地下水系统规划与管理优化模型

刘春平 著

中南工业大学出版社

地下水系统规划与管理优化模型

刘春平　著

Optimal Model of the planning and Management of Groundwater-System

Liu Chunping

中 南 工 业 大 学 出 版 社

地下水系统规划与管理优化模型

刘春平　著

责任编辑：李宗柏

*

中南工业大学出版社出版发行
中南工业大学出版社印刷厂印装
湖 南 省 新 华 书 店 经 销

*

开本：787×1092　1/32　印张：12　字数：276千字
1995年12月第1版　　1995年12月第1次印刷

*

ISBN 7-81020-816-0/P·037
定价：12.00元

引　言

优化思想在水文地质学研究中很早就得到体现，如为节省管材对滤水管有效长度的讨论，为节省成井费用对含水层有效厚度的研究以及为减少井群降深相互干扰提出的合理井距计算等。这些问题的提出都是针对理想含水层条件下的单井抽水或考虑含水层某一局部条件下的优化思想，研究方法也是以古典优化和解析法为基础。随着人类对地下水资源的大量开发，区域地下水位下降甚至形成大面积降落漏斗。含水层介质的不均一性、边界条件的不规则性以及初始条件在空间上的变化，这些因素在地下水系统研究中显得越来越重要，限制了解析法的应用。宏观上，研究地下水系统的集中参数模型由于缺乏对局部水流条件的分析，其应用也受到限制。

近 20 多年来，随着计算机的普及，数值模拟技术在水文地质学中得到广泛的应用。较之解析法，数值模拟可以解决复杂的地下水流和溶质运移问题的模拟，更真实地描述地下水系统。它用规范化的数学方程和运算结果清晰地显示出地下水状态的时空变化，快捷准确地呈现出几十年甚至更长年份含水层运行状态。该方法为水文地质工作者从点到面、从区域到局部地分析、了解含水层特性提供了极大便利。因此，数值模拟方法已成为评价地下水资源，预测地表—地下水相互作用及地下水化学物质的迁移等工作的有力分析工具。模拟作为探索水文地质问题的方法，预测地下水状态的工具，将会一直成为地下水管理的基

础。

在实际的地下水规划(管理)中,总希望了解某一地区某一时段内地下水的可开采量。可开采量是指在当前经济技术条件下能够开发利用,又不至对生态、环境造成不良影响的那部分地下水资源量。这一定义界定了地下水资源开发过程中涉及的基本约束。水资源能够在工农业生产中产生效益,但开发水资源的规模、所需资金等却受到当前经济、技术条件的制约。另一方面,地下水资源过量开采及施工场地降水减压都可能带来一些不良现象,如地面沉降、地面坍塌、供排水矛盾及地下水污染等。这些不良现象直接或间接地与地下水位和抽排水量有关,避免或减轻这些不良现象所造成的损失必然要对水位和流量作出适当限制。

在地下水资源评价工作中,有的忽略地下水开发对环境的影响,将地下水补给量作为可开采资源;还有的为了获得当前可开采量,经验性地设置一些理想状态,通过试算逐步调整开采量使计算水位逼近理想水位。例如,通过适当的水力梯度控制孤立污染源不向供水井扩散,然后由模拟方程试算趋于这一理想梯度的开采量分配。对于一些简单的问题,这种试算可能成功,但对稍许复杂的问题,这种试算效率很低,而且最多只是寻找满意解。模拟方程是表征地下水系统状态(水位、浓度)和地下水系统控制量(抽/注水量)之间的物理关系,这种关系反映了控制量作用下的状态变化,却不能表达"可开采资源"所要求的约束,特别是遇到某些重要的物理约束和运行约束时,由模拟方程试算往往会失败。

同时,地下水系统作为一种资源,在开发利用或受到其它用水系统影响时,不可避免地受到社会、经济、法律法规和政策方面的限制。在这些限制条件下,纯物理(水力)关系的模拟方程是

无能为力的，这却正是优化技术的研究范畴。

数值模拟模型从方法上看注重地下水系统的整体性，综合考虑地下水补、迳、排的关系及人为因素的影响，因此它是规划与管理决策的基础。70年代以来，地下水系统模拟与最优化技术的结合已经有了长足发展。前者考虑到地下水系统各要素之间的关系，后者在此基础上综合经济、环境、法律等因素确定最优配水、用水方案或含水层运行策略。

“优化”是针对某一物理系统及与该系统发生关系的要素而言。本书中将地下水系统划分为地下水流和溶质(污染物)运移两个子系统。根据优化技术在该领域中的应用现状，将各类优化方法归为三类：线性规划、非线性规划和优化控制，即本书第一、二、三章。它是后续章节的基础，也是地下水系统优化模型的求解工具。书中所述优化方法，较多地注意到对方法思路和计算步骤的阐述，避免了艰涩的定量证明和推导。鉴于各类优化方法的计算机程序已比较流行，本书没有附计算机程序。另外本书涉及的优化方法，只是水文地质研究中常用的方法而非优化方法“大全”。第四章地下水流系统优化模型包括解析优化模型、嵌入结构、响应矩阵技术及地下水流系统优化控制等方面内容。从优化技术应用特点看反映了从静态到动态问题的求解算法。优化控制技术最适合多时段、时变控制(抽/注水量)问题。章末附地下水流系统优化模型实例分析。第五章含水层污染治理优化模型，首先阐明了污染物运移模型的非线性特性。根据优化模型中非线性运移方程处理方法的不同，分别阐述了限制污染物运移的(地下水流)梯度控制技术、非线性模拟——优化方法、线性迭加方法，最后研究了运移问题地下水系统状态(水头、浓度)转换方程及含水层污染治理优化控制技术。上述内容反映了由(运移)模拟——(地下水流)优化方法到地下水流和溶质运移问题优化

方法的研究过程。第六章含水层参数识别优化模型，论述了参数的不确定性及多类型水文地质参数优选。第七章地下水系统随机优化技术，利用蒙特卡罗模拟(MCS)和 Jocobian 矩阵分析研究参数的不确定性。主要研究参数不确定条件下地下水系统优化问题及求解算法，包括 MCS 地下水流概率约束优化模型、线性化条件下污染物运移概率约束优化模型。因概率约束模型只能估算约束违背的可能性，当违背结果发生时，这类所谓“硬约束”问题无法描述，为此本章还研究了以约束违背追索费的罚形式表示的追索随机规划问题。前面各章节关于地下水系统优化问题的研究都只是利用了规划(或管理)以前的信息(称先验信息)。众所周知，对分布参数系统，利用有限的，甚至比较贫乏的点(孔)观测信息，要获得准确、全面的认识是很困难的。因此，通常的优化问题，都是在信息不完全条件下建立的。第八章提出了实时反馈控制技术，即在先验信息基础上作出初始阶段决策，并利用初始决策执行过程中获取的观测信息，对地下水系统状态和含水层参数统计特征进行校正，用于下一阶段决策，从而导致更准确的优化设计方案。本章包括卡尔曼滤波法、实时确定反馈控制和随机反馈控制在地下水管理中的应用和比较算例。第九章是地下水与作物用水系统结合的优化模型。研究了咸淡水地区种植结构优化模型、多期作物产量条件下地下水灌溉优化模型。

最后，值得一提的是，对实际问题而言，优化是相对的，并不存在绝对最优，所以书名采用“优化”一词而避免使用“最优化”是比较恰当的。与此有关的，还有优化评价问题，对工程技术人员来说，希望方法概念易懂，程序切实可靠，用起来方便，实用性大些。又因大规模含水层系统分析一次工作量是比较大的，往往希望迭代一、二次目标函数作大幅度下降，并得到可行解。随后

迭代工作可看作是精加工，这样在迭代时就可适可而止。另外，在非线性优化理论方面，还有一个问题没有很好解决，就是优化迭代中是收敛到全局最优解还是局部最优解的问题。一般总是采用几个不同初始方案，然后比较它们分别导致的最优解，如果都相同，则很可能是全局最优解，如果有差别，就取其最小(或最大)为最优解。

在已有文献中，与“优化”一词联系比较密切的是“管理”。有些文献甚至将管理模型等同于优化模型，但模型功能和建模目的，这两者是有差别的。管理模型是管理者为操纵全局作出决策的工具，较之优化模型，它的层次更高，具有更为广泛的内涵。优化模型是利用优化技术研究和制订决策方案的数学模型。管理是一个现实过程，优化模型是对该现实过程概化得到的，其结果是一个或若干相对于模型的可行或优化方案。最后还应由管理者判断、修改，甚至推倒重来。因为只有管理者才清楚这个模型在多大程度上代表所研究的系统。数学模型不可能完全表达真实系统，优化技术也不可能尽善尽美地处理管理者意图，所以优化结果是相对的，只能作为管理者决策时的依据和参考，从这个意义上考虑，建立优化模型时与管理者的交流，协商，实际上是一种理论与实际的结合，将有利于发挥优化技术的作用。

鉴于优化方法在我国水文地质界中的应用起步较晚，加之在运用过程中涉及许多数值技术方面的困难，根据作者 10 多年的研究成果及国内外近 20 多年的研究序列文献著述此书，试图能尽可能系统地描述地下水系统优化模型及求解算法。由于作者水平有限，书中可能存在缺点错误，还希望专家同行们不吝指教，作者将深表谢忱。

目　录

第 1 章　线性规划

线性规划是一种优化方法，用于求解目标函数和约束方程，都是关于决策变量的线性函数的问题。经济学家在研究资源最优分配方法时首次发现这类问题属于线性规划。1947 年 G. B. Dantzig 将线性规划问题抽象为一般线性规划数学模型，并提出了单纯形方法。至今，线性规划是数学规划中最成熟、应用最广的方法之一。

1.1　线性规划基础

1.1.1　线性规划问题标准形式

任何线性规划问题都可写成如下矩阵形式

$$\min f(x)=C^T X \tag{1.1a}$$

$$\text{s.t. } AX=b \tag{1.1b}$$

$$X\geq 0 \tag{1.1c}$$

这里(1.1a)为目标函数，即使线性函数 $C^T X$ 极小化；s.t. 是英文 subject to 的缩写，意为约束，即要求向量 X 满足(1.1b)、(1.1c)。上式中向量 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}^T$；$b=\{b_1,b_2,\cdots,b_m\}^T$；$C=\{c_1,c_2,\cdots,c_n\}^T$，约束矩阵

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

上述线性规划问题标准形式具有如下特征：(i)目标函数是极小化形式；(ii)所有约束条件都为等式约束；(iii)所有决策变量都是非负的。

在实际构造线性规划问题时可能不满足上述标准形，但都可通过如下变换将其化成标准形式：

(1)极大化目标函数 $f(x)$ 与极小化目标函数的负值 $(-f(x))$ 等价。即 $\max f(x)$ 等价于 $\min(-f(x))$；

(2)对可正可负的变量(不满足(1.1c)，可将其构造为两个非负变量的差。如若 x_j 可取正值或负值，则可将其变换成 $x_j = x_j' - x_j''$，其中 $x_j' \geqslant 0, x_j'' \geqslant 0$ 符合(1.1c)式；

(3)如果有某些约束条件是"≤"的不等式约束，如第 k 个约束为

$$a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \cdots + a_{kn}x_n \leqslant b_k$$

则可在方程左边加入松弛变量 x_{n+1}，使之变成为等式约束 $a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \cdots + a_{kn}x_n + x_{n+1} = b_k$；同理，如果有某些约束条件是"≥"的不等式约束，如第 k 个约束为

$$a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \cdots + a_{kn}x_n \geqslant b_k$$

则可以在方程左边减去一剩余变量使之成为等式约束 $a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \cdots + a_{kn}x_n - x_{n+1} = b_k$. 这里 x_{n+1} 为非负变量。

从(1.1)式可知，线性规则问题有 m 个等式约束，n 个决策变量。若 $m=n$，则线性约束条件(1.1b)只有唯一解，不存在解的优选，故没有意义；若 $m>n$，即(1.1b)中方程个数多于变量数，此种情况也没有意义；若 $m<n$，(1.1b)为不定的线性方程组，如果有解，则有无穷多个解。线性规划问题(1.1)就是要从满足(1.1b)、(1.1c)的无穷多个解中找出使 f 最小的解。

例 1.1 将如下线性规划问题

$$\max f = -x_1 - x_2 \tag{1.2a}$$

$$s.t.\quad 2x_1+3x_2\leqslant 6 \tag{1.2b}$$

$$x_1+7x_2\geqslant 4 \tag{1.2c}$$

$$x_1+3x_2=3 \tag{1.2d}$$

$$x_1\geqslant 0 \qquad x_2\text{ 可取任意数值} \tag{1.2e}$$

转换成标准形。

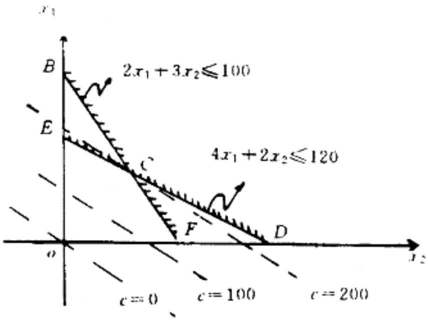

图 1.1 图解法

(Figl.1 Mapping Solution Method)

上述约束条件中,x_2 无非负限制,令 $x_2=x_2'-x_2''$,其中 $x_2'\geqslant 0$,$x_2''\geqslant 0$,满足非负条件。再取松驰变量 x_3,剩余变量 x_4 分别加到约束条件(1.2b)、(1.2c)。另外在(1.2a)式两边同乘负号使目标函数转换成极小,故标准形为:

$$\min f'=x_1+x_2$$

$$\text{s.t.}\quad 2x_1+3x_2'-3x_2''+x_3=6$$

$$x_1+7x_2'-7x_2''-x_4=4$$

$$x_1+3x_2'-3x_2''=3$$

$$x_1,x_2',x_2'',x_3,x_4\geqslant 0$$

1.1.2 线性规划问题图解法

在线性规划问题中,如只含两个变量,就可用图解法求解。

这种方法虽然应用不多，因为多数情况下决策变量个数 $n \geqslant 3$，但是图解法简单、直观，并有助于理解线性规划问题求解的基本原理。

例 1.2 某工厂生产甲、乙两种产品，日产量分别为 x_1, x_2。甲产品每件耗原料 2 个单位，乙产品每件耗原料 3 个单位。日供应原料量为 100 个单位。甲产品每件加工工时为 4 小时，乙产品为 2 小时，每日可用工时为 120 小时。甲产品每件价格为 6 元，乙产品为 4 元。试问应如何安排生产，才能使日产值最大？

据题意应为甲、乙两种产品日产量 x_1, x_2 各为多少才能使工厂日产值最大，线性规划模型为

使日产值最大的目标函数		$\max f = 6x_1 + 4x_2$	(1.3a)
约束条件：	原料限制	$2x_1 + 3x_2 \leqslant 100$	(1.3b)
	工时限制	$4x_1 + 2x_2 \leqslant 120$	(1.3c)
	非负条件	$x_1、x_2 \geqslant 0$	(1.3d)

图解法：以变量 x_1, x_2 为坐标轴建立直角坐标系，如图 1.1。图解法步骤为：

(i)先以式(1.3b)为等式画出直线 BF，则(1.3b)所包围的区域为 BOF 区间；(ii)以式(1.3c)为等式画出直线 ED，则式(1.3c)所包围的区域为 EOD 区域；(iii)据非负约束条件(3.1d)可知规划问题(1.3)的公共约束区域为 $EOFC$，其中 C 点为 BF 与 ED 的交点。最优点一定落在公共约束区域，否则将不满足约束条件。那么公共区中哪一点对应的目标值 f 最大呢？为此作(Ⅳ)画出目标函数 $f = 6x_1 + 4x_2 = c$（常数）的一组等值线图。从图 1.1 看出，$c = 0$ 通过 $x_1 = 0, x_2 = 0$ 的点，$c = 100$ 通过 x_1, x_2 均等于 10 的点，且随着 c 增大，等值线向如图示的右上方移动，直到 $c = 200$，此时等值线与公共区域仅一点 C 重迭，c 值继续增加等值线将完全位于公共约束区域之外，没有可行解。故 $f = 200$

为目标函数(1.3a)的最大值，对应的点为 C 点 $x_1=20, x_2=20$，就是最优解，也就是说，甲、乙产品日产 20 件其产值最高为 200 元。以上线性规划问题(1.3)只有唯一的最优解，在图上表现为仅有一点使目标函数值为最大。

在例 1.2 中，如果甲产品价值为 4 元、乙产品价值为 6 元，这时目标函数为

$$\max f=4x_1+6x_2 \tag{1.4a}$$

如果约束条件(1.3b)～(1.3d)不变，这种情况下的目标函数等值线 $f=4x_1+6x_2=c$ 与 BF 平行，随 c 增大，等值线向右上方移动，当 $c=200$ 时，等值线与 BF 重合，并与 ED 交于 C 点。这就是说，CF 线段上任一点对应的 x_1、x_2 值都可使日产值达到最大(200 元)，所以由(1.4a)和(1.3b)～(1.3d)组成的线性规划问题的最优解有无穷多个。

另一种情况是所谓的无界解，换句话说，如果连续不断地优化目标函数，总能无止境地算出更好的可行解。下面以图解方式分析其几何意义。

例 1.3

$$\max f=x_1+x_2 \tag{1.5a}$$

$$s.t. \quad -2x_1+\frac{1}{2}x_2\leqslant 2 \tag{1.5b}$$

$$3x_1+4x_2\geqslant 12 \tag{1.5c}$$

$$x_1、x_2\geqslant 0 \tag{1.5d}$$

利用例 1.2 所述图解步骤画出(1.5b)～(1.5d)围成的公共约束区域如图 1.2 所示阴影部分。该公共约束区是一个向右上方开口的开放区，即变量 x_1，x_2 无上界，随 x_1，x_2 增加，f 不断增加，所以这是一个无界线性规划问题。

对于实际问题，不能想象会有无界解，因为这意味着人们可以从有限的资源中获取无限的利润。发生无界的情况，只能说明

数学模型不完整，还需从实际出发进一步提出约束条件，使无界趋于有界，以获得确定的最优解。

在线性规划问题(1.5)中，如果增加约束

$$-2x_1-x_2\geqslant 4 \tag{1.5e}$$

则(1.5b)～(1.5de)不能形成公共约束区域(图 1.2)，即二维平面上任一点都不可能同时满足(1.5b)～(1.5e)，这就是所谓空集问题，当然也没有最优解。

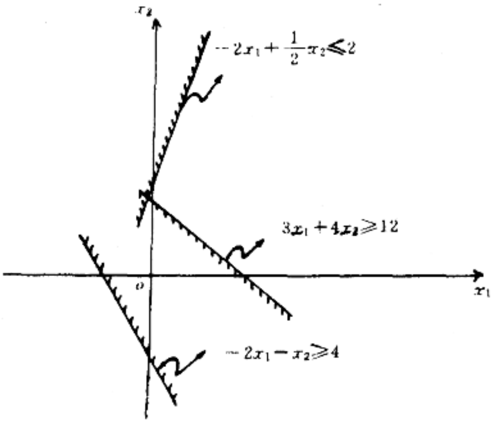

图 1.2　无界解和空集图示

(Fig. 1.2　Unboundary Solution and Racant Case)

1.1.3　线性规划问题的基本定义与定理

1. 基本定义简介

(Ⅰ)线性规划问题可行解：满足约束条件和非负条件的解。

(Ⅱ)基本矩阵：由约束条件系数矩阵 A 的任意 m 列形成的非奇异 $m\times m$ 矩阵。由于 A 的秩等于 m，所以 A 至少有一个基本矩阵。

(Ⅲ)基本解：选择一个基本矩阵，并令其余$(n-m)$个变量