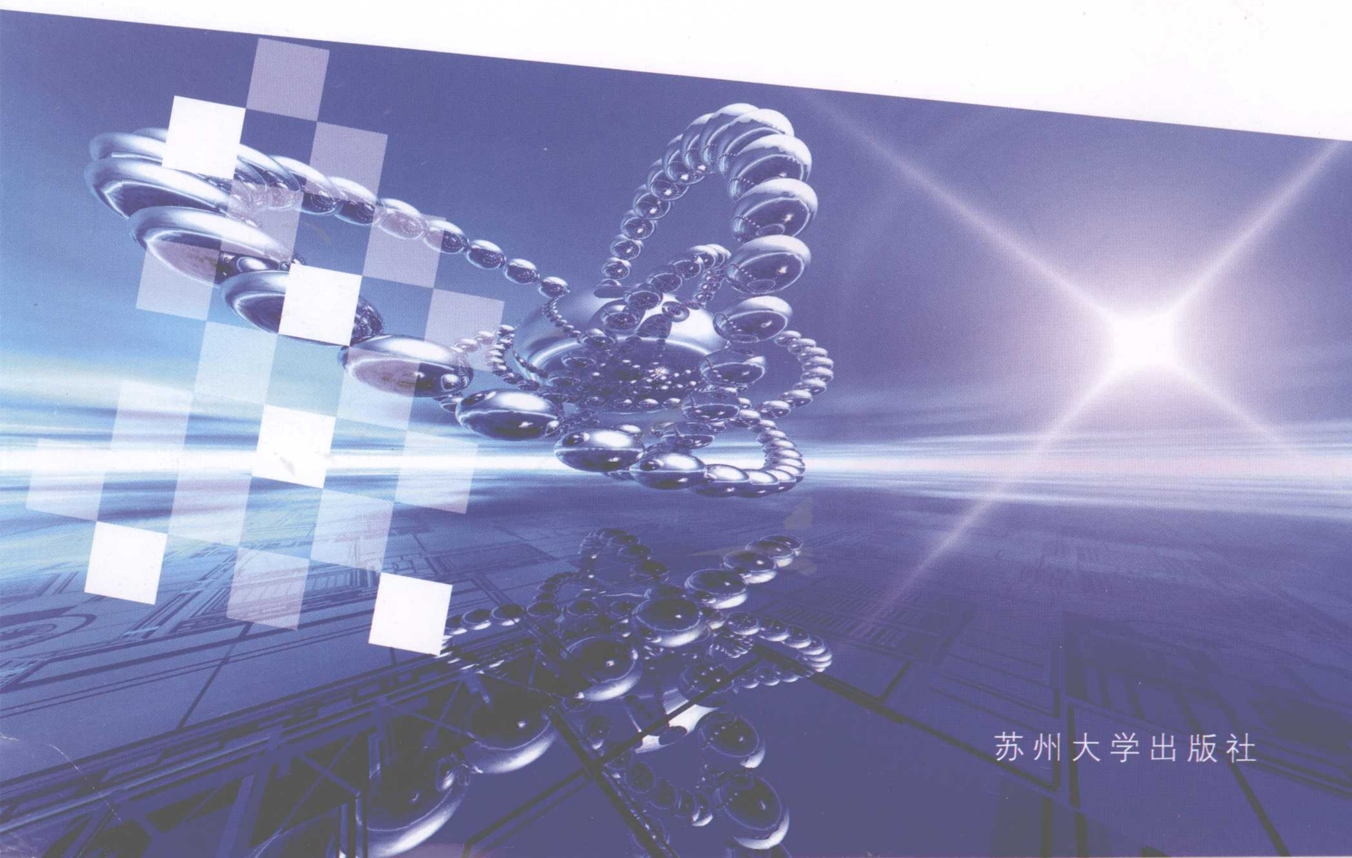
概率论与数理统计

练习与测试

南京工业大学应用数学系　编



苏州大学出版社

概率论与数理统计
练习与测试

南京工业大学应用数学系　编

苏州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计练习与测试/南京工业大学应用数学系编. —苏州：苏州大学出版社，2008.1
ISBN 978-7-81137-010-2

Ⅰ. 概… Ⅱ. 南… Ⅲ. ①概率论-高等学校-习题②数理统计-高等学校-习题 Ⅳ. O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 000922 号

概率论与数理统计练习与测试
南京工业大学应用数学系　编
责任编辑　谢金海

苏州大学出版社出版发行
(地址：苏州市干将东路 200 号　邮编：215021)
宜兴文化印刷厂印装
(地址：宜兴市南漕镇　邮编：214217)

开本 787mm×1 092mm　1/16　印张 9.25　字数 231 千
2008 年 1 月第 1 版　2008 年 1 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-81137-010-2　定价：15.00 元

前　言

要学好概率论与数理统计，总离不开解题。通过解题，可以加深对所学课程内容的理解，灵活地掌握运算方法和提高自己的解题技巧，培养分析问题、解决问题的能力。因此，如何帮助学生提高解题能力是当前高校数学课程教学改革的一项重要任务。

为了帮助学生更好地完成作业，也为了帮助学生比较系统地复习、巩固所学知识，我们组织部分教师针对《概率论与数理统计》课程的特点，编写了这本《概率论与数理统计练习与测试》。全书分“同步练习”、“综合练习”、“模拟测试”三个部分。其中“同步练习”包含各章学生应完成的作业，起到一个检查督促的作用；“综合练习”则提供了一定数量的习题，可帮助学生系统复习所学知识，提高解题能力。“模拟测试”提供了4套模拟试卷，供学生自我检查。书末提供了参考答案。

本书是在我系多年使用的讲义基础上形成的，是我系教师共同努力的结晶，前后参加编写的人员有施庆生、陈晓龙、赵剑、王刚、马树建、杨赟、张小平等，最后由陈晓龙、施庆生负责统稿。

由于编者水平有限，书中的不当之处在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

2008年1月

目　　录

院（系）________ 班级________ 学号________ 姓名________

第一部分　同步练习

第一章　事件与概率

1. 设 A、B、C 表示三个事件，利用 A、B、C 表示下列事件：

(1) A 出现，B、C 都不出现；

(2) A、B 都出现，C 不出现；

(3) 三个事件都出现；

(4) 三个事件中至少一个出现；

(5) 不多于一个事件出现；

(6) 三个事件都不出现；

(7) 不多于两个事件出现；

(8) 三个事件中至少有两个出现.

2. 试写出下列试验的样本空间：

(1) 记录一个班级一次数学考试平均分数（百分制）；

(2) 同时掷出 3 颗骰子，记录 3 颗骰子点数之和；

(3) 生产产品直到有十件正品为止，记录生产产品总数；

(4) 在单位圆内任意取一点，记录它的坐标. 写出该随机试验的样本空间.

3. 指出下列命题是否成立，并说明理由：

(1) $A\cup B=A\overline{B}\cup B$；(2) $\overline{A}B=A\cup B$；(3) $\overline{A\cup B}C=\overline{A}\overline{B}\overline{C}$；

(4) $(AB)(A\overline{B})=\varnothing$；(5) 若 $A\subset B$，则 $A=AB$；(6) 若 $AB=\varnothing$ 且 $C\subset A$，则 $BC=\varnothing$.

4．从一批由45件正品、5件次品组成的产品中任意抽取3件，求恰有一件次品的概率.

5．从1，2，3，4，5这5个数中任意取出3个，组成一个三位数.求下列事件的概率：

(1) 三位数是奇数； (2) 三位数为5的倍数；

(3) 三位数为3的倍数； (4) 三位数小于350.

6．在1700个产品中有500个次品，1200个正品，现任取200个.求：(1)恰有90个次品的概率；(2)至少有2个次品的概率.

7. 某油漆公司发出 17 桶油漆,白漆 10 桶,黑漆 4 桶,红漆 3 桶,由于标签脱落,交货人只好随意将这些漆发给顾客. 试问一个订货 4 桶白漆、3 桶黑漆、2 桶红漆的顾客,能如愿获得订货的概率是多少?

8. 在某营业柜有 10 个人,分别佩戴从 1 号到 10 号的服务号,任选 3 人记录其服务号的号码. 求:(1) 最大号码为 6 的概率;(2) 最小号码为 6 的概率.

9. 甲、乙两艘轮船要在一个不能同时停靠两艘船的码头停泊,它们在一昼夜内到达该码头的时刻是等可能的. 若甲船停泊时间是一小时,乙船停泊时间是两小时,试求它们中任何一艘船都不需要等候码头空出的概率.

10. 设 A,B 是两事件,且 $P(A)=0.6$,$P(B)=0.7$,问:

(1) 在什么条件下 $P(AB)$ 取到最大值,最大值是多少?

(2) 在什么条件下 $P(AB)$ 取到最小值,最小值是多少?

11. 把长度为 a 的线段在任意二点折断成为三线段,试求它们可以构成一个三角形的概率.

12. A,B,C 是三个事件,且 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}$,$P(AB)=P(BC)=0$,$P(AC)=\frac{1}{8}$,求:(1) A,B,C 至少发生一个的概率;(2) A,B,C 都不发生的概率.

13. 已知 $P(A)=\frac{1}{4}, P(B|A)=\frac{1}{3}, P(A|B)=\frac{1}{2}$,试求 $P(B), P(A\cup B)$.

14. 某种灯泡能使用到 1000 小时的概率为 0.8,能使用到 1500 小时的概率为 0.3.现有该种灯泡已经使用了 1000 小时,求该灯泡能使用到 1500 小时的概率.

15. 盒子里装有 15 个乒乓球,其中有 9 个新球,在第一次乒乓球比赛中随机从盒子里取出 3 个,赛后放回盒子里,在第二次比赛时又随机取出 3 个球.问:第二次取出的 3 个球均为新球的概率.

16. 发报台随机地分别以概率 0.6 和 0.4 发出信号“·”及“-”. 由于系统干扰,当发出“·”时,收报台分别以概率 0.8 和 0.2 收到“·”及“-”;而发报台发出“-”时,收报台分别以概率 0.9 和 0.1 收到“-”及“·”,求:

(1) 收报台收到信号“·”的概率;

(2) 收报台收到“·”时,发报台的确是发出信号“·”的概率.

17. 两台车床加工相同型号的零件,第一台加工的废品率为 0.03,第二台加工的废品率为 0.02. 加工后的零件放在一起,已知第一台机器加工的零件占$\frac{2}{3}$,现随机地从中抽取一件. (1) 求这件零件为正品的概率;(2) 若已知该件零件为正品,求它是第一台车床加工的概率.

18. 某人忘记了电话号码的最后一个数字,因而他随意地拨号. 求他拨号不超过三次而接通所需电话的概率. 若已知最后一个数字是奇数,那么此概率是多少?

19. 设一人群中有 37.5%的人血型为 A 型,20.9%为 B 型,33.7%为 O 型,7.9%为 AB 型.已知能允许输血的血型配对如下表.现在在人群中任选一人为输血者,再任选一人为需要输血者,问输血能成功的概率是多少?

受血者 \ 输血者	A 型	B 型	AB 型	O 型
A 型	√	×	√	√
B 型	×	√	√	√
AB 型	√	√	√	√
O 型	×	×	×	√

√:允许输血　　×:不允许输血

20. 有两箱同种类的零件.第一箱装 50 只,其中 10 只一等品,第二箱装 30 只,其中 18 只一等品.今从两箱中任取一箱,然后从该箱中取零件两次,每次任取一只,作不放回抽样.试求:(1) 第一次取到的零件是一等品的概率;(2) 在第一次取到的零件是一等品的条件下,第二次取到的也是一等品的概率.

21. 三台机器独立运转着,第一台、第二台、第三台机器正常运转的概率分别为 0.9、0.8、0.7.求:(1) 三台机器均正常运转的概率;(2) 至少一台发生故障的概率.

22. 三人独立地去破译一份密码,已知各人能译出的概率分别为$\frac{1}{5}$,$\frac{1}{3}$,$\frac{1}{4}$,求:(1) 恰有 1 人译出密码的概率;(2) 至少有 1 人译出密码的概率.

23. 甲、乙、丙三人同时对飞机进行射击,三人击中飞机的概率分别为 0.4、0.5、0.7. 飞机被一人击中而被击落的概率为 0.2,被两人击中而被击落的概率为 0.6,若三人都击中,飞机必定被击落.试求飞机被击落的概率.

24. 如果一危险情况 C 发生，则警报电路闭合并发出警报，我们可以借用两个或多个开关并联以改善可靠性，在 C 发生时这些开关每一个都应闭合，且若至少有一个开关闭合了，警报就发出. 如果两个这样的开关并联联接，它们每个具有 0.96 的可靠性(即在情况 C 发生时闭合的概率). 试问这时系统的可靠性(即电路闭合的概率)是多少? 如果需要有一个可靠性至少为 0.9999 的系统，则至少需要用多少只开关并联? 这里设各开关闭合与否都是相互独立的.

25. 将 A,B,C 三个字母之一输入信道，输出为原字母的概率为 α，而输出为其他一字母的概率都是 $\frac{1-\alpha}{2}$. 今将字母串 AAAA、BBBB、CCCC 之一输入信道，输入 AAAA、BBBB、CCCC 的概率分别为 p_1、p_2、p_3($p_1+p_2+p_3=1$)，已知输出为 ABCA，问输入的是 AAAA 的概率是多少?(设信道传输每个字母的工作是相互独立的.)

院(系)__________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

第二章 随机变量及其分布

1. 判别下列表格函数能否作为某离散型随机变量的分布律,并说明理由.

(1)

X	-1	0	1
p_i	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$

(2)

X	-1	0	1
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

(3)

X	1	2	$\cdots$	n	$\cdots$
p_i	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)$	$\cdots$	$\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$	$\cdots$

2. 设函数 $F(x)=\begin{cases}\sin x, & 0\leqslant x\leqslant\pi,\\ 0, & 其他.\end{cases}$ 试判断该函数可否作为某连续型随机变量的分布函数.(要求说明理由.)

3. 一个口袋中有 7 个红球，3 个白球，现从中任取 5 个，每个球被取到的概率相同，设 X 表示取到的白球个数，求 X 的分布律.

4. 一筐中有 7 个篮球，编号分别为 1，2，3，4，5，6，7. 现从筐中同时取出 3 个，用 X 表示所取球的最大号码，求 X 的分布律.

5. 求下列分布律中的常数 k：

(1) X：$P\{X=m\}=\dfrac{k}{m-4}$，$m=1,2,3$；

(2) X：$P\{X=m\}=k\dfrac{\lambda^m}{m!}$，$m=0,1,2,3,\cdots$.

6. 设在 6 件零件中有 4 件正品,2 件次品.从中抽取 4 次,每次取 1 件,用 X 表示取出的正品件数.试分别在有放回和无放回的情况下,求:(1) X 的分布律;(2) X 的分布函数.

7. 某批电子管的正品率为$\frac{3}{4}$,现对该批电子管进行测试.设第 X 次首次取得正品,求 X 的分布律.

8. 将一颗骰子抛掷两次,以 X_1 表示两次所得点数之和,以 X_2 表示两次中得到的较小的点数,试分别求 X_1,X_2 的分布律.