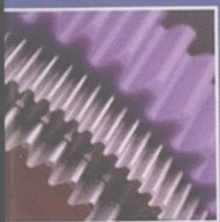


21世纪高校机电类规划教材

工程力学



(下册)

主编：刘申全 黄 璟

GONGCHENGLIXUE

兵器工业出版社

21 世纪高校机电类规划教材

工 程 力 学

(下册)

主 编	刘 申 全	黄 璟	
参 编	李 峰	田 静	高丽红
主 审	崔小朝		

兵器工业出版社

目 录

绪论	1
第一章 拉伸和压缩	3
第一节 拉(压)杆的内力 轴力图	3
第二节 拉(压)杆横截面上的应力 斜截面上的应力	5
第三节 拉(压)杆变形 虎克定律	8
第四节 材料拉伸和压缩时的力学性能	11
第五节 拉(压)杆的强度计算	15
第六节 简单拉压超静定	17
第七节 应力集中概念	23
习题	24
第二章 剪切与挤压	28
第一节 剪切的观念和实用计算	28
第二节 挤压的观念和实用计算	31
习题	34
第三章 扭转	36
第一节 外力偶矩的计算	36
第二节 扭矩与扭矩图	37
第三节 圆轴扭转时的应力	39
第四节 圆轴扭转时的强度和刚度条件	46
第五节 密圈螺旋弹簧的应力和变形	48
第六节 非圆截面杆的扭转	51
习题	54
第四章 梁弯曲时的内力和应力	56
第一节 平面弯曲观念和实例	56
第二节 梁的计算简图	57
第三节 弯曲时的内力	58
第四节 剪力图和弯矩图	61
第五节 纯弯曲时的正应力	68

第六节	剪切弯曲时的正应力强度计算	72
第七节	弯曲切应力	75
第八节	不对称截面梁的弯曲 弯曲中心	83
第九节	提高弯曲强度的一些措施	86
习题		89
第五章 弯曲变形		94
第一节	工程中的弯曲变形	94
第二节	梁变形的基本方程	95
第三节	用叠加法求梁的变形	102
第四节	梁的刚度校核 提高梁弯曲刚度的措施	107
习题		109
第六章 应力状态和强度理论		111
第一节	关于应力状态的基本概念	111
第二节	二向应力状态分析——解析法 图解法	112
第三节	主应力和主平面	116
第四节	三向应力状态	121
第五节	广义虎克定律	122
第六节	复杂应力状态下的弹性变形能	123
第七节	强度理论	124
习题		132
第七章 组合变形		136
第一节	斜弯曲	136
第二节	拉伸(压缩)与弯曲的组合变形	139
第三节	偏心拉(压)的强度计算	142
第四节	弯曲与扭转的组合变形	145
习题		148
第八章 压杆稳定与压杆设计		151
第一节	压杆稳定的概念	151
第二节	细长压杆的临界载荷	153
第三节	欧拉公式及经验公式	156
第四节	压杆稳定条件	159
第五节	提高压杆稳定性的措施	163
习题		165
第九章 按能量法计算变形		167
第一节	概述	167

第二节	变形能计算	168
第三节	卡氏定理	173
第四节	单位力法求变形	178
第五节	图形互乘法	183
第六节	互等定理	188
	习题	189
第十章	超静定系统	193
第一节	一次超静定梁的解法	193
第二节	二次超静定梁的解法	198
第三节	用力法解超静定系统	200
	习题	208
第十一章	动载荷和交变应力	212
第一节	构件作匀加速直线运动或匀速转动时的应力计算	212
第二节	冲击时的应力计算	217
第三节	冲击韧性	221
第四节	交变应力与疲劳失效	222
第五节	材料的疲劳极限及影响因素	224
第六节	提高疲劳强度的措施	229
	习题	231
第十二章	平面图形的几何性质	233
第一节	静矩和形心	233
第二节	惯性矩和惯性半径	236
第三节	惯性矩和惯性积的平行移轴公式	239
第四节	惯性矩和惯性积的转轴公式	241
第五节	主轴和主惯性矩 形心主轴和形心主惯性矩	242
	习题	244
附录	型钢规格表	247
参考文献		254

绪 论

一、材料力学的任务

在生产实际中各种机械设备和工程结构得到了广泛应用。组成机械设备的零件和工程结构的部件，统称为**构件**。为保证机器和结构物在载荷作用下能正常地工作，必须要求这些构件具有足够的承载能力（简称承载能力）。构件的承载能力主要由以下三个方面来衡量：

1. 足够的强度

即在载荷作用下构件不发生破坏。例如起重机，在起吊额定重量时，它的各部件不能断裂；传动轴在正常工作时不应被扭断；压力容器工作时不应开裂等。可见，所谓**强度**，是指**构件在载荷作用下抵抗破坏的能力**。

2. 足够的刚度

在载荷作用下，构件的形状和尺寸都将发生改变，称为**变形**。在某些场合，构件受载后虽不会断裂，但由于变形过大，也会影响机器和结构的正常工作。例如在外力作用下的机床主轴，即使有足够的强度，若变形过大，就会影响工件的加工精度。又如齿轮传动轴的变形过大时，将使轴上的齿轮啮合不良，引起振动和噪声，影响传动的精确性，并引起轴承的不均匀磨损。由此可见所谓**刚度**，是指**构件在外力作用下抵抗变形的能力**。

3. 足够的稳定性

例如，内燃机中的推杆，千斤顶中的螺杆等，工作时承受着压力。当压力达到某一数值时，杆件虽没有发生破坏，但有被压弯的可能。为了保证正常工作，要求它们始终保持原有的直线状态不变。因此，所谓**稳定性**，就是指**受压杆件保持原有直线平衡状态的能力**。

一般说来，为构件选用较好的材料和较大的截面尺寸，可使构件具有足够的承载能力。但是，如果过分强调安全，构件的尺寸选得过大或不恰当地选用质量过好的材料，结果会使构件的承载能力未必能充分发挥，浪费了材料，又增加了机械的重量和成本。**材料力学的任务就是在保证构件既安全又经济的前提下，为工程技术人员选用合适的材料，确定合理的截面形状和尺寸，提供必要的理论基础和计算方法。**

必须指出，构件设计是否合理，还应考虑其加工和装配等方面的问题。否则，做出的设计可能与实际不符。

二、材料力学的基本假设

在外力作用下，固体材料会发生变形，称为**变形固体**。就其变形性质来说，分为弹性变形和塑性变形。当外力不超过一定限度时，多数材料在卸去载荷后，可以恢复其原来的形状

和尺寸，这样的变形称为**弹性变形**；但外力过大时，外力卸去后，其变形只能部分恢复而留下一部分不能消失的变形，这类外力卸去后不能消失的变形称为**塑性变形**。

制造构件的材料，其物质结构和性质是多种多样的。在材料力学中，就变形固体与研究构件的强度、刚度和稳定性有关的主要性质作出一些假设，将变形固体抽象为一种理想模型，可使问题的分析和计算得以简化。

1. 连续性假设 即认为组成物体的材料毫无空隙地充满了物体的整个空间。

2. 均匀性假设 即认为物体内部，各处的力学性质完全相同。

3. 各向同性假设 即认为物体在各个方向上具有相同的力学性能。

4. 小变形条件 在不同情况下，变形固体因外力作用而引起的变形，其数值可能很小，也可能很大，但材料力学中仅限于研究变形的大小远小于构件原始尺寸的情况，即小变形。

根据上述假设，可以应用连续函数来描述材料力学中的有关问题，可以把构件的任何微小部分材料性质的研究结论用于整个构件。反之，也可把由大尺寸试件测得的材料性质，用于构件的任何微小部分。在研究构件的平衡和运动时，可以略去构件的变形，按其原始尺寸计算。

三、杆件变形的形式

构件按其几何特征，可分为杆、板、壳和块体等。但最常见的形式是杆件，即长度远大于横向尺寸的构件，如传动轴、螺栓、梁和柱等。杆内各横截面形心的连线称为**轴线**。如果杆的轴线为直线，称为**直杆**；杆轴线为曲线时，则称为**曲杆**。横截面大小和形状不变的直杆，称为**等直杆**。杆件是材料力学的主要研究对象。

在不同的外力作用下，杆件的变形形式尽管复杂，但变形的形式只有下列四种：

(1) 轴向拉伸或压缩；

(2) 剪切；

(3) 扭转；

(4) 弯曲。

还有一些杆件同时承受几种基本变形，例如车床主轴工作时承受弯曲、扭转和压缩三种基本变形；钻床立柱同时承受拉伸和弯曲两种基本变形。这种情况称为**组合变形**。本书首先讨论四种基本变形的强度及刚度计算，然后讨论组合变形的强度及刚度计算。

第一章 拉伸和压缩

第一节 拉（压）杆的内力 轴力图

一、轴向拉伸与压缩的概念

在机械和工程结构中，很多构件在工作时是承受拉伸和压缩的。例如液压传动中的活塞杆，在油压和工作阻力作用下受拉，见图 1-1a；内燃机的连杆，在燃气爆发冲程中受压，见图 1-1b。此外，如起重机钢索在起吊重物时，拉床的拉刀在拉削工件时，都承受拉伸；千斤顶的螺杆在顶起重物时，则承受压缩。

这些受拉或受压的杆件的结构形状虽各有差异，加载方式也并不相同，但若把杆件形状和受力情况进行简化，都可以画成图 1-2 所示的受力简图。因此，杆件拉伸和压缩的受力特点是：作用于杆件上的外力合力的作用线与杆件的轴线重合；其变形特点是：沿轴线方向伸长或缩短。在图 1-2 中，用实线表示杆件受力以前的外形，虚线表示变形以后的形状。这种变形称为**轴向拉伸或压缩**。

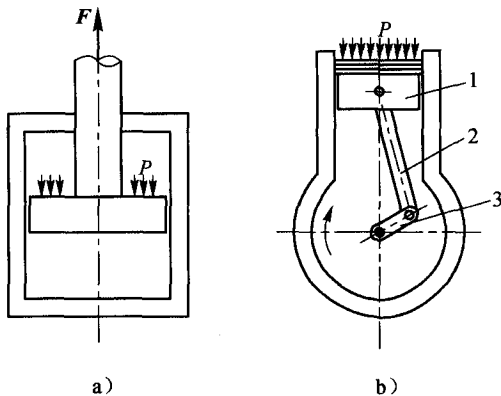


图 1-1 拉压杆实例

1 - 活塞 2 - 连杆 3 - 曲柄

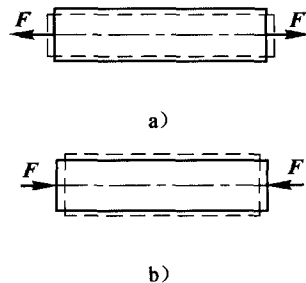


图 1-2 拉压杆力学简图

二、截面法和轴力

杆件受到外力作用而变形时，其内部各部分之间的相互作用力发生了改变。这种由于外力作用而引起杆件内部各部分之间相互作用力的改变量，称为“附加内力”，通常简称为内

力。内力与杆件的承载能力有密切的关系。为了显示拉（压）杆横截面上的内力，沿横截面 $m-m$ 假想地把杆件分成两部分，如图 1-3a 所示。取杆件的左右两段中任意一段作为研究对象，如图 1-3b、c 所示。由每段的平衡条件和材料的连续性假设可知，截面上必存在着连续分布的内力，其合力为 F_N 。根据平衡方程可求得： $F_N = F$ ，且内力 F_N 的作用线也必通过杆的轴线。这种内力称为轴力。习惯上规定轴力的方向与横截面的外法线方向一致时为正，反之为负。显然，轴力的正负分别表示杆件受拉或受压。这种用假想截面将构件截开以确定截面上内力的方法，称为截面法。在其他各种基本变形中，也可应用这种方法求内力，其过程可归结为三个步骤：

(1) 在需求内力的截面处，假想地将杆件截成两部分。

(2) 任取一段（一般取受力情况较简单的部分），在截面上用内力代替截掉部分对该段的作用。

(3) 对所研究的部分建立平衡方程，由已知外力计算截面上的未知内力。

在杆的不同横截面上，其轴力可能不相等。为了表明各横截面上轴力的变化情况，选取一个坐标系，以平行于杆轴线的坐标表示横截面的位置，以垂直于杆轴线的坐标表示该截面的轴力，按照一定比例画出的图，称为轴力图，如图 1-3d 所示。由轴力图可以确定最大轴力的大小及其所在位置。

例 1-1 试画出图 1-4a 所示多力直杆的轴力图。已知： $F_1 = 16\text{kN}$ ， $F_2 = 10\text{kN}$ ， $F_3 = 20\text{kN}$ 。

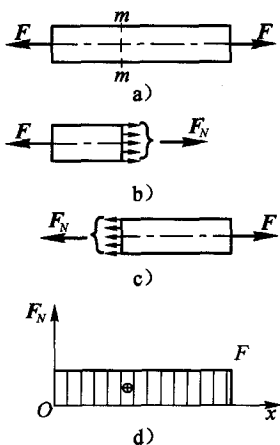


图 1-3 轴力分析图

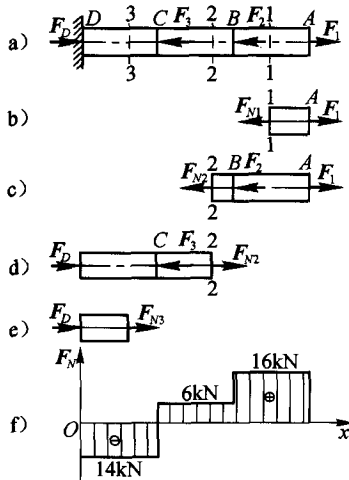


图 1-4 例 1-1 图

解 (1) 计算支反力 设杆的支反力为 F_D ，则由整个杆的平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_D + F_1 - F_2 - F_3 = 0$$

得

$$F_D = F_2 + F_3 - F_1 = (10 + 20 - 16)\text{kN} = 14\text{kN}$$

(2) 分段计算轴力 由于在横截面 B 和 C 处作用有外力, 故应将杆分为 AB 、 BC 和 CD 三段, 逐段计算轴力。利用截面法, 在 AB 段的任一横截面 1-1 处切开, 并选取右段为研究对象, 其受力情况如图 1-4b 所示。由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_1 - F_{N1} = 0$$

得 AB 段的轴力为

$$F_{N1} = F_1 = 16 \text{ kN}$$

对于 BC 段, 仍用截面法, 在任一横截面 2-2 处切开, 并选右段研究其平衡, 如图 1-4c 所示, 得 BC 段的轴力为

$$F_{N2} = F_1 - F_2 = (16 - 10) \text{ kN} = 6 \text{ kN}$$

为了计算 BC 段的轴力, 同样也可选择切开后的左段为研究对象, 如图 1-4d 所示。由该段的平衡条件得

$$F_{N2} = F_3 - F_D = (20 - 14) \text{ kN} = 6 \text{ kN}$$

可见, 无论选择哪一段为研究对象, 计算结果均相同。在实际计算中, 通常选取作用外力较少并便于计算的一段为研究对象。

对于 CD 段, 在任一横截面 3-3 处将杆切开, 显然取左段为研究对象计算比较简单, 如图 1-4e 所示。由该段的平衡条件得

$$F_{N3} = -F_D = -14 \text{ kN}$$

所得 F_{N3} 为负值, 说明 F_{N3} 的实际方向与所设方向相反, 即应为压力。

(3) 画轴力图 根据所求得的轴力值, 画出轴力图, 如图 1-4f 所示。由图可见, 轴力的最大值为 16 kN , 发生在 AB 段。

第二节 拉(压)杆横截面上的应力 斜截面上的应力

一、应力的概念

在用截面法确定了拉(压)杆的内力以后, 单凭轴力并不能判断杆件的强度是否足够。例如用相同材料制成粗细不同的两根杆。在相同的拉力下, 两杆的轴力虽然相等, 但当拉力逐渐增大时, 细杆必然会先被拉断。这说明杆的强度不仅与轴力的大小有关, 而且与横截面的面积有关。为此, 引入应力的概念。把单位面积上内力的大小称为应力, 并以此作为衡量受力程度的尺度。

如图 1-5 所示的杆件, 在截面 $m-m$ 上任一点 k 的周围取一微小面积 ΔA , 并设作用在 ΔA 上分布内力的合力为 ΔF 。则 ΔF 与 ΔA 的比值称为 ΔA 内的平均应力, 并用 p^* 表示。即

$$p^* = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

一般情况下, 内力沿截面并非均匀分布, 平均应力 p^* 值将随所取面积 ΔA 的大小而变化, 为了更精确地描述内力的分布情况, 应使 ΔA 趋于零, 这时平均应力 p^* 的极限值称为截

面 $m-m$ 上 k 点处的应力, 并用 p 表示, 即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1-2)$$

将该点的应力进行分解, 垂直于横截面的应力称为正应力, 用 σ 表示; 与横截面相切的应力称为切应力, 用 τ 表示, 如图 1-6 所示。

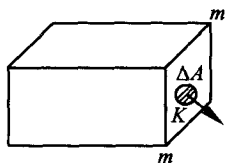


图 1-5 应力概念

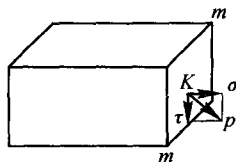


图 1-6 正应力与切应力

在国际单位制中, 应力的单位为 Pa, $1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$ 。在工程中, 这一单位太小, 而常用 MPa 和 GPa, 其关系为 $1\text{GPa} = 10^3\text{MPa} = 10^9\text{Pa}$ 。

二、横截面上的应力

取横截面面积为 A 的等直杆, 在杆表面画上与杆轴线正交的直线 mm 和 nn , 如图 1-7a 所示。然后施加轴向力 F 使其变形。可以看到, 直线 mm 和 nn 分别平移到 $m'm'$ 和 $n'n'$ 位置。根据看到的变形现象, 从变形的可能性出发, 作出下列假设: 横截面在变形后仍为垂直于杆轴线的平面, 仅沿轴线发生了相对平移。该假设称为平面假设。设想拉杆是由无数条纵向纤维所组成, 由平面假设可知, 拉杆任意两个横截面间所有的纵向纤维只产生伸长变形, 且各条纤维伸长量相等。前者说明横截面上只有正应力; 后者说明横截面上各点的正应力相等。由此得出结论: 在横截面上的正应力是均匀分布的, 其分布情况如图 1-7b 所示。于是正应力 σ 等于常量, 可得

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \quad (1-3)$$

式 (1-3) 也适用于直杆压缩情况。正应力符号规则与轴力符号规则相同, 即拉应力为正, 压应力为负。

注意:

(1) 杆横截面上正应力的均匀分布的规律, 只是在杆上离力作用点较远部分才是正确的。

(2) 外力的作用线必须与杆的轴线重合。如果外力偏离了轴线, 则杆横截面上的正应力就不会是均匀分布的。

(3) 在压缩情况下, 细长杆容易被压弯, 这属于稳定性问题, 将在后面讨论。这里所说的压缩是指杆件并未压弯的情况, 不涉及稳定性问题。

例 1-2 图 1-8a 所示支架, 其水平圆杆直径为 30mm, 矩形截面斜杆的尺寸为 60mm × 100mm, $\tan\alpha = 3/4$, $F = 24\text{kN}$ 。试确定各杆的正应力。

解 由图 1-8b 所示的受力图, 用平衡方程可求得

$$F_{N2} = -40\text{kN}, \quad F_{N1} = 32\text{kN}$$

各杆的正应力分别为

$$\sigma = \frac{F_{N1}}{A_1} = \frac{32 \times 10^3}{\frac{30^2 \times \pi}{4}} \text{MPa} = 45.3 \text{MPa} \quad (\text{拉应力})$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{N2}}{A_2} = \frac{-40 \times 10^3}{60 \times 100} \text{MPa} = -6.67 \text{MPa} \quad (\text{压应力})$$

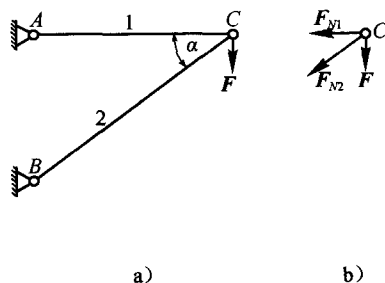


图 1-8 支架

三、斜截面上的应力

前面讨论了直杆的轴向拉伸和压缩横截面上的应力的计算公式, 它是作为强度计算的一个依据。但对不同材料的实验表明拉(压)杆的破坏并不都是沿着横截面发生的, 有时是沿着斜截面发生的。为了全面地了解拉(压)杆各处的应力情况, 下面进一步讨论斜截面的应力。

如图 1-9a 所示的等直杆, 受拉力 F 作用, 其横截面面积为 A_0 , 横截面上正应力为

$$\sigma_0 = \frac{F_N}{A_0} = \frac{F}{A} \quad (1)$$

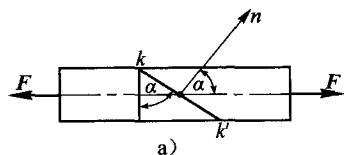
设过杆内 M 点的斜截面 $k-k'$ 与横截面成 α 角, 其截面积为 A_α , A_α 与 A_0 之间的关系为

$$A_\alpha = \frac{A_0}{\cos \alpha} \quad (2)$$

若沿斜截面 $k-k'$ 假想地将杆分为两段, 以 $F_{N\alpha}$ 表示斜截面上的内力, 见图 1-9b。由左段的平衡条件可知 $F_{N\alpha} = F$

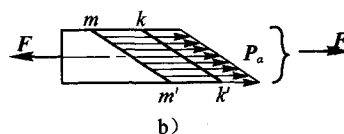
与横截面情况相同, 任意两个平行的斜截面 $m-m'$ 和 $k-k'$ 间纵向纤维伸长均相等, 因此轴力也是均匀分布在斜截面上的。若以 p_α 表示斜截面 $k-k'$ 上的总应力, 于是有

$$p_\alpha = \frac{F_{N\alpha}}{A_\alpha} = \frac{F}{A_\alpha}$$



把式 (2) 代入上式, 并注意到式 (1) 所表示的关系, 得

$$p_\alpha = \frac{F}{A_\alpha} = \frac{F}{A} \cos \alpha = \sigma_0 \cos \alpha \quad (3)$$



把应力 p_α 分解成垂直于斜截面的正应力 σ_α 和切于斜截面的切应力 τ_α , 见图 1-9c, 其值分别为

$$\sigma_\alpha = p_\alpha \cos \alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha \quad (1-4)$$

$$\tau_\alpha = p_\alpha \sin \alpha = \sigma_0 \cos \alpha \sin \alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha \quad (1-5)$$

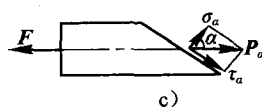


图 1-9 斜截面上的应力

从以上公式看出, 斜截面上的正应力 σ_α 和切应力 τ_α 都是 α 的函数, 所以斜截面的方位不同, 截面上的应力也不同。当 $\alpha=0$ 时, 斜截面 $k-k'$ 成为垂直于轴线的横截面, 正应力 σ_α

达到最大值, 且

$$(\sigma_{\alpha})_{\max} = \sigma_0 \quad \text{此时 } \tau_{\alpha} = 0 \quad (1-6)$$

当 $\alpha = 45^\circ$ 时, 切应力 τ_{α} 达到最大值, 且

$$(\tau_{\alpha})_{\max} = \frac{\sigma_0}{2} \quad \text{此时 } \sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_0}{2} \quad (1-7)$$

即最大切应力在与横截面成 45° 的斜截面上。

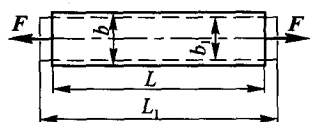
值得注意的是: 从 x 轴的正向转至截面外法线 n 如为逆时针转, 则 α 为正; 反之为负。

第三节 拉(压)杆变形 虎克定律

直杆在轴向拉力作用下, 将引起轴向尺寸的伸长和横向尺寸的缩短。反之, 在轴向压力作用下, 则将引起轴向尺寸的缩短和横向尺寸的增大。

一、轴向变形和虎克定律

设拉杆的原长为 L , 横向尺寸为 b , 受轴向拉力 F 后, 长度变为 L_1 , 横向尺寸变为 b_1 (见图 1-10), 则杆件的轴向伸长为



$$\Delta L = L - L_1$$

ΔL 称为轴向绝对变形。

图 1-10 拉杆的变形

试验表明, 在弹性范围内, 杆件的轴向绝对变形 ΔL 与所受拉力 F 成正比, 与杆件的长度成正比, 而与杆件的横截面积 A 成反

比。引进比例常数 E , 则有 $\Delta L = \frac{FL}{EA}$, 由于 $F = F_N$, 故此式又可改写为

$$\Delta L = \frac{F_N L}{EA} \quad (1-8)$$

这个关系称为虎克定律。式中的比例常数 E 称为材料的拉(压)弹性模量, 其值随材料而异, 可由试验测定。 E 的单位常用 GPa。

由式 (1-8) 可知, 当内力 F_N 和长度 L 一定时, 乘积 EA 越大, 则轴向变形 ΔL 越小, 它反映了杆件抵抗拉伸(压缩)变形能力, 故称 EA 为杆件的抗拉(压)刚度。

由于杆的轴向绝对变形 ΔL 与杆件的原长 L 有关, 为了度量杆的变形程度, 必须计算单位长度的变形量。对于轴力为常数的等直杆, 其变形处处相同, 因此可用比值

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (1-9)$$

表示杆的轴向变形程度。 ε 称为杆的轴向应变或线应变。 ε 是个比值, 拉伸时为正, 压缩时为负。 ε 无量纲, 有时用百分数表示。

将 $\sigma = \frac{F_N}{A}$ 和 $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$ 代入式 (1-9) 中, 即得虎克定律的另一表达形式

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1-10)$$

由此可将虎克定律叙述为：当应力不超过某一极限值时，正应力与其相应的线应变 ε 成正比。该极限应力称为比例极限。

二、横向变形

如图 1-10 所示，杆件的横向绝对变形为

$$\Delta b = b_1 - b$$

横向应变为

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} = \frac{b_1 - b}{b}$$

拉伸时， ε' 为负；压缩时， ε' 为正。

试验结果表明，当应力不超过比例极限时，横向应变 ε' 与轴向应变 ε 成正比，而符号则相反，即

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon \quad (1-11)$$

式中，比例常数 μ 称为横向变形或泊松比。 μ 为无量纲，其值随材料而异，可由试验测定出。常用材料的 E 、 μ 值列于表 1-1 中。

表 1-1 几种常用材料的 E 、 μ 、 G 值

材料名称	E/GPa	μ	G/GPa
碳钢	196 ~ 216	0.24 ~ 0.28	78.5 ~ 79.4
合金钢	206 ~ 216	0.25 ~ 0.30	78.5 ~ 79.4
铸铁	80 ~ 160	0.23 ~ 0.27	44.1
铜	100 ~ 120	0.33 ~ 0.35	39.2 ~ 48.0
铝合金	70 ~ 72	0.26 ~ 0.33	26.5
橡胶	0.008 ~ 0.67	0.47	
木材（顺纹）	8 ~ 12		

例 1-3 阶梯杆 OD ，左端固定，受力如图 1-11 所示。 OC 段的截面积是 CD 段面积的两倍。设最大拉应力 $F = 10\text{kN}$ ， CD 段的面积 $A = 10\text{cm}^2$ ， $L = 50\text{cm}$ ， $E = 2 \times 10^5\text{MPa}$ ，试求：杆内最大轴力 $F_{N\max}$ ，最大拉正应力 $\sigma_{\max}$ 及最大切应力 $\tau_{\max}$ 与所在位置。

解 要研究杆件的内力，须先求出杆上所有外力，如支座反力。

(1) 计算左端支反力

设支反力为 F_R ，如图 1-11a，由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad -F_R + 4F - 3F + 2F = 0$$

解得

$$F_R = 3F$$

(2) 分段计算轴力

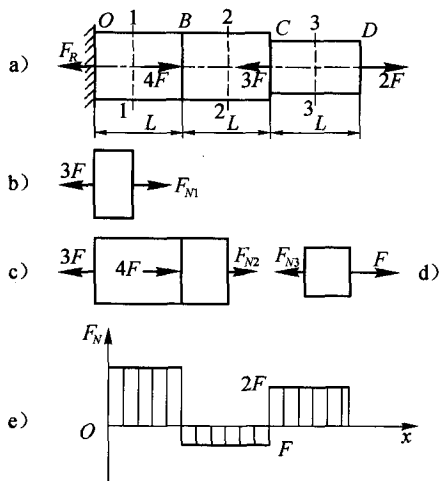


图 1-11 例 1-3 图

用截面法，分段计算 1-1、2-2、3-3 三个截面，可分别求出其内力为

$$F_{N1} = 3F, \quad F_{N2} = -F, \quad F_{N3} = 3F$$

轴力图如图 1-11b 所示。由此图可知 OB 段内轴力最大，即

$$F_{N\max} = F_{N1} = 3F$$

(3) 求最大应力

分段用式 (1-3) 求得正应力

$$\sigma_1 = \frac{3F}{2A}, \quad \sigma_2 = -\frac{F}{2A}, \quad \sigma_3 = \frac{2F}{A}$$

显然最大正应力发生在 CD 段，其值为 $\sigma = 20\text{MPa}$ ，而 $\tau_{\max}$ 亦在这一段内，其值为 $\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2} = 10\text{MPa}$ 在与杆轴线成 45° 的斜面上。

例 1-4 在例 1-3 中，设最大拉应力 $F = 10\text{kN}$ ，CD 段的面积 $A = 10\text{cm}^2$ ，OC 段的面积为 $2A$ ， $L = 50\text{cm}$ ， $E = 2 \times 10^5\text{MPa}$ ，求杆件 OD 的总变形、截面 C 和截面 D 的位移及杆内最大线应变 $\varepsilon_{\max}$ 。

解 (1) 求变形 求杆件变形时，因为杆内的轴力和截面面积都逐段变化，所以应分段求杆的变形，然后把它们加起来。

OB 段

$$\begin{aligned} \Delta l_1 &= \frac{F_{N1}l}{2EA} = \frac{3Fl}{2EA} = \frac{3 \times 10 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-2}}{2 \times 2 \times 10^5 \times 10^6 \times 10 \times 10^{-4}}\text{m} \\ &= \frac{15 \times 10^3}{4 \times 10^8}\text{m} = 0.0375\text{mm} \end{aligned}$$

BC 段

$$\begin{aligned} \Delta l_2 &= \frac{F_{N2}l}{2EA} = -\frac{Fl}{2EA} = -\frac{10 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-2}}{2 \times 2 \times 10^5 \times 10^6 \times 10 \times 10^{-4}}\text{m} \\ &= -\frac{5 \times 10^3}{4 \times 10^8}\text{m} = -0.0125\text{mm} \end{aligned}$$

CD 段

$$\begin{aligned} \Delta l_3 &= \frac{F_{N3}l}{EA} = \frac{2Fl}{EA} = \frac{2 \times 10 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-2}}{2 \times 10^5 \times 10^6 \times 10 \times 10^{-4}}\text{m} \\ &= \frac{10 \times 10^3}{2 \times 10^8}\text{m} = 0.05\text{mm} \end{aligned}$$

全杆的变形

$$\Delta l = \sum \Delta l_i = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 0.0750\text{mm}$$

(2) 位移 由于 O 截面无位移，所以截面 C 的位移，即为 OC 段内的变形的总和，即 C 截面位移

$$\delta_C = \Delta l_1 + \Delta l_2 = (0.0375 - 0.0125)\text{mm} = 0.025\text{mm}(\rightarrow)$$

D 截面位移

$$\delta_D = \sum \Delta l = \Delta l = (0.0375 - 0.0125) \text{ mm} = 0.025 \text{ mm} (\rightarrow)$$

(3) 线应变 由虎克定律, 在应力不超过比例极限时, 线应变与截面上的正应力成正比。三段中的正应力以第三段为最大, 其值为

$$\sigma_{CD} = \frac{F_{N3}}{A} = \frac{2F}{A} = \frac{2 \times 10 \times 10^3}{10 \times 10^{-4}} \text{ Pa} = 20 \text{ MPa}$$

所以

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_{CD} = \frac{\sigma}{E} = \frac{20 \times 10^6}{2 \times 10^5 \times 10^6} = 10^{-4}$$

第四节 材料拉伸和压缩时的力学性能

分析研究构件的强度和刚度问题, 除了计算应力外, 还需要了解材料的力学性能。材料的力学性能是指材料在外力作用下表现的变形和破坏方面的特性。工程中采用实验的方法来研究材料的力学性能。材料的力学性能是材料固有的属性, 不同的材料具有不同的力学性能, 同样的材料在不同的温度和加载方式下也会显示出不同的力学性能。本节只研究材料在常温 (室温)、静载 (载荷由零开始逐渐缓慢地增加) 条件下的力学性能。

一、拉伸试验和应力—应变曲线

为了便于比较各种材料在拉伸时的力学性能, 须将材料按国家标准制成标准试件。拉伸试件如图 1-12 所示。试件的两端为夹装部分, 中间部分尺寸 L 为工作长度, 称为标距, d 为试件直径。标距 L 和直径 d 之间有如下关系: 长试件 $L=10d$; 短试件 $L=5d$ 。试验时, 将试件安装在试验机的夹头中, 然后开动机器加载, 试件受到由零逐渐增加的轴向拉力 F 。在加载过程中, F 的一系列数值由试验机的示力盘指出。试验机上有自动绘图装置, 可以绘出以拉力 F 为纵坐标、伸长量 ΔL 为横坐标的 $F-\Delta L$ 曲线, 称为拉伸图。例如低碳钢的拉伸图如图 1-13 所示, 它描绘了试件从开始加载直至断裂的全过程中力与变形的关系。

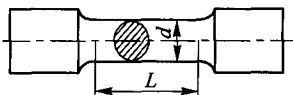


图 1-12 拉伸试件

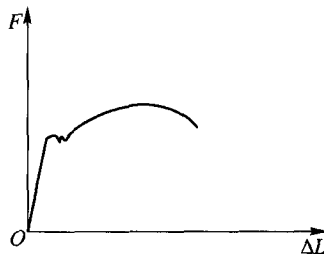


图 1-13 低碳钢试件的拉伸图

拉伸图中拉力 F 与伸长量 ΔL 的对应关系与试件的尺寸有关。为消除试件尺寸的影响, 将载荷 F 除以试件的标距 L , 即可得到以应力 σ 为纵坐标和以应变 ε 为横坐标的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线称为应力—应变曲线。它的形状与拉伸图相似。

二、低碳钢拉伸时的力学性能

低碳钢是工程上广泛使用的金属材料，它在拉伸时表现出来的力学性能具有典型性，因此，首先研究低碳钢的力学性能。图 1-14 所示为低碳钢拉伸时的应力—应变曲线。根据变形特点，大致可分为以下四个阶段。

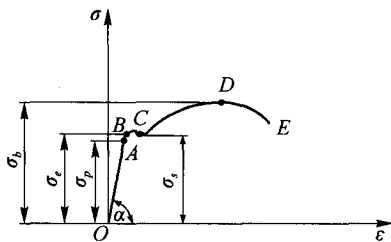


图 1-14 低碳钢拉伸应力—应变图

1. 弹性阶段

图中的 OB 段内材料是弹性的，即卸去载荷后，加载时所产生的变形将全部消失。说明在 OB 段试件只产生弹性变形。对应于 B 点的应力 σ_s 称为弹性极限。 σ_s 表示材料只产生弹性变形时的最高应力值。弹性阶段主要是一条直线 OA ，表示应力与应变成比例，与 A 点对应的应力 σ_p 称为材料的比例极限。 σ_p 表示应力与应变成正比时的最高应力值。

可见，应力不高于比例极限时，材料服从虎克定律。

弹性极限于比例极限二者虽然意义不同，但由试验测得的数值却非常接近，实用中常认为二者数值相等。

图中 OA 直线的倾角为 α ，其正切 $\tan\alpha = \frac{\sigma}{\epsilon} = E$ ， E 称为弹性模量。

2. 屈服阶段

当应力超出弹性极限后，图上出现一段接近水平线的小锯齿形线段（ BC 段）。此时应力几乎不增加，而应变却增加很快，说明材料失去了抵抗变形的能力，这种现象称为材料的屈服。屈服阶段内应力的最小值称为材料的屈服点极限，用 σ_s 表示。如果试件表面光滑，材料屈服时可看到试件表面有与轴线成 45° 的条纹线，称为滑移线。这是由于沿着最大切应力面材料晶格之间发生相对滑移所致。晶格之间的相对滑移是发生塑性变形的的主要原因。在屈服阶段内，主要是塑性变形。

3. 强化阶段

屈服阶段之后，曲线成为上凸的形状，说明材料又恢复了抵抗变形的能力。图中 CD 段表明若使试件继续变形，必须增加应力，这种现象称为强化。 CD 段称为强化阶段，曲线的最高点 D 所对应的应力称为材料的抗拉强度，用 σ_b 表示。它是材料所能承受的最大应力。

4. 缩颈断裂阶段

当应力达到抗拉强度后，试件的变形就集中在试件的某个薄弱区域内，这部分截面急剧收缩，这种现象称为缩颈（见图 1-15）。由于缩颈处横截面面积急剧减小，使试件继续变形所需的拉力也相应地降低，最后到达 E 点时试件断裂，应力—应变曲线为 DE 段形状。

综上所述，当应力增大到屈服点时，材料出现了明显的塑性变形；抗拉强度表示材料抵抗破坏的能力，故 σ_s 和 σ_b 是衡量材料的两个重要指标。

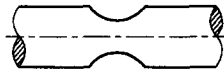


图 1-15 缩颈现象