

基础教育课程改革实验教学辅助用书

李世忠 王健 主编

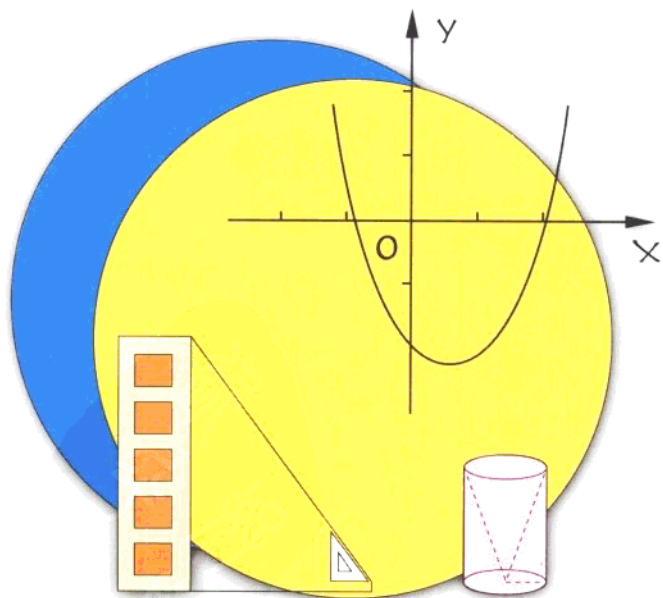
# 数学同步导学

SHUXUE TONGBU DAOXUE

## 训练与检测

XUNLIAN YU JIANCE

### 中考总复习



学校 \_\_\_\_\_

班级 \_\_\_\_\_

姓名 \_\_\_\_\_

学号 \_\_\_\_\_

地质出版社

## 编写说明

我们编写的基础教育课程改革实验教学辅导用书，力图体现义务教育《数学课程标准》的基本理念，体现课程改革对教学的要求。本书共三部分：一、基础知识，二、专题讲座，三、模拟训练。为了方便使用，把各章的能力检测题和中考模拟训练题单独装订，并附有部分答案。

《数学同步导学训练与检测中考总复习》一书，将中考数学中常考查的知识点、能力点，科学地分解于第一、二、三部分中，帮助同学们梳理知识，探索规律，总结方法，提高复习效率。“基础知识”以数学的“双基”为重点，体现“夯实基础，稳步提高”的主题；“专题讲座”重点关注中考中的热点、难点问题，进行分类复习指导；“模拟训练”以了解同学们掌握知识的程度为目的，以便及时地发现问题和解决问题。

本书按实际教学课时进行编排，每课时设置了四个栏目：

**【知识要点】** 梳理基本概念，了解重点、难点。

**【典型例题】** 了解中考题型，掌握解题方法。

**【随堂演练】** 巩固知识，及时运用。

**【课后训练】** 掌握知识，举一反三。

本书由李世忠、王健主编和统稿，各章节编写分工如下：吴怡斐（第一章），王晓丽（第二章7~10课），樊国均（第二章，11、12课及专题四），刘磊（第三章），肖国刚（第四章），施能远（第五章），田枰（第六章），廖晓玉（第七章），陆远坤（第八章），叶显乾（专题一、专题二），汤正利（专题三），汪艳（专题五），郭世强（专题六、模拟试题一），王健（模拟试题二）。在本书的编辑过程中，出版社做了大量细致的工作，在此表示感谢。

本书的编写过程，也是编写者学习《数学课程标准》，解读中考《考试说明》和钻研教材的过程。限于时间、经验和水平，我们学习、钻研还不够，对本书的疏漏，不当之处，期望老师和同学们在使用本书的过程中，提出更好的修改意见和建议。

编写者

2008年1月

# 目 次

## 一、基础知识

<b>第一章 实数与代数式</b> .....	(1)
第 1 课 实数的概念.....	(1)
第 2 课 实数的运算.....	(3)
第 3 课 代数式.....	(5)
第 4 课 整式.....	(7)
第 5 课 因式分解.....	(10)
第 6 课 分式.....	(11)
<b>第二章 方程与不等式</b> .....	(14)
第 7 课 一元一次方程及二元一次方程组.....	(14)
第 8 课 一元二次方程.....	(16)
第 9 课 一元一次不等式.....	(19)
第 10 课 一元一次不等式组.....	(20)
第 11 课 应用问题(一).....	(23)
第 12 课 应用问题(二).....	(25)
<b>第三章 函数及其图象</b> .....	(29)
第 13 课 直角坐标系及函数.....	(29)
第 14 课 一次函数.....	(31)
第 15 课 二次函数.....	(33)
第 16 课 反比例函数.....	(35)
第 17 课 一次函数的应用.....	(37)
第 18 课 二次函数的应用.....	(39)
<b>第四章 三角形</b> .....	(42)
第 19 课 相交线、平行线.....	(42)
第 20 课 三角形.....	(44)
第 21 课 等腰三角形.....	(46)
第 22 课 直角三角形.....	(48)
第 23 课 视图与投影.....	(50)
<b>第五章 四边形</b> .....	(53)
第 24 课 多边形.....	(53)
第 25 课 平行四边形.....	(54)

第 26 课	特殊的平行四边形	(56)
第 27 课	梯形	(59)
第 28 课	图形的平移、旋转和对称	(61)
<b>第六章</b>	<b>相似三角形与解直角三角形</b>	<b>(64)</b>
第 29 课	比例线段	(64)
第 30 课	相似三角形的性质	(66)
第 31 课	相似三角形的判定	(68)
第 32 课	锐角三角函数	(71)
第 33 课	解直角三角形 (一)	(73)
第 34 课	解直角三角形 (二)	(75)
<b>第七章</b>	<b>圆</b>	<b>(78)</b>
第 35 课	圆的有关性质 (一)	(78)
第 36 课	圆的有关性质 (二)	(80)
第 37 课	点和圆的位置关系	(83)
第 38 课	直线与圆的位置关系	(85)
第 39 课	圆和圆的位置关系	(88)
第 40 课	圆的有关计算 (一)	(90)
第 41 课	圆的有关计算 (二)	(91)
<b>第八章</b>	<b>统计与概率</b>	<b>(94)</b>
第 42 课	统计 (一)	(94)
第 43 课	统计 (二)	(97)
第 44 课	概率 (一)	(102)
第 45 课	概率 (二)	(104)

## 二、专题讲座

<b>专题一</b>	<b>填空题与选择题的解题方法</b>	<b>(107)</b>
第 46 课	填空题的解法 (一)	(107)
第 47 课	填空题的解法 (二)	(109)
第 48 课	选择题的解法	(113)
<b>专题二</b>	<b>操作性试题的解题方法</b>	<b>(117)</b>
第 49 课	拼图与设计	(117)
第 50 课	展开与折叠	(120)
第 51 课	测量与计算	(123)
<b>专题三</b>	<b>阅读理解题的解题方法</b>	<b>(127)</b>
第 52 课	方法模拟型阅读题	(127)

第 53 课	判断概括型阅读题 .....	(130)
第 54 课	迁移发展型阅读题 .....	(133)
<b>专题四</b>	<b>合理规划性试题的解题方法 .....</b>	<b>(137)</b>
第 55 课	运输决策类问题 .....	(137)
第 56 课	方法规划类问题 .....	(139)
第 57 课	函数的最值问题 .....	(141)
<b>专题五</b>	<b>几何应用题的解题方法 .....</b>	<b>(145)</b>
第 58 课	面积问题 .....	(145)
第 59 课	动态几何问题 .....	(147)
第 60 课	几何综合题 (一) .....	(149)
第 61 课	几何综合题 (二) .....	(151)
<b>专题六</b>	<b>开放探索性试题的解题方法 .....</b>	<b>(154)</b>
第 62 课	条件开放 .....	(154)
第 63 课	结论开放性问题 .....	(155)
第 64 课	条件探索性问题 .....	(157)
第 65 课	结论探索性问题 .....	(159)
<b>部分参考答案或提示 .....</b>		<b>(162)</b>

# 一、基础知识

## 第一章 实数与代数式

### 【复习策略】

1. 在强化基础运算能力的同时，淡化繁杂的数字计算，加强估算能力及对数感的培养，并使之形成惯性思维。
2. 注意对计算策略的选择意识和能力的培养，加强建立数学模型解题的能力。
3. 对于开放探索类的问题以及有实数背景的应用题，在强调对信息分析与判断的基础上，应注意解题策略的多样化。

【课时分配】 共6课时

### 第1课 实数的概念

#### 【知识要点】

1. 实数的分类：\_\_\_\_\_.
2. 数轴：规定了\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_的直线叫做数轴. 实数与数轴上的点是一一对应的.
3. 相反数：只有符号不同的两个数叫做互为相反数. 若  $a$ 、 $b$  互为相反数，则  $a+b=$ \_\_\_\_；反之亦然.
4. 倒数：1 除以一个不为零的数，叫做这个数的倒数. 若  $a$ 、 $b$  互为倒数，则  $ab=$ \_\_\_\_；反之亦然.
5. 绝对值：\_\_\_\_\_.
6. 平方根与算术平方根：\_\_\_\_\_.
7. 科学记数法：\_\_\_\_\_.
8. 有效数字：\_\_\_\_\_.
9. 零次幂：若  $a \neq 0$ ，则  $a^0 =$ \_\_\_\_. 即非零数的零次幂等于 1. 负整数次幂： $a^{-p} =$ \_\_\_\_ ( $a \neq 0$ ,  $p$  为正整数).
10. 非负数：若数  $a \geq 0$ ，称  $a$  为非负数，即大于等于零的数.

常见的三种非负数： $|a| \geq 0$ ， $a^2 \geq 0$ ， $\sqrt{a} \geq 0$  ( $a \geq 0$ ) 的形式都叫非负数.

#### 【典型例题】

例 1. (07·福州) 计算： $|-6| - (1-\sqrt{3})^0 + (-3)^2$ .

例 2. (07·济南) 把 12500 取三个有效数字的近似数，用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

例 3. (07·青海) 观察规律并填空:  $1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4}, 3\frac{1}{8}, \dots$ , 第 5 个数是\_\_\_\_, 第  $n$  个数是\_\_\_\_.

例 4. (07·长沙) 在密码学中, 直接可以看到内容的为明码, 对明码进行某种处理后得到的内容为密码. 有一种密码, 将英文 26 个字母  $a, b, c, d, \dots, z$  (不论大小写) 依次对应 1, 2, 3, 4,  $\dots$ , 26 这 26 个自然数 (见表格). 当明码对应的序号  $x$  为奇数时, 密码对应的序号  $y = \frac{x+1}{2}$ ; 当明码对应的序号  $x$  为偶数时, 密码对应的序号  $y = \frac{x}{2} + 13$ .

字母	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
字母	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
序号	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

按上述规定, 将密码“love”译成密码是 ( )

A. gawq

B. shxc

C. sdri

D. love

【思路分析】根据已知规定, 明码“love”, 因为  $l=12$  是偶数, 即对应密码序号为  $\frac{12}{2} + 13 = 19$ ,

即对应 s; 因为  $o=15$ , 是奇数, 即对应密码序号为  $\frac{15+1}{2} = 8$ . 即对应 h. 依次可以得出 x, c. 即最后得密码为\_\_\_\_\_.

例 5. (07·黄冈) 下列说法正确的是 ( )

A. 9 的算术平方根是 3

B. 则  $|a| - a$  的值可能是正数, 也可能是负数

C.  $\sqrt{16}$  的平方根为 4

D.  $(-1)^3 = -3$

【随堂演练】

1. (07·黄冈) 计算  $-(-2) =$  \_\_\_\_\_;  $\left| -\frac{1}{5} \right| =$  \_\_\_\_\_;  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} =$  \_\_\_\_\_.

2. (07·成都) 已知  $\sqrt{a-2} + (b+5)^2 = 0$ , 那么  $a+b$  的值为\_\_\_\_\_.

3. (07·江西) 在数轴上与表示  $\sqrt{3}$  的点的距离最近的整数点所表示的数为\_\_\_\_\_.

4. (07·大连) 在一条东西方向的跑道上, 小亮向东走了 8 m, 记作“+8”, 又向西走了 10 m, 此时他的位置可记作 ( )

A. +2 m

B. -2 m

C. +18 m

D. -18 m

5. (07·广东) 2006 年广东省国税系统完成税收收入人民币  $3.45065 \times 10^{11}$ , 连续 12 年居全国首位, 也就是收入了 ( )

A. 345.065 亿元

B. 3450.65 亿元

C. 34506.5 亿元

D. 345065 亿元

6. (07·北京) 计算:  $\sqrt{18} - (\pi - 1)^0 - 2 \cos 45^\circ + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} =$  \_\_\_\_\_.

7. (07·黄冈) 计算:  $(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) =$  \_\_\_\_\_.

8. (07·广东) 已知  $a, b$  互为相反数, 且  $3a - 2b = 5$ , 求  $a^2 + b^2$  的值.

**【课后训练】**

1. 写出一个比  $-1$  小的数\_\_\_\_\_.
2. 下列各数:  $\frac{2}{7}$ ,  $\pi$ ,  $\sqrt{8}$ ,  $\sqrt[3]{64}$ ,  $\sin 60^\circ$  中, 无理数有\_\_\_\_\_个.
3. (07·南京) 下列各数中, 与  $2-\sqrt{3}$  的积为有理数的是 ( )  
A.  $2+\sqrt{3}$                       B.  $2-\sqrt{3}$                       C.  $-2+\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{3}$
4. (07·宁波)  $\sqrt{x-1}$  在实数范围内有意义, 则  $x$  的取值范围是 ( )  
A.  $x>1$                               B.  $x\geq 1$                               C.  $x<1$                               D.  $x\leq 1$
5. (07·南宁) 计算:  $-\left(-\frac{1}{2}\right)+\sqrt{9}+(-1)^{2007}-\cos 60^\circ$ .
6. (07·深圳) 计算:  $3^{-1}-\sqrt{2}\sin 45^\circ+\left(2007-\frac{\pi}{3}\right)^0$ .
7. 已知:  $a$ 、 $b$  互为相反数,  $c$ 、 $d$  互为倒数,  $x$  的绝对值是 2, 求代数式  $\sqrt{2}(a+b)+\frac{1}{2}cd+x^2-9$  的值.

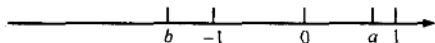
## 第 2 课 实数的运算

**【知识要点】**

1. 实数的加、减、乘、除运算法则: \_\_\_\_\_.
2. 乘方: 求\_\_\_\_\_叫做乘方. 乘方的结果叫做\_\_\_\_\_.
3. 实数的运算律:  
加法交换律:  $a+b=$ \_\_\_\_\_.                      加法结合律:  $(a+b)+c=$ \_\_\_\_\_.  
乘法交换律:  $ab=$ \_\_\_\_\_.                      乘法结合律:  $(ab)c=$ \_\_\_\_\_.  
乘法对加法的分配律:  $a(b+c)=$ \_\_\_\_\_.
4. 实数的运算顺序:  
先乘方、开方, 后乘除, 最后算加减; 有括号时, 先算括号里面的; 同级运算按照从左至右的顺序进行; 同时注意运算律的灵活运用.

**【典型例题】**

例 1. (06·日照) 实数  $a$ 、 $b$  在数轴上表示如图所示, 则下列结论错误的是 ( )



- A.  $a+b<0$                       B.  $ab<0$                       C.  $-b>a$                       D.  $a-b<0$

**【思路分析】** 利用在数轴上左边的点表示的数总比右边的点表示的数小, 故选择出正确答案.



例 2. (06·烟台) 计算

$$2^1 - 1 = 1, 2^2 - 1 = 3, 2^3 - 1 = 7, 2^4 - 1 = 15, 2^5 - 1 = 31, \dots$$

归纳各计算结果中的个位数字规律, 猜测  $2^{2008} - 1$  的个位数字是 ( )

- A. 1                      B. 3                      C. 7                      D. 5

【思路分析】通过所给算式, 并再计算几个, 不难得出一个周期性: 然后选择出正确答案.

例 3. (07·成都) 计算:  $\sqrt{12} - 2^{-1} + |\sqrt{3} - 2| - 3 \sin 30^\circ$ .

例 4. (07·深圳) 若  $(a-2)^2 + |b+3| = 0$ , 求  $(a+b)^{2007}$  的值.

【思路分析】利用非负数的性质进行分析并解答.

【随堂演练】

1. (07·长沙) 计算  $\sqrt{18} - \sqrt{8} =$  \_\_\_\_\_.

2. (07·长沙) 计算  $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}} - 1 =$  \_\_\_\_\_.

3. (07·云南)  $\left| -\frac{1}{5} \right|$  的倒数是 \_\_\_\_\_.

4. 某地一天早晨的气温是  $-7^\circ\text{C}$ , 中午上升了  $11^\circ\text{C}$ , 午夜又下降了  $9^\circ\text{C}$ , 则午夜的气温是 ( )

- A.  $5^\circ\text{C}$                       B.  $-5^\circ\text{C}$                       C.  $-3^\circ\text{C}$                       D.  $-9^\circ\text{C}$

5. 估计  $\sqrt{10} + 1$  的值是 ( )

- A. 在 2 和 3 之间              B. 在 3 和 4 之间              C. 在 4 和 5 之间              D. 在 5 和 6 之间

6. (07·沈阳) 计算:  $(\pi - 3)^0 - |\sqrt{5} - 3| + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} - \sqrt{5}$ .

7. (07·北京) 若  $|m-2| + (n-1)^2 = 0$ , 求  $m+2n$  的值.

【课后训练】

1.  $\left(-\frac{1}{8}\right)^{2007} \times (8)^{2008} =$  \_\_\_\_\_.

2. 化简:  $|1 - \sqrt{2}| + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - |\sqrt{2} - \sqrt{3}| =$  \_\_\_\_\_.

3.  $\sqrt{81}$  的算术平方根是 \_\_\_\_\_.

4. 对正实数  $a, b$  作定义,  $a * b = ab - a + b$ , 若  $4 * x = 44$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

5. (07·北京) 国家游泳中心——“水立方”是北京 2008 年奥运会场馆之一, 它的外层膜的展开面积约为  $260000 \text{ m}^2$ . 将 260000 用科学计数法表示为 ( )

- A.  $0.26 \times 10^6$                       B.  $26 \times 10^4$                       C.  $2.6 \times 10^6$                       D.  $2.6 \times 10^5$

6. 已知  $\sqrt{20n}$  是整数, 则满足条件的最小正整数  $n$  为 ( )

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

7. (07·广东) 计算:  $\left(-\frac{3}{7}\right)^0 - 4 \sin 45^\circ \tan 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \times \sqrt{2}$ .

8. 邮政部门规定: 信函重 100 克以内 (包括 100 克) 每 20 克贴邮票 0.8 元, 不足 20 克重以 20 克计算; 超过 100 克, 先贴邮票 4 元, 超过 100 克部分每 100 克加贴邮票 2 元, 不足 100 克重以 100 克计算.

(1) 若要寄一封重 35 克的信函, 则需用贴邮票多少元?

(2) 若要寄一封信函, 贴了 6 元邮票, 问此信函可能有多重?

(3) 九 (2) 班有九位同学参加环保知识竞赛, 若每份答卷重 12 克, 每个信封重 4 克, 请你设计方案, 将这九份答卷装在两个信封中寄出, 使所贴邮票的总金额最少.

### 第 3 课 代数式

#### 【知识要点】

##### 1. 代数式.

定义: 用运算符号把 \_\_\_\_\_ 的式子叫代数式.

##### 2. 代数式的书写要求: \_\_\_\_\_.

注意: 列代数式的关键是找出问题中的等量关系及公式, 如路程 = 速度 × 时间, 售价 = 标价 × 折扣率. 另外, 要想列出正确的代数式, 必须正确理解问题中的关键词语.

##### 3. 求代数式的步骤: ①化简: 一般情况下, 先对代数式进行化简, 再将字母的数值代入;

②计算: 按代数式里的运算关系计算出结果.

##### 4. 公式的探求和应用.

根据文字或图形所提供的信息, 观察分析得出规律或结论, 这是现在中考试题的热点.

#### 【典型例题】

例 1. 某商店进了一批商品, 每件商品的进价是  $a$  元, 若要获利 20%, 则每件商品的零售价就定为 ( )

- A.  $20\%a$       B.  $(1 - 20\%)a$       C.  $\frac{a}{1 + 20\%}$       D.  $(1 + 20\%)a$

【思路分析】设零售价为  $x$  元, 则有  $x - a = 20\%a$ , 则有  $x = 20\%a + a = (1 + 20\%)a$ .

例 2. 代数式  $4a$  的实际意义是 \_\_\_\_\_.

【思路分析】本题答案不唯一, 只要既符合实际意义, 又符合代数式的意义就行了.

例 3. 如果代数式  $4y^2 - 2y + 5$  的值为 7, 求代数式  $2y^2 - y + 1$ .

例 4. 若  $2a^m b^{2m+3n}$  与  $a^{2n-3} b^8$  是同类项, 则  $m$  和  $n$  的值分别为 ( )

- A. 1, 2      B. 2, 1      C. 1, 1      D. 1, 3

【思路分析】根据同类项的概念，列出方程组进行解答。

例 5. (07·重庆) 先化简，再求值， $\frac{x^2-2x}{x^2-1} \div \left(x-1-\frac{2x-1}{x+1}\right)$ ，其中  $x=\frac{1}{2}$ 。

【随堂演练】

1. 某班共有  $a$  名同学参加植树活动，其中男生  $b$  名 ( $b < a$ )。若只让男生参加，每人需植树 15 棵；若只让女生参加，则每人需植树 \_\_\_\_\_ 棵。

2. 观察算式：

$$1=1^2, 1+3=2^2, 1+3+5=3^2, 1+3+5+7=4^2, 1+3+5+7+9=5^2, \dots$$

用代数式表示这个规律 ( $n$  为正整数)：

$$1+3+5+7+\dots+(2n-1) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 已知  $a=\frac{1}{20}x+20$ ,  $b=\frac{1}{20}x+19$ ,  $c=\frac{1}{20}x+21$ ，那么代数式  $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$  的值为 ( )

- A. 4    B. 3    C. 2    D. 1

4. 用代数式表示“ $2a$  与 3 的差”为 ( )

- A.  $2a-3$     B.  $3-2a$     C.  $2(a-3)$     D.  $2(3-a)$

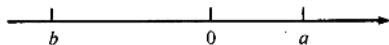
5. 若  $-1 < a < 0$ ，那么代数式  $a(1-a)(1+a)$  的值一定是 ( )

- A. 负数    B. 正数  
C. 非负数    D. 正、负数不能唯一确定

6. (07·北京) 已知  $x^2-4=0$ ，求代数式  $x(x+1)^2-x(x^2+x)-x-7$  的值。

7. (07·南通) 已知： $x=2007$ ,  $y=2008$ 。求： $\frac{x^2+2xy+y^2}{5x^2-4xy} \div \frac{x+y}{5x-4y} + \frac{x^2-y}{x}$  的值。

8. 实数  $a, b$  在数轴上对应点的位置如图所示，化简  $|b-a| + \sqrt{(a-b)^2}$ 。



【课后训练】

- 观察下列一列数的规律，并填空：0, 3, 8, 15, 24, ... 则它的第 2008 个数是 \_\_\_\_\_。
- 一件衣服标价为  $a$  元，现按标价的 7 折出售，则售价用代数式表示为 \_\_\_\_\_。
- 若单项式  $2a^{m+2n}b^{n-2m+2}$  与  $a^5b^7$  是同类项，则  $n^m =$  \_\_\_\_\_。
- 下列估算正确的是 ( )  
A.  $1 < \sqrt{10} < 2$     B.  $2 < \sqrt{10} < 3$     C.  $3 < \sqrt{10} < 4$     D.  $4 < \sqrt{10} < 5$
- 下列式子中，正确的是 ( )

- A.  $3\sqrt{-3} = -3\sqrt{3}$     B.  $\sqrt{2.5} = -0.5$     C.  $\sqrt{15^2} = 15$     D.  $\sqrt{(-3)^2} = \pm 3$
6. 树叶上有许多气孔，在阳光下，这些气孔一面排出氧气和蒸腾水分，一面吸入二氧化碳，一个气孔在一秒钟内能吸进 25000 亿个二氧化碳分子用科学记数法表示 25000 亿为 ( )
- A.  $2.5 \times 10^{10}$     B.  $2.5 \times 10^{11}$     C.  $2.5 \times 10^{12}$     D.  $2.5 \times 10^{13}$
7. 火车票上的车次号有两个意义，一是数字越小表示火车速度越快，1—98 次为特快列车，101—120 次直快列车，301—398 次为普快列车，401—598 次为普客列车，二是单数与双数表示不同的行驶方向，其中单数表示从北京开出，双数表示开往北京，根据以上规定，贵阳开往北京的某一直快列车的车次号可能是 ( )
- A. 20    B. 119    C. 120    D. 319
8. 小兵到学校食堂买饭，看到 A、B 两窗口前面排的人一样多 (设为  $a$  人， $a > 8$ ) 就站到 A 窗口队伍的后面排队，过了 2 分钟，他发现 A 窗口每分钟有 4 人买了饭离开队伍，B 窗口每分钟有 6 人买了饭离开队伍，且 B 窗口队伍后面每分钟增加 5 人。
- (1) 此时若小兵继续在 A 窗口排队，则他到达 A 窗口所花的时间是多少？(用含  $a$  的代数式来表示)。
- (2) 此时若小兵迅速从 A 窗口转到 B 窗口队伍后面重新排队，且到达 B 窗口所花的时间比继续在 A 窗口排队到达 A 窗口的时间少，求  $a$  的取值范围。(不考虑其他因素)。

## 第 4 课 整 式

### 【知识要点】

#### 1. 整式的概念.

(1) 单项式：\_\_\_\_\_ 的代数式叫做单项式，单项式中的 \_\_\_\_\_ 叫做单项式的系数；单项式中 \_\_\_\_\_ 叫做单项式的次数。

特别地：单独一个字母或一个数也叫做单项式。

(2) 多项式：几个 \_\_\_\_\_ 叫做多项式，在多项式中，每一个 \_\_\_\_\_ 叫做多项式的项。其中不含字母的项叫做 \_\_\_\_\_；在多项式里， \_\_\_\_\_ 就是这个多项式的次数。

(3) 整式：\_\_\_\_\_ 统称为整式。

(4) 同类项：所含字母相同，且相同字母的指数相等的项叫做同类项。

(5) 合并同类项：把 \_\_\_\_\_ 合并成一项，叫做合并同类项。

#### 2. 整式的运算.

(1) 幂的运算性质：

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn}, (ab)^n = a^n b^n, a^m \div a^n = a^{m-n}.$$

(2) 零指数幂和负指数幂：

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0), a^{-p} = \frac{1}{a^p}; \quad (a \neq 0)$$

(3) 乘法公式：

平方差公式： $(a+b)(a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

完全平方公式： $(a \pm b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**【典型例题】**

例 1. 下列各式中正确的是 ( )

A.  $x^3 + 2x^3 = 2x^6$

B.  $(-x)^5 \div (-x)^3 = -x^2$

C.  $2x^2 \cdot (-3x^3) = -6x^5$

D.  $(-x^2)^3 = -x^5$

**【思路分析】** 本题主要考查整式的运算, 要注意运算性质及符号法则的正确运用.

例 2. 有三种卡片, 其中边长为  $a$  的正方形卡片一张, 边长分别为  $a$ 、 $b$  的矩形卡片 6 张, 边长为  $b$  的正方形卡片 9 张, 用这 16 张卡片拼成一个正方形, 则这个正方形的边长为 \_\_\_\_\_.

**【思路分析】** 本题的关键是找到所拼的正方形的边长, 再结合实际进行拼图. 从面积出发, 16 张三种卡片的面积总和为:  $a^2 + 6ab + 9b^2$ , 根据拼图前后的面积不变 (无重叠), 则可求出正方形的边长.

例 3. 已知:  $a - \frac{1}{a} = \frac{3}{2}$ . 求下列各式的值: (1)  $a^2 + \frac{1}{a^2}$ ; (2)  $a + \frac{1}{a}$ .

**【思路分析】** 本题主要考查对乘法公式的熟练应用.

例 4. 老师在黑板上写出三个算式:

$$5^2 - 3^2 = 8 \times 2, \quad 9^2 - 7^2 = 8 \times 4, \quad 15^2 - 3^2 = 8 \times 27.$$

王亮接着又写了两个具有同样规律的算式:

$$11^2 - 5^2 = 8 \times 12, \quad 15^2 - 7^2 = 8 \times 22.$$

(1) 请你再写出两个具有上述规律 (不同于上面算式) 的算式;

(2) 用文字写出反映上述算式的规律;

(3) 证明这个规律的正确性.

**【思路分析】** (1) 答案不是唯一的. 如:  $7^2 - 5^2 = 8 \times 3$ ,  $13^2 - 11^2 = 8 \times 6$ ; (2) 任意两个奇数的平方差是 8 的倍数; (3) 证明: 设  $m$ 、 $n$  为整数, 则两个奇数可表示为  $(2m+1)$  和  $(2n+1)$ , 则  $(2m+1)^2 - (2n+1)^2 = 4(m-n)(m+n+1)$ . 当  $m$ 、 $n$  同是奇数或同是偶数时,  $m-n$  一定为偶数, 所以  $4(m-n)$  一定就是 8 的倍数; 当  $m$ 、 $n$  为一奇一偶时, 则  $(m+n+1)$  一定为偶数, 所以  $4(m+n+1)$  一定是 8 的倍数. 综上所述, 任意两个奇数的平方差是 8 的倍数.

**【随堂演练】**

1. (07·河南) 计算:  $(-2x^2) \cdot 3x^4 =$  \_\_\_\_\_.

2. 多项式  $3x^2y^3 - x^2y - 4y^2x - 6$  是 \_\_\_\_\_ 次 \_\_\_\_\_ 项式, 最高次项的系数是 \_\_\_\_\_. 把多项式按  $y$  的降幂排列是 \_\_\_\_\_.

3. (07·黄冈) 下列计算正确的是 ( )

A.  $a^2 + a^3 = 2a^5$

B.  $(-2a^3)^2 = 4a^6$

C.  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

D.  $a^6 \div a^2 = a^3$

4. (07·云南) 已知  $x+y = -5$ ,  $xy = 6$ , 则  $x^2 + y^2$  的值是 ( )

A. 1

B. 13

C. 17

D. 25

5. (07·昆明) 下列运算中, 正确的是 ( )

A.  $a^3 a^2 = a^6$

B.  $(-3a)^2 = 6a^2$

C.  $\sqrt{3}a + \sqrt{2}a = \sqrt{5}a$

D.  $(a-3b)(a+3b) = a^2 - 9b^2$

6. (07·成都) 已知:  $x$  是一元二次方程  $x^2 + 3x - 1 = 0$  的实数根, 求代数式  $\frac{x-3}{3x^2-6x} \div \left(x+2-\frac{5}{x-2}\right)$  的值.

7. 先化简,  $(2x-1)^2 - (3x+1)(3x-1) + 5x(x-1)$ , 再选取一个你喜欢的数代替  $x$  求值.

**【课后训练】**

1. 仔细观察下列各等式:  $5^2 = 25$ ,  $15^2 = 225$ ,  $25^2 = 625$ ,  $35^2 = 1225$ , ……

根据以上规律, 请你计算下列各题:

(1)  $55^2 =$  \_\_\_\_\_, (2)  $85^2 =$  \_\_\_\_\_, (3)  $115^2 =$  \_\_\_\_\_.

2. (07·宁夏) 一根钢筋长  $a$  米, 第一次用去了全长的  $\frac{1}{3}$ , 第二次用去了余下的  $\frac{1}{2}$ , 则剩余部分的长度为 \_\_\_\_\_.

3. 现有甲、乙两家液化气站, 他们的每罐液化气的价格、质量都相同, 为了促销, 甲站的液化气每罐降价 25%; 购买乙站的液化气每个用户第一罐按照原价销售, 若用户继续购买, 则从第二罐开始以 7 折优惠. 促销活动都是一年, 若小明家每年购买 8 罐液化气, 则购买液化气最省钱的方法是 ( )

- A. 买甲站的
- B. 买乙站的
- C. 买两站的都可以
- D. 先买甲站的一罐, 以后再买乙站的

4. 将二次三项式  $x^2 + 6x + 7$  进行配方, 正确的结果应为 ( )

- A.  $(x+3)^2 + 2$
- B.  $(x-3)^2 + 2$
- C.  $(x+3)^2 - 2$
- D.  $(x-3)^2 - 2$

5. (07·哈尔滨) 下列计算中, 正确的是 ( )

- A.  $3a + 2b = 5ab$
- B.  $a \cdot a^4 = a^4$
- C.  $a^6 \div a^2 = a^3$
- D.  $(a^3b)^2 = a^6b^2$

6. (07·杭州) 给定下面一系列分式:  $\frac{x^3}{y}$ ,  $-\frac{x^5}{y^2}$ ,  $\frac{x^7}{y^3}$ ,  $-\frac{x^9}{y^4}$ , …… (其中  $x \neq 0$ )

- (1) 把任意一个分式除以前面一个分式, 你发现了什么规律?
- (2) 根据你发现的规律, 试写出给定的这列分式中的第 7 个分式.

7. 已知:  $a$ 、 $b$  满足  $a^2 + b^2 - 6a - 8b + 25 = 0$ . 求:  $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$  的值.

## 第5课 因式分解

### 【知识要点】

1. 因式分解：把 \_\_\_\_\_ 因式分解.
2. 因式分解的基本方法：
  - (1) 提公因式法：\_\_\_\_\_.
  - (2) 运用公式法：平方差公式： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$   
完全平方公式： $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
3. 因式分解的一般步骤：  
首先提取公因式，然后试试用公式，分解因式要彻底，几种方法反复试。  
注意：要看清题目要求分解因式的范围.

### 【典型例题】

例 1. (07·北京) 把代数式  $ax^2 - 4ax + 4a$  分解因式.

例 2. (06·嘉兴) 一次课堂练习，小敏同学做了如下 4 道因式分解的题，你认为做得不够完整的是 ( )

A.  $x^3 - x = x(x^2 - 1)$

B.  $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$

C.  $x^2y - xy^2 = xy(x - y)$

D.  $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

【思路分析】分解因式，必须进行到每一个因式都不能再分解为止，这才算完整，从这一点出发对选择项进行分析，可选出正确的结论.

例 3. 请你从下列各式中，任选两式作差，并将得到的式子进行因式分解.

$4a^2, (x + y)^2, 1, 9b^2.$

【思路分析】这是一道开放型试题，考查了因式分解的基本技能，答案不唯一.

例 4. (1) 多项式  $4x^2 + M + 9y^2$  是一个完全平方式，则  $M =$  \_\_\_\_\_ (填一个即可).

(2) 若整式  $4x^2 + Q + 1$  是一个完全平方式，请你写出一个满足条件的单项式  $Q =$  \_\_\_\_\_ (填一个即可).

【思路分析】根据完全平方公式  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$  的特点，进行分析和判断.

### 【随堂演练】

1. (06·常德) 多项式  $ax^2 - 4a$  与多项式  $x^2 - 4x + 4$  的公因式是 \_\_\_\_\_.
2. (06·湖州) 分解因式： $a^3 - 2a^2 + a =$  \_\_\_\_\_.
3. (07·黄冈) 分解因式： $x^3 - xy^2 =$  \_\_\_\_\_.
4. (07·广东) 下列各式中能用平方差公式分解因式的是 ( )  
A.  $x^2 + 4y^2$                       B.  $x^2 - 2y + 1$                       C.  $-x^2 + 4y^2$                       D.  $-x^2 - 4y^2$
5. (07·杭州) 分解因式  $(x - 1)^2 - 9$  的结果是 ( )  
A.  $(x + 8)(x + 1)$                       B.  $(x + 2)(x - 4)$   
C.  $(x - 2)(x + 4)$                       D.  $(x - 10)(x + 8)$
6. 有一个多项式它的中间一项是  $12xy$ ，它的前后两项被墨水污染了看不清，请你把前后两项补充完整，使它成为完全平方式，你有几种方法？(要求至少写出两种不同的

方法.)

(1) \_\_\_\_\_; (2) \_\_\_\_\_.

7. 观察下面各式的规律:

$$1^2 + (1 \times 2)^2 + 2^2 = (1 \times 2 + 1)^2,$$

$$2^2 + (2 \times 3)^2 + 3^2 = (2 \times 3 + 1)^2,$$

$$3^2 + (3 \times 4)^2 + 4^2 = (3 \times 4 + 1)^2,$$

.....

(1) 写出第 2007 行的式子 \_\_\_\_\_;

(2) 写出第  $n$  行的式子 \_\_\_\_\_, 并说明你的结论为什么是正确的.

### 【课后训练】

1. 因式分解:  $(x^2 + 2x + 1) - y^2 =$  \_\_\_\_\_.

2. (07·深圳) 分解因式:  $2x^2 - 4x + 2 =$  \_\_\_\_\_.

3. (07·哈尔滨) 分解因式:  $3ax^2 - 3ay^2 =$  \_\_\_\_\_.

4. (06·盐城) 下列分解因式中结果表明正确的是 ( )

A.  $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$

B.  $1 - (x + 2)^2 = (x + 1)(x + 3)$

C.  $2m^2 - 8n^3 = 2n(m^2 - 4n^2)$

D.  $x^2 - x + \frac{1}{4} = x^2 \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{4x^2}\right)$

5. 若  $y^2 + 4y + 4 + \sqrt{x + y + 1} = 0$ , 则  $xy$  的值等于 ( )

A. -6

B. -2

C. 2

D. 6

6. (06·衡阳) 分解因式  $x^3 - x$ , 结果为 ( )

A.  $x(x^2 - 1)$

B.  $x(x - 1)^2$

C.  $x(x + 1)^2$

D.  $x(x + 1)(x - 1)$

7. (06·浙江) 如果一个正整数能表示为两个连续偶数的平方差, 那么称这个正整数为“神秘数”. 如  $4 = 2^2 - 0^2$ ,  $12 = 4^2 - 2^2$ ,  $20 = 6^2 - 4^2$ , 因此 4, 12, 20 这三个数都是神秘数.

(1) 28 和 2012 这两个数是神秘数吗? 为什么?

(2) 设两个连续偶数为  $2k + 2$  和  $2k$  (其中  $k$  取非负整数), 由这两个连续偶数构造的神秘数是 4 的倍数吗? 为什么?

(3) 两个连续奇数的平方差 (取正数) 是神秘数吗? 为什么?

## 第 6 课 分 式

### 【知识要点】

1. 分式的基本概念.

分式: 一般地, 如果  $A$ 、 $B$  表示两个整式, 并且  $B$  中含有字母且不等于零, 那么式子

$\frac{A}{B}$  叫做分式, 其中  $A$  叫分子,  $B$  叫分母.

2. 分式的基本性质.

基本性质: 分式的分子、分母都乘以 (或除以) 同一个不为零的整式, 分式的值不变.



即  $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M} = \frac{A \div M}{B \div M}$  ( $B \neq 0, M \neq 0$  的整式).

3. 分式的运算.

注意: 分式的运算结果应该是 \_\_\_\_\_.

**【典型例题】**

例 1. (06·济宁市) 若  $\frac{|x|-1}{x^2+2x-3}$  的值为零, 则  $x$  的值是 ( )

- A.  $\pm 1$                       B. 1                      C. -1                      D. 不存在

例 2. 德国数学家莱布尼兹发现了下面的单位分数三角形 (单位分数就是分子为 1, 分母为正整数的分数):

第 1 行	$\frac{1}{1}$				
第 2 行	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$			
第 3 行	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$		
第 4 行	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	
第 5 行	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{5}$
	.....				

根据前 5 行的规律, 可以知道第 6 行的数依次为: \_\_\_\_\_.

**【思路分析】** 认真观察给出的前 5 行的各个数, 尤其看分母, 可以看到每一行首尾两个分数相同, 且分母与行数的大小相同; 另外距离首尾相等的项相同; 每行中连续两数之和等于其肩上的数字; 每行第一个分母数与行数一致; 故可得第六行中的数据.

例 3. 计算:

(1) (06·南京)  $\frac{a^2-1}{a^2+2a+1} \div \frac{a^2-a}{a+1}$ ;

(2) (06·苏州)  $\frac{1}{2x} - \frac{1}{x+y} \cdot \left(\frac{x+y}{2x} - x - y\right)$ .

**【思路分析】** 这一组题考查了分式的基本运算, 解决这组题的关键在于掌握分式的运算法则.

例 4. (06·淮安) 已知:  $x = \sqrt{2} + 1$ , 求:  $\left(\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x^2-2x+1}\right) \div \frac{1}{x}$  的值.

**【思路分析】** 按照分式的运算法则进行运算, 化成最简形式, 再代入求值.

**【随堂演练】**

1. (07·大连) 计算:  $\frac{1}{x^2-x} \cdot \frac{x-1}{x} =$  \_\_\_\_\_.