列各对事件的关系。

(1) $|x-a| < \delta$ 与 $x-a \geq \delta$; (2) $x > 20$ 与 $x \leq 20$;

(3) $x > 20$ 与 $x < 18$; (4) $x > 20$ 与 $x \leq 22$;

(5) 20 个产品全是合格品与 20 个产品中只有一个废品;

(6) 20 个产品全是合格品与 20 个产品中至少有一个废品。

解 对立事件一定是互不相容事件,但互不相容事件不一定是对立事件。对立事件和互不相容事件的共同特点是事件间没有公共的样本点,但两个对立事件的并(和)等于样本空间,即若 A 与 $\bar{A}$ 是两个对立事件,则 $A\bar{A} = \emptyset, A + \bar{A} = \Omega$;而两个互不相容事件的并(和)被样本空间所包含,即若 A 与 B 是两个互不相容事件,则 $AB = \emptyset$,且 $A + B \subset \Omega$ 。

(1) 因为 $\{x \mid |x-a| < \delta\} \cap \{x \mid x-a \geq \delta\} = \emptyset$,且 $\{x \mid |x-a| < \delta\} \cup \{x \mid x-a \geq \delta\} \neq \mathbf{R}$,所以事件 $|x-a| < \delta$ 与 $x-a \geq \delta$ 是互不相容事件(如图 1-1(a) 所示)。

(2) 因为 $\{x \mid x > 20\} \cap \{x \mid x \leq 20\} = \emptyset$,且 $\{x \mid x > 20\} \cup \{x \mid x \leq 20\} = \mathbf{R}$,所以事件 $x > 20$ 与 $x \leq 20$ 是对立事件(如图 1-1(b) 所示)。

(3) 因为 $\{x \mid x > 20\} \cap \{x \mid x < 18\} = \emptyset$,且 $\{x \mid x > 20\} \cup \{x \mid x < 18\} \neq \mathbf{R}$,所以事件 $x > 20$ 与 $x < 18$ 是互不相容事件(如图 1-1(c) 所示)。

(4) 因为 $\{x \mid x > 20\} \cap \{x \mid x \leq 22\} \neq \emptyset$,所以事件 $x > 20$ 与 $x \leq 22$ 是相容事件(如图 1-1(d) 所示)。

(5) 记事件 $A = \{20 \text{ 个产品全是合格品}\}$,事件 $B = \{20 \text{ 个产品中只有一个废品}\}$,显然 $AB = \emptyset, A + B \neq \Omega = \{20 \text{ 个产品}\}$,所以 A 与 B 是互不相容事件。

(6) 记事件 $A = \{20 \text{ 个产品全是合格品}\}$,事件 $B = \{20 \text{ 个产品中至少有一个废品}\}$,显然 $AB = \emptyset, A + B = \Omega = \{20 \text{ 个产品}\}$,所以 A 与 B 是对

立事件。

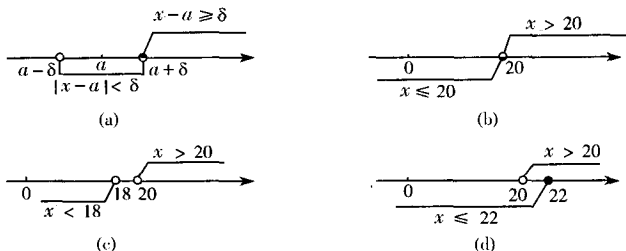


图 1-1

2. 同时掷两颗骰子, x, y 分别表示第一、二两颗骰子出现的点数, 设事件 A 表示“两颗骰子出现点数之和为奇数”, B 表示“点数之差为零”, C 为“点数之积不超过 20”, 用样本点的集合表示事件 $B - A; BC; B + \bar{C}$.

解 试验的样本空间 $\Omega = \{(x, y) \mid x = 1, 2, \dots, 6; y = 1, 2, \dots, 6\} = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6), (2, 1), (2, 2), \dots, (2, 6), (3, 1), (3, 2), \dots, (3, 6), (4, 1), (4, 2), \dots, (4, 6), (5, 1), (5, 2), \dots, (5, 6), (6, 1), (6, 2), \dots, (6, 6)\}$. 事件 $A = \{(1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (3, 6), (4, 1), (4, 3), (4, 5), (5, 2), (5, 4), (5, 6), (6, 1), (6, 3), (6, 5)\}$; 事件 $B = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$; 事件 $C = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6), (2, 1), (2, 2), \dots, (2, 6), (3, 1), (3, 2), \dots, (3, 6), (4, 1), (4, 2), \dots, (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (6, 1), (6, 2), (6, 3)\}$.

从而

$$B - A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\} = B$$

$$BC = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$$

$$B + \bar{C} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

3. 用步枪射击目标 5 次, 设 A_i 为“第 i 次击中目标”($i = 1, 2, 3, 4, 5$), B 为“5 次中击中次数大于 2”, 用文字叙述下列事件:

$$(1) A = \sum_{i=1}^5 A_i \quad (2) \bar{A} \quad (3) \bar{B}$$

解 (1) 事件 $A = \sum_{i=1}^5 A_i$ 表示“5次中至少有一次击中目标”。

(2) 事件 $\bar{A}$ 表示“射击5次一次也没有击中目标”。

(3) 事件 $\bar{B}$ 表示“射击5次至多击中两次”或“5次中击中次数小于等于2”。

4. 用图示法简化下列各式(A, B, C 都相容):

$$(1) (A+B)(B+C)$$

$$(2) (A+B)(A+\bar{B})$$

$$(3) (A+B)(A+\bar{B})(\bar{A}+B)$$

解 (1) 图 1-2(a) 中阴影部分即为 $(A+B)(B+C)$ 。

(2) 图 1-2(b) 中阴影部分即为 $(A+B)(A+\bar{B})$, 显然, $(A+B)(A+\bar{B}) = A$ 。

(3) 图 1-2(c) 中阴影部分即为 $(A+B)(A+\bar{B})(\bar{A}+B)$, 显然, $(A+B)(A+\bar{B})(\bar{A}+B) = A(\bar{A}+B) = AB$ 。

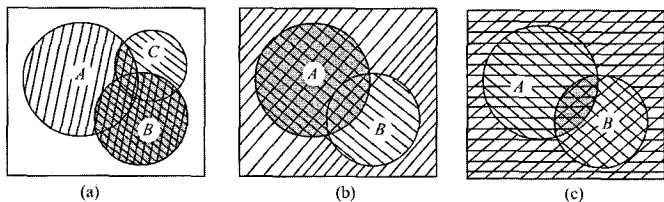


图 1-2

5. 在图书馆中随意抽取一本书, 事件 A 表示“数学书”, B 表示“中文图书”, C 表示“精装书”。(1) 说明事件 ABC 的实际意义; (2) 若 $\bar{C} \subset B$, 说明什么情况; (3) $\bar{A} = B$ 是否意味着馆中所有数学书都不是中文版的?

解 (1) 事件 ABC 表示在图书馆中随意抽取的一本书是精装的中文版的数学书。

(2) $\bar{C} \subset B$ 说明凡是精装书都是中文版的。

(3) $\bar{A} = B$ 并不意味着馆中所有数学书都不是中文版的, 而是说馆中的非数学类的书是中文图书, 而数学书既可能是中文版的, 也可能是外文版的。

6. 表 1-1 是 10 万个男子中活到 ξ 岁的人数统计表, 若以 A, B, C 分别表示一个新生儿活到 40 岁、50 岁、60 岁, 由表 1-1 估计 $P(A), P(B), P(C)$ 。

表 1-1

年岁 ξ	0	10	20	30	40	50
活到 ξ 岁的人数	100 000	93 601	92 293	90 092	86 880	80 521
年岁 ξ	60	70	80	90	100	
活到 ξ 岁的人数	67 787	46 739	19 866	2 812	65	

解

$$P(A) = \frac{86\,880}{100\,000} = 0.8688$$

$$P(B) = \frac{80\,521}{100\,000} = 0.80521$$

$$P(C) = \frac{67\,787}{100\,000} = 0.67787$$

7. 某产品设计长度为 20cm, 规定误差不超过 0.5cm 为合格品。今对一批产品进行测量, 长度见表 1-2。

表 1-2

长度 / cm	19.5 以下	19.5 ~ 20.5	20.5 以上
件数	5	68	7

计算这批产品的合格率。

解 根据设计要求知, 长度在 19.5 cm 以下和 20.5 cm 以上均为不合格品, 所以这批产品的合格率为

$$p = \frac{68}{5 + 68 + 7} = 0.85$$

8. 掷三枚硬币, 求出现 3 个正面的概率。

解 抛一枚硬币, 记出现正面为 H , 反面为 T , 则掷三枚硬币的试验的样本空间为 $\Omega = \{HHH, THT, HTT, TTH, HHT, HTH, THH, TTT\}$, 出现三个正面的事件记为 A , 则 $A = \{HHH\}$, 于是

$$P(A) = \frac{1}{8} = 0.125$$

9.10 把钥匙中有 3 把能打开门,今任取两把,求能打开门的概率。

解法 1 随机试验是从 10 把钥匙中任取两把,从而样本空间 Ω 的样本点总数为

$$n = C_{10}^2 = 45$$

要想把门打开,取出的两把钥匙至少有一把从能把门打开的 3 把钥匙中获得,从而能把门打开这一事件所包含的样本点数为 $m = C_3^2 + C_7^1 C_3^1 = 24$ 。故所求概率为

$$p = \frac{m}{n} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15} \approx 0.53$$

解法 2 随机试验是从 10 把钥匙中任取两把,从而样本空间 Ω 的样本点总数为

$$n = C_{10}^2 = 45$$

记事件 A 为“能把门打开”,则 $\bar{A}$ 为“不能把门打开”,从 7 把不能把门打开的钥匙中任取 2 把,共有 $C_7^2 = 21$ 种取法,即事件 $\bar{A}$ 共包含 21 个样本点,从而

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{21}{45} = \frac{24}{45} \approx 0.53$$

10. 一部 4 卷的文集随便放在书架上,问恰好各卷自左向右或自右向左的卷号为 1、2、3、4 的概率是多少?

解 一部 4 卷的文集随便放在书架上共有 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 种放法,而文集恰好各卷自左向右或自右向左的卷号为 1、2、3、4 共有 2 种放法。从而所求的概率为

$$p = \frac{2}{24} = \frac{1}{12} \approx 0.083$$

11. 100 个产品中有 3 个次品,任取 5 个,求其中次品数分别为 0、1、2、3 的概率。

解 随机试验是从 100 个产品中任取 5 个,样本空间所包含的样本点总数

为 $n = C_{100}^5$ 。

记事件 A_i 为“取出的 5 个产品中含有 i 个次品”($i = 0, 1, 2, 3$)。若取出的 5 个产品中无次品, 则取出的 5 个产品都必须从 97 个合格品中获得, 从而事件 A_0 所包含的样本点数为 $m_0 = C_{97}^5$, 故

$$P(A_0) = \frac{m_0}{n} = \frac{C_{97}^5}{C_{100}^5} \approx 0.856$$

同理, 若取出的 5 个产品中含有 i 个次品, 则 i 个次品必须从 3 个次品中获得, $5-i$ 个合格品必须从 97 个合格品中获得, 从而事件 A_i 所包含的样本点数为 $m_i = C_3^i C_{97}^{5-i}$ ($i = 1, 2, 3$), 故

$$P(A_1) = \frac{C_3^1 C_{97}^4}{C_{100}^5} \approx 0.138$$

$$P(A_2) = \frac{C_3^2 C_{97}^3}{C_{100}^5} \approx 0.006$$

$$P(A_3) = \frac{C_3^3 C_{97}^2}{C_{100}^5} \approx 0.00006$$

12. N 个产品中有 N_1 个次品, 从中任取 n 个 ($1 \leq n \leq N_1 \leq N$), 求其中有 k ($k \leq n$) 个次品的概率。

解 随机试验是从 N 个产品中任取 n 个, 所以样本空间所包含的样本点总数为 C_N^n 。

在取出的 n 个产品中恰有 k 个次品, 必须在 N_1 个次品中取出 k 个次品, 在 $N - N_1$ 个合格品中取出 $n - k$ 个合格品, 事件“取出的 n 个产品中恰有 k 个次品”所含的样本点数为 $C_{N_1}^k C_{N-N_1}^{n-k}$ 。从而所求的概率为

$$p = \frac{C_{N_1}^k C_{N-N_1}^{n-k}}{C_N^n}$$

13. 一个袋内有 5 个红球, 3 个白球, 2 个黑球, 计算任取 3 个球恰为一红、一白、一黑的概率。

解 随机试验是从 $5 + 3 + 2$ 个球中任取 3 个, 样本空间的样本点总数为 $n = C_{10}^3 = 120$ 。

欲使取出的三个球恰为一红、一白、一黑, 必须从 5 个红球中取一红球, 从 3 个白球中取一白球, 从 2 个黑球中取一黑球, 从而任取 3 个球恰为