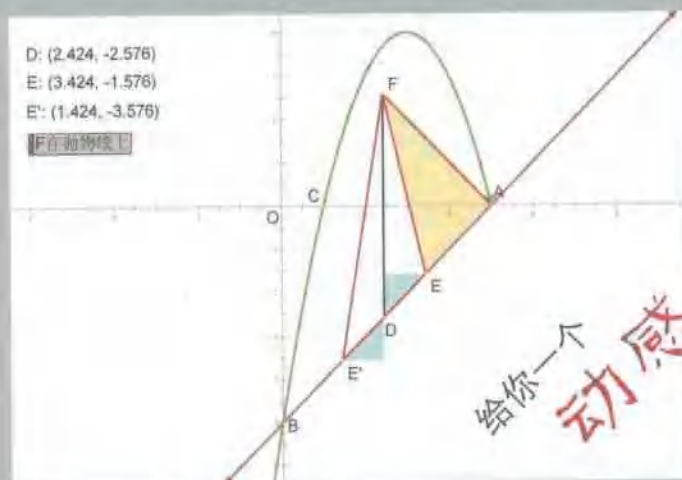


挑战中考数学

压轴题

马学斌 舒耀俐 编著

华东师范大学出版社



给你一个动感体验

中考数学 压轴题

马学斌 舒耀俐 编著

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

挑战中考数学压轴题/马学斌,舒耀俐编著. —上海:华东师范大学出版社,2007.12

ISBN 978 7 5617-5803-8

I. 挑… II. ①马…②舒… III. 数学课—初中—习题—升学参考资料 IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 204890 号

挑战中考数学压轴题

编 著 马学斌 舒耀俐
项目编辑 徐祥简
文字编辑 柴丽琴
封面设计 高山
版式设计 蒋克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 www.echupress.com.cn www.hdsdbook.com.cn
市 场 部 传真 021-62860410 021-62802316
邮购零售 电话 021-62869387 021-54340188

印 刷 者 上海市崇明县裕安印刷厂
开 本 787×1092 16 开
印 张 16.75
字 数 359 千字
版 次 2008 年 1 月第一版
印 次 2008 年 1 月第一次
印 数 6000
书 号 ISBN 9/8 7-5617-5803-8/C·3366
定 价 35.00 元(含光盘)

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

技术让思想更完美

这是一本供初三毕业生复习迎考、研究压轴题、挑战满分的书；

这是一本供初中数学教师继续教育学习、研究现代教育技术与中学数学课程整合的参考书；

这是一本用《几何画板》动态研究中考数学压轴题的书；

这是一本以中考数学压轴题为载体学习《几何画板》的书；

这是一本初中数学课件资源的素材库。

中考数学压轴题的灵魂是数形结合，数形结合的精髓是函数，函数的核心是运动变化。这本书的时尚就在于让读者在图形运动变化的过程中体验、把握、认知数学的美和压轴题的精髓。

全书共分四部分。第一部分是函数图象中点的存在性问题，这部分压轴题的主要特征是先求函数的解析式，然后在函数的图象上探求符合条件的点。

第二部分是图形运动中的函数关系问题，这部分压轴题的主要特征是在图形运动变化的过程中，探求两个变量之间的函数关系，并根据实际情况探求函数的定义域，进而在一般性的基础上探求符合条件的特殊性。探求符合条件的特殊性一般和分类讨论思想紧密地联系在一起。

第三部分是图形运动中的计算说理问题，这部分压轴题的主要特征是先给出一个图形进行研究，然后研究图形的位置发生变化后结论是否发生变化，进而进行证明。解决这部分压轴题的关键是抓住图形运动过程中的数据特征和不变关系，通过计算进行说理。

第四部分是图形的平移、翻折与旋转，这部分题目的主要特征是在图形的平移、翻折、旋转等运动变化中寻找不变的量，把握规律，探求关系。另一个主要特征是把图形的对称性与分类讨论思想结合在一起，也就是平常所说的一题多解。这样的题目一般布局在中考试卷填空题或选择题的最后两道题，作为基础部分的选拔题。

本书的压轴题选自2006年-2007年上海市各区县的中考数学模拟题和2001年-2007年上海市的中考数学试题。每道压轴题除题目(注明出处)外，由4个板块组成：**【动感体验】**是这本书的特色，先打开这道题对应的光盘文件，在认真阅读理解题意的基础上，按照提示拖动屏幕上的主动点，在图形运动的过程中把握规律、理解内涵、探求关系；**【思路点拨】**是这本书的一个靓点，它解读这道压轴题所考察的数学思想和数学方法，挑出解答这道压轴题的突破口，指出这道题目的难点；**【满分解答】**是比较规范、简练地对这道题目进行解答；**【考点伸展】**是我们在动态研究压轴题的过程中，对一些题目进行了深入的探讨，对这些题目提出的一点回顾与思考，压轴题作为命题组智慧的浓缩，我们不可能提出有突破性的反思，只是想借用几何画板把智慧延伸一下。更多压轴题的考点伸展，我们只是追求形式上的对称，提出了一些常规性的问题。

尽管我们对几何画板的研究水平还有限,但我们一直在迈和实践的步子,在此非常感谢全国几何画板的领路人、北京师范大学潘懋德教授和南京师范大学附中特级教师陶维林老师多年来对我们的鼓励和帮助.

大家在使用本书的过程中有什么问题和建议请随时与我们联系(wnmaxuebin@163.com, shhshuyaoli@163.com),以便我们学习和修改.

马学斌 舒耀俐

2007年12月

目 录

第一部分 函数图象中点的存在性问题

§ 1.1 因动点产生的相似三角形问题	2
例 1 2002 年上海市中考第 26 题	2
例 2 2006 年崇明县中考模拟第 24 题	4
例 3 2006 年闵行区中考模拟第 24 题	6
例 4 2007 年宝山区中考模拟第 24 题	8
例 5 2007 年闵行区第二次中考模拟第 24 题	10
例 6 2007 年浦东新区中考模拟第 24 题	12
例 7 2007 年杨浦区中考模拟第 24 题	14
例 8 2007 年闸北区第二次中考模拟第 24 题	16
§ 1.2 因动点产生的等腰三角形问题	18
例 9 2006 年宝山区中考模拟第 24 题	18
例 10 2007 年闵行区中考模拟第 24 题	20
例 11 2006 年松江区中考模拟第 24 题	22
§ 1.3 因动点产生的直角三角形问题	24
例 12 2006 年嘉定区中考模拟第 24 题	24
例 13 2006 年金山区中考模拟第 25 题	26
例 14 2007 年徐汇区崇明县中考模拟第 24 题	28
§ 1.4 因动点产生的全等三角形问题	30
例 15 2001 年上海市中考第 26 题	30
§ 1.5 因动点产生的平行四边形问题	32
例 16 2007 年南汇区中考模拟第 25 题	32
例 17 2007 年虹口区中考模拟第 24 题	34
§ 1.6 因动点产生的梯形问题	36
例 18 2006 年奉贤区中考模拟第 24 题	36
例 19 2006 年青浦区中考模拟第 24 题	38
例 20 2007 年嘉定区中考模拟第 24 题	40
§ 1.7 因动点产生的面积问题	42
例 21 2006 年浦东新区中考模拟第 25 题	42
例 22 2006 年闸北区中考模拟第 25 题	44

例 23	2006 年上海市中考第 24 题	46
例 24	2007 年上海市部分学校抽样测试第 24 题	48
例 25	2007 年黄浦区中考模拟第 24 题	50
例 26	2007 年金山区中考模拟第 24 题	52
例 27	2007 年普陀区中考模拟第 25 题	54
例 28	2007 年青浦区中考模拟第 24 题	56
§ 1.8	因动点产生的相切问题	58
例 29	2006 年虹口区中考模拟第 25 题	58
例 30	2006 年卢湾区中考模拟第 25 题	60
例 31	2007 年卢湾区中考模拟第 25 题	62

第二部分 图形运动中的函数关系问题

§ 2.1	由比例线段产生的函数关系问题	66
例 1	2001 年上海市中考第 27 题	66
例 2	2005 年上海市中考第 25 题	68
例 3	2006 年宝山区中考模拟第 25 题	73
例 4	2006 年虹口区中考模拟第 24 题	75
例 5	2006 年黄浦区中考模拟第 25 题	77
例 6	2006 年静安区中考模拟第 25 题	79
例 7	2006 年闵行区中考模拟第 25 题	81
例 8	2006 年杨浦区第二次中考模拟第 25 题	83
例 9	2007 年长宁区中考模拟第 25 题	85
例 10	2007 年上海市部分学校抽样测试第 25 题	87
例 11	2007 年黄浦区中考模拟第 25 题	89
例 12	2007 年静安区中考模拟第 25 题	92
例 13	2007 年浦东新区中考模拟第 25 题	94
例 14	2007 年闸北区第二次中考模拟第 25 题	96
例 15	2007 年上海市中考第 25 题	98
§ 2.2	由勾股定理产生的函数关系问题	101
例 16	2003 年上海市中考第 27 题	101
例 17	2006 年长宁区中考模拟第 24 题	103
例 18	2006 年南汇区中考模拟第 25 题	105
例 19	2006 年青浦区中考模拟第 25 题	107
例 20	2007 年青浦区中考模拟第 25 题	109
例 21	2007 年闸北区中考模拟第 25 题	111
§ 2.3	由面积公式产生的函数关系问题	113
例 22	2002 年上海市中考第 27 题	113
例 23	2004 年上海市中考第 26 题	115

例 24	2006 年崇明县中考模拟第 25 题	117
例 25	2006 年上海市部分学校抽样测试第 25 题	119
例 26	2006 年奉贤区中考模拟第 25 题	121
例 27	2006 年嘉定区中考模拟第 25 题	123
例 28	2006 年浦东新区中考模拟第 24 题	125
例 29	2006 年松江区中考模拟第 25 题	127
例 30	2007 年崇明县中考模拟第 25 题	129
例 31	2007 年奉贤区中考模拟第 25 题	131
例 32	2007 年嘉定区中考模拟第 25 题	133
例 33	2007 年金山区中考模拟第 25 题	135
例 34	2007 年松江区中考模拟第 25 题	137

第三部分 图形运动中的计算说理问题

§ 3.1	代数计算及通过代数计算进行说理问题	140
例 1	2004 年上海市中考第 27 题	140
例 2	2006 年长宁区中考模拟第 25 题	144
例 3	2006 年上海市部分学校抽样测试第 24 题	146
例 4	2006 年静安区中考模拟第 24 题	148
例 5	2006 年杨浦区第二次中考模拟第 24 题	150
例 6	2006 年闸北区中考模拟第 21 题	152
§ 3.2	几何证明问题	154
例 7	2005 年上海市中考第 23 题	154
例 8	2006 年浦东新区中考模拟第 22 题	156
例 9	2006 年普陀区中考模拟第 24 题	158
例 10	2006 年徐汇区中考模拟第 23 题	160
例 11	2007 年崇明县中考模拟第 24 题	162
§ 3.3	几何计算问题	164
例 12	2006 年黄浦区中考模拟第 24 题	164
例 13	2006 年南汇区中考模拟第 24 题	166
例 14	2006 年普陀区中考模拟第 23 题	168
例 15	2007 年奉贤区中考模拟第 24 题	170
例 16	2007 年静安区中考模拟第 24 题	172
例 17	2007 年闵行区中考模拟第 25 题	174
例 18	2007 年普陀区中考模拟第 24 题	176
例 19	2007 年松江区中考模拟第 24 题	178
§ 3.4	通过几何计算进行说理问题	180
例 20	2006 年普陀区中考模拟第 25 题	180
例 21	2006 年徐汇区中考模拟第 25 题	182

例 22	2006 年杨浦区中考模拟第 25 题	184
例 23	2006 年上海市中考第 25 题	186
例 24	2007 年宝山区中考模拟第 25 题	189
例 25	2007 年虹口区中考模拟第 25 题	191
例 26	2007 年卢湾区中考模拟第 24 题	193
例 27	2007 年闵行区第二次中考模拟第 25 题	195
例 28	2007 年南汇区中考模拟第 24 题	197
例 29	2007 年徐汇区崇明县中考模拟第 25 题	199
例 30	2007 年杨浦区中考模拟第 25 题	201
例 31	2007 年闸北区中考模拟第 24 题	203
例 32	2007 年上海市中考第 24 题	205

第四部分 图形的平移、翻折与旋转

§ 4.1	图形的平移	208
例 1	2005 年长宁区中考模拟第 14 题	208
例 2	2006 年长宁区中考模拟第 14 题	208
例 3	2006 年金山区中考模拟第 6 题	209
例 4	2006 年南汇区中考模拟第 7 题	209
例 5	2006 年青浦区中考模拟第 14 题	209
例 6	2007 年长宁区中考模拟第 16 题	210
例 7	2007 年普陀区中考模拟第 10 题	210
§ 4.2	图形的翻折	211
例 8	2001 年上海市中考第 13 题	211
例 9	2002 年上海市中考第 13 题	211
例 10	2005 年宝山区中考模拟第 14 题	212
例 11	2005 年虹口区中考模拟第 18 题	212
例 12	2005 年黄浦区中考模拟第 14 题	213
例 13	2005 年上海市中考第 14 题	213
例 14	2005 年上海市中考第 21 题	214
例 15	2006 年宝山区中考模拟第 12 题	214
例 16	2006 年长宁区中考模拟第 11 题	215
例 17	2006 年虹口区中考模拟第 16 题	215
例 18	2006 年杨浦区中考模拟第 19 题	215
例 19	2006 年闸北区中考模拟第 16 题	216
例 20	2006 年上海市中考第 12 题	216
例 21	2007 年上海市部分学校抽样测试第 11 题	217
例 22	2007 年奉贤区中考模拟第 12 题	217
例 23	2007 年虹口区中考模拟第 16 题	217

例 24	2007 年卢湾区中考模拟第 12 题	218
例 25	2007 年徐汇区、崇明县中考模拟第 12 题	218
例 26	2007 年杨浦区中考模拟第 12 题	219
§ 4.3	图形的旋转	220
例 27	2000 年上海市中考第 14 题	220
例 28	2003 年上海市中考第 13 题	220
例 29	2004 年上海市中考第 14 题	221
例 30	2005 年宝山区中考模拟第 11 题	221
例 31	2005 年虹口区中考模拟第 11 题	221
例 32	2005 年嘉定区中考模拟第 14 题	222
例 33	2006 年长宁区中考模拟第 12 题	222
例 34	2006 年奉贤区中考模拟第 12 题	223
例 35	2006 年虹口区中考模拟第 10 题	223
例 36	2006 年黄浦区中考模拟第 12 题	223
例 37	2006 年卢湾区中考模拟第 12 题	224
例 38	2006 年卢湾区中考模拟第 24 题	224
例 39	2006 年浦东新区中考模拟第 12 题	225
例 40	2006 年普陀区中考模拟第 12 题	225
例 41	2006 年青浦区中考模拟第 12 题	226
例 42	2006 年徐汇区中考模拟第 12 题	226
例 43	2007 年宝山区中考模拟第 12 题	226
例 44	2007 年崇明县中考模拟第 12 题	227
例 45	2007 年崇明县中考模拟第 15 题	227
例 46	2007 年虹口区中考模拟第 12 题	228
例 47	2007 年黄浦区中考模拟第 14 题	228
例 48	2007 年金山区中考模拟第 12 题	228
例 49	2007 年静安区中考模拟第 12 题	229
例 50	2007 年南汇区中考模拟第 13 题	229
例 51	2007 年浦东新区中考模拟第 12 题	230
例 52	2007 年松江区中考模拟第 21 题	230
例 53	2007 年闸北区中考模拟第 12 题	230
§ 4.4	三角形	232
例 54	2005 年长宁区中考模拟第 13 题	232
例 55	2005 年嘉定区中考模拟第 9 题	232
例 56	2006 年宝山区中考模拟第 16 题	233
例 57	2006 年上海市部分学校抽样测试第 16 题	233
例 58	2006 年虹口区中考模拟第 23 题	234
例 59	2006 年黄浦区中考模拟第 16 题	234

例 60	2006 年静安区中考模拟第 12 题	235
例 61	2006 年卢湾区中考模拟第 23 题	235
例 62	2006 年杨浦区第二次中考模拟第 15 题	235
例 63	2006 年杨浦区中考模拟第 24 题	236
例 64	2007 年南汇区中考模拟第 16 题	236
§ 4.5	平行四边形	238
例 65	2002 年上海市中考第 14 题	238
例 66	2005 年虹口区中考模拟第 10 题	238
例 67	2006 年崇明县中考模拟第 16 题	239
例 68	2006 年静安区中考模拟第 11 题	239
例 69	2006 年青浦区中考模拟第 15 题	239
例 70	2006 年杨浦区第二次中考模拟第 12 题	240
例 71	2006 年杨浦区中考模拟第 15 题	241
例 72	2006 年上海市中考第 16 题	241
例 73	2007 年闵行区中考模拟第 23 题	242
例 74	2007 年杨浦区中考模拟第 16 题	242
§ 4.6	圆	244
例 75	2000 年上海市中考第 16 题	244
例 76	2003 年上海市中考第 14 题	244
例 77	2005 年浦东新区中考模拟第 13 题	244
例 78	2005 年浦东新区中考模拟第 18 题	245
例 79	2005 年杨浦区中考模拟第 17 题	245
例 80	2006 年崇明县中考模拟第 11 题	246
例 81	2006 年上海市部分学校抽样测试第 15 题	246
例 82	2006 年虹口区中考模拟第 15 题	247
例 83	2006 年嘉定区中考模拟第 11 题	247
例 84	2006 年金山区中考模拟第 12 题	247
例 85	2006 年静安区中考模拟第 16 题	248
例 86	2006 年卢湾区中考模拟第 9 题	248
例 87	2006 年南汇区中考模拟第 11 题	249
例 88	2006 年青浦区中考模拟第 16 题	249
例 89	2006 年杨浦区第二次中考模拟第 16 题	249
例 90	2006 年闸北区中考模拟第 12 题	250
例 91	2007 年长宁区中考模拟第 12 题	250
例 92	2007 年黄浦区中考模拟第 11 题	251
例 93	2007 年嘉定区中考模拟第 12 题	251
例 94	2007 年金山区中考模拟第 11 题	251
例 95	2007 年浦东新区中考模拟第 15 题	252

例 96	2007 年杨浦区中考模拟第 11 题	252
例 97	2007 年闸北区中考模拟第 11 题	253
§ 4.7	函数图象的性质	254
例 98	2006 年普陀区中考模拟第 8 题	254
例 99	2006 年普陀区中考模拟第 14 题	254
例 100	2006 年徐汇区中考模拟第 8 题	255
例 101	2006 年闸北区中考模拟第 4 题	255

第一部分

函数图象中点的存在性问题

这部分压轴题的主要特征是先求函数的解析式,然后在函数的图象上探求符合几何条件的点.

简单一点的题目,就是用待定系数法直接求函数的解析式.

复杂一点的题目,先根据图形给定的数量关系,运用数形结合的思想,求得点的坐标,进而用待定系数法求函数的解析式.

还有一种常见题型,解析式中有待定字母,这个字母可以和根与系数的关系联系起来求解,或者根据题意列出方程组求解.

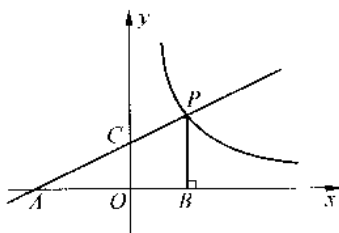
§ 1.1 因动点产生的相似三角形问题

例 1 2002 年上海市中考第 26 题

如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 分别交 x 、 y 轴于点 A 、 C ,
 P 是该直线上在第一象限内的一点, $PB \perp x$ 轴, B 为
 垂足, $S_{\triangle APB} = 9$.

(1) 求点 P 的坐标;

(2) 设点 R 与点 P 在同一个反比例函数的图象
 上, 且点 R 在直线 PB 的右侧. 作 $RT \perp x$ 轴, T 为垂
 足, 当 $\triangle BTR$ 与 $\triangle AOC$ 相似时, 求点 R 的坐标.



动感体验

请打开文件名“02 中考 26”. 拖动点 P 在直线 AC 第一象限内的部分上运动, 观察面积 PAB 的度量值. 拖动点 P 到适当位置或双击按钮“面积 $PAB = 9$ 时”, 这时过点 P 的双曲线是确定的.

$\triangle AOC$ 是静态的, $\triangle BRT$ 是动态的, $\frac{OA}{OC}$ 是不变的, $\frac{RT}{BT}$ 随点 T 的运动而改变, 双击“相似 1”和“相似 2”, 观察 $\triangle AOC \sim \triangle BTR$ 时的图形特征.



思路点拨

1. 数形结合思想, 如何用直线的解析式表示点 P 的坐标, 如何用点 P 的坐标表示 $\triangle PAB$ 的面积.
2. 待定系数法, 一点确定双曲线.
3. 数形结合思想, 用点 R 的坐标表示线段 RT , BT 的长.
4. 分类讨论思想, 点 R 存在两种位置关系, 按 $\frac{RT}{BT} = \frac{OC}{AO}$ 和 $\frac{RT}{BT} = \frac{AO}{CO}$ 分类.



满分解答

解 (1) \because 直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 分别交 x 、 y 轴于点 A 、 C ,

$\therefore A(-4, 0), C(0, 2)$.

又 \because 点 P 在 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 上,

\therefore 设 $P(x, \frac{1}{2}x + 2)$.

$$\because S_{\triangle MBP} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot PB = 9,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(x-4)\left(\frac{1}{2}x+2\right) = 9.$$

解得 $x_1 = 2, x_2 = -10$ (舍去).

$\therefore P$ 的坐标是 $(2, 3)$.

(2) 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

$\because P(2, 3)$ 在这个函数的图象上.

$$\therefore 3 = \frac{k}{2}, \therefore k = 6,$$

\therefore 反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$.

又 $\because R$ 在 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上.

\therefore 设 $R\left(x, \frac{6}{x}\right), T(x, 0)$.

当 $\triangle BTR$ 与 $\triangle AOC$ 相似时, 存在两种情况:

$$\textcircled{1} \text{ 当 } \frac{OA}{RT} = \frac{OC}{BT} \text{ 时, } \frac{4}{\frac{6}{x}} = \frac{2}{x-2}$$

解得 $x_1 = -1$ (舍去), $x_2 = 3$.

$\therefore R$ 的坐标是 $(3, 2)$.

$$\textcircled{2} \text{ 当 } \frac{OA}{BT} = \frac{OC}{RT} \text{ 时, } \frac{4}{x-2} = \frac{2}{\frac{6}{x}}$$

解得 $x_1 = 1 + \sqrt{13}, x_2 = 1 - \sqrt{13}$ (舍去).

$\therefore R$ 的坐标是 $\left(1 + \sqrt{13}, \frac{\sqrt{13}-1}{2}\right)$.

综上所述, 当 R 的坐标为 $(3, 2)$ 或 $\left(1 + \sqrt{13}, \frac{\sqrt{13}-1}{2}\right)$ 时, $\triangle BTR$ 与 $\triangle AOC$

相似.

考点伸展

在本题中, 如果点 P 在第三象限, 其他条件不变, 求 P 点坐标及 $\triangle BTR \sim \triangle AOC$ 时, 点 R 的坐标.

例 2 2006 年崇明县中考模拟第 24 题

如图 1, 已知 $\odot P$ 与 x 轴相切于坐标原点 O , 点 $A(0, 2)$ 是 $\odot P$ 与 y 轴的交点, 点 $B(2\sqrt{2}, 0)$, 连结 BP 交 $\odot P$ 于点 C , 连结 AC 并延长交 x 轴于点 D .

- (1) 求线段 BC 的长;
- (2) 求直线 AC 的函数解析式;
- (3) 当点 B 在 x 轴上移动时, 是否存在点 B , 使 $\triangle BOP$ 相似于 $\triangle AOD$? 若存在, 求出符合条件的点的坐标; 若不存在, 请说明理由.

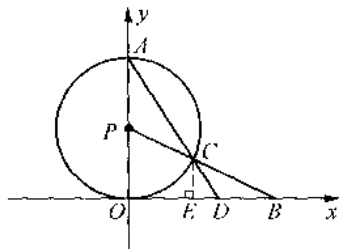


图 1



动感体验

请打开文件名“06 崇明 24”. 拖动点 B 在 x 轴上运动的过程中, 可以体验到 $\triangle PAC$ 保持等腰三角形的性质不变, $\angle OPB = 2\angle A$ 的性质不变, 因此不存在 $\angle OPB = \angle A$ 的可能性.

双击按钮“相似 1”和“相似 2”, 可以体验到 $\triangle AOD \sim \triangle BOP$, 并且“相似 1”与“相似 2”中点 B 的位置关于 y 轴是对称的.

双击“B”可以使点 B 运动到 $(2\sqrt{2}, 0)$.



思路点拨

1. 求线段 BC 的长为求点 C 的坐标、列比例线段做好了准备.
2. 因为 $\angle OPB = 2\angle A$, 因此 $\triangle BOP$ 与 $\triangle AOD$ 相似, 只存在一种对应关系.
3. 数形结合与对称性, 根据 OB 的长写出点 B 分别位于 y 轴两侧时的坐标.



满分解答

解 (1) 在 $\text{Rt}\triangle BOP$ 中, $OP = 1$, $OB = 2\sqrt{2}$,

$$\therefore PB = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3.$$

$$\therefore BC = PB - PC = 2.$$

(2) 过 C 作 $CE \perp x$ 轴, 垂足为 E .

$$\because CE \parallel OA,$$

$$\therefore \frac{CE}{OP} = \frac{BC}{BP}, \frac{OE}{OB} = \frac{PC}{PB}.$$

$$\text{即 } \frac{CE}{1} = \frac{2}{3}, \frac{OE}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore CE = \frac{2}{3}, OE = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\therefore C\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{2}{3}\right).$$

设直线 AC 的解析式为 $y = kx + 2$,

$$\therefore \frac{2}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}k + 2,$$

$$\therefore k = -\sqrt{2}.$$

\therefore 直线 AC 为 $y = -\sqrt{2}x + 2$.

(3) $\because \angle OPB > \angle A$,

\therefore 只存在 $\angle OPB = \angle ODA$ 的可能.

此时 $\angle A = \angle B$.

又 $\angle OPB = 2\angle A$,

$\therefore \angle OPB = 60^\circ, \angle A = \angle B = 30^\circ$.

$\therefore OB = \sqrt{3}$.

如图 2、图 3, 根据对称性, $B_1(\sqrt{3}, 0), B_2(-\sqrt{3}, 0)$.

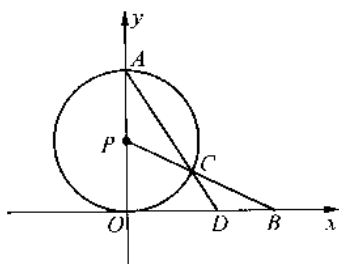


图 2

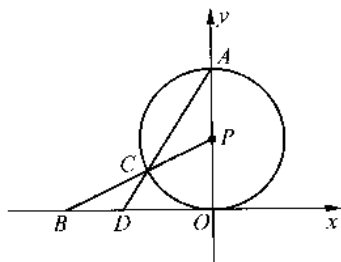


图 3

考点伸展

当点 B 在 x 轴上运动的过程中, $\triangle PAC$ 的面积能否等于 $\frac{1}{2}$?

$$\because S_{\triangle PAC} = \frac{1}{2} \times AP \times |x_C| = \frac{1}{2} |x_C| = \frac{1}{2},$$

$\therefore |x_C| = 1$. 此时 $PC \parallel OB$, 这是不可能的.