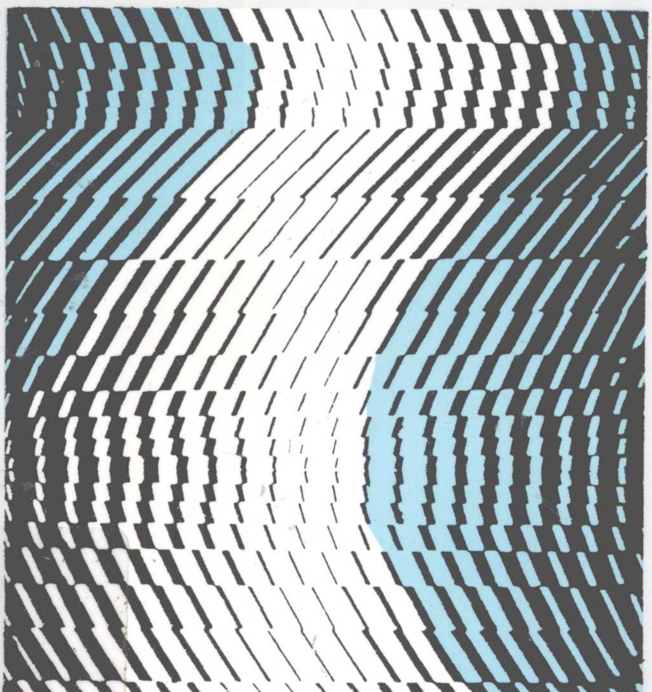
电动力学简明教程

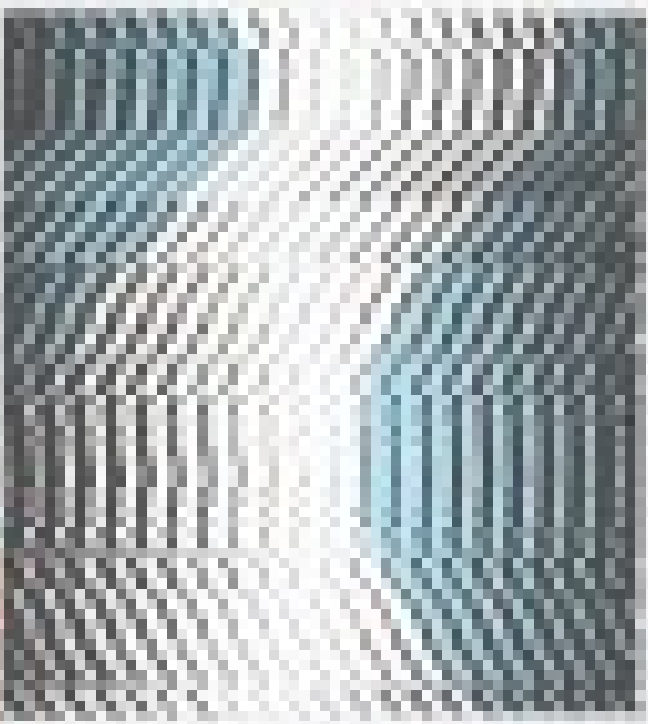
王缵适 主编

王缵适 陈其瑞 龚远芳 傅克祥 编



四川大学出版社

电动力学简明教程



电动力学简明教程

王缵适　主编

王缵适　陈其瑞
龚远芳　傅克祥　编

四 川 大 学 出 版 社
1996 年 · 成都

责任编辑:杨守智　周明松
封面设计:冯先洁
技术设计:杨守智
责任印制:李　平

图书在版编目(CIP)数据

电动力学简明教程 / 王缵适主编. —成都: 四川大学出版社, 1996.8 (2003.7 重印)
ISBN 7-5614-1373-4

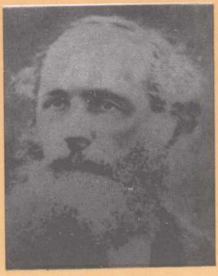
Ⅰ.电…　Ⅱ.王…　Ⅲ.电动力学-教材
Ⅳ.O442

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 066083 号

书名　**电动力学简明教程**

主 编	王缵适
出 版	四川大学出版社
地 址	成都市一环路南一段 24 号 (610065)
印 刷	郫县犀浦印刷厂
发 行	四川大学出版社
开 本	850mm×1 168mm　1/32
印 张	7.25
插 页	2
字 数	180 千字
版 次	1996 年 8 月第 1 版
印 次	2003 年 8 月第 2 次印刷
印 数	1 001~2 000 册
定 价	10.00 元

◆读者邮购本书,请与本社发行科联系。电 话:85408408/85401670/85408023　邮政编码:610065
◆本社图书如有印装质量问题,请寄回印刷厂调换。
◆网址:www.scupress.com.cn



麦克斯韦

（J. C. Maxwell，
1831－1879）

英国物理学家。24 岁发表第一篇论文《论法拉第的力线》。33 岁建立麦克斯韦方程组，提出完整的电磁理论。此外，对热力学和统计物理也作出了重要贡献。最后 8 年创建并主持卡文迪许实验室，这个实验室在以后的几十年中成为世界上著名的科学研究中心，培养出许多优秀人才和杰出的物理学家。

麦克斯韦逝世那一年，爱因斯坦诞生。正是由于对麦克斯韦电磁理论的坚定信念，促使爱因斯坦建立了相对论。

爱因斯坦

（A. Einstein，
1879－1955）

德国物理学家。26 岁时建立狭义相对论，并对量子论和分子运动论作出重要贡献。36 岁时建立广义相对论。以后主要在宇宙学和引力与电磁力的统一场论两方面进行探索。“对真理的追求要比对真理的占有更为可贵”，这是他奉行的格言。他把探索理论物理学的基础和解决物理理论中的基本矛盾作为自己一生的主要任务，为探求真理和为人类谋福利而奋斗终生。

目　　录

第一章　电磁现象的普遍规律

第二章　静电场问题的解法

第三章　电磁波的传播

第四章　电磁波的辐射

第五章　狭义相对论

附录 I　矢量分析

附录 I　静电场边值问题的数值解法

第一章　电磁现象的普遍规律

本章首先对电磁学中电磁场和电荷的基本规律进行归纳和推广，建立普遍的、完整的、决定电磁场运动变化规律的麦克斯韦方程组（依次介绍该方程组的积分形式、微分形式和在不同物体分界面上形式，以及该方程组的补充方程——物体电磁性质方程）。然后应用麦克斯韦方程组和洛伦兹力公式进一步揭示电磁场的本质——讨论电磁场的能量和动量问题。最后介绍用势描述电磁场、势的规范变换和规范不变性，并将麦克斯韦方程组用势等价表为洛伦兹条件下的达朗伯方程。在宏观领域，真实的物理场是 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$，电磁势 $\boldsymbol{A}$ 和 φ 是求解电磁场问题的一种有力的数学工具，在微观领域，电磁势 $\boldsymbol{A}$ 和 φ 具有直接的可观测的物理效应，是一种真实的物理场。

§1.1　洛伦兹力公式与场矢量 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$

电磁场存在最重要的表现为它对电荷施加作用力。理论推断和实验事实表明，在一般情况下，运动点电荷（q，$\boldsymbol{v}$）在外场中所受的作用力 F 表为

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \tag{1.1.1}$$

式中 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 是表示电磁场状态的两个矢量，分别称为外电磁场的电场强度和磁感应强度，注意它们不包括受力点电荷（q，$\boldsymbol{v}$）自

身产生的电场强度和磁感应强度。(1.1.1)式称为洛伦兹力公式，它表述电磁场对电荷作用的基本规律。若已知（$\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{B}$）和（q，$\boldsymbol{v}$），由该公式可计算出电磁场作用在点电荷上的力，其中 $q\boldsymbol{E}$ 称为电场力，$q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$ 称为磁场力。

另一方面，洛伦兹力公式又表明电磁场的的状态需用两个矢量 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 来描述，根据作用在试验点电荷（q，$\boldsymbol{v}$）上的力 $\boldsymbol{F}$，可以确定 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$。换言之，该公式又给出了 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的定义。根据该公式，$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 分别由以下两式定义：

$$\boldsymbol{E}=\lim_{q\to 0}\frac{\boldsymbol{F}_{v=0}}{q} \tag{1.1.2}$$

$$\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}=\lim_{q\to 0}\frac{\boldsymbol{F}-\boldsymbol{F}_{v=0}}{q} \tag{1.1.3}$$

式中 $\boldsymbol{F}_{v=0}$和 $\boldsymbol{F}$ 分别为试验电荷 q 在静止时和以速度$\boldsymbol{v}$ 运动时所受的力。注意，在按（1.1.2）和（1.1.3）式确定 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 时，试验电荷 q 不仅要能视为点电荷，而且其电量 q 应足够地小，以致它对原来外场场源的影响可以忽略不计，这样，原来电磁场的状态才不因试验电荷的引入而发生改变。

下面我们应用（1.1.1）式进一步考察电磁场作用在电荷作宏观连续体分布的带电体上的力。设在带电体的小体元 $\mathrm{d}V$ 处，电荷密度为 ρ，电荷运动的速度为$\boldsymbol{v}$，则在该处形成的电流密度为 $\boldsymbol{J}=\rho\boldsymbol{v}$。由（1.1.1）式，该小体元中运动电荷所受电磁场的作用力为

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\boldsymbol{F}&=(\mathrm{d}q)\boldsymbol{E}+(\mathrm{d}q)\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\\&=\rho\boldsymbol{E}\mathrm{d}V+\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B}\mathrm{d}V\end{aligned} \tag{1.1.4}$$

带电体单位体积所受的力（即力密度）为

$$\boldsymbol{f}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{F}}{\mathrm{d}V}=\rho\boldsymbol{E}+\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B} \tag{1.1.5}$$

这结果称为洛伦兹力密度公式。注意，这式中的 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 为空间一切电荷电流（包括该带电体）在所考察点产生的总电场强度和总磁感应强度，不需要考虑从总电场强度和总磁感应强度中减去所

考察点的电荷 ρdV 和电流 JdV 本身产生的电场强度和磁感应强度。事实上，在 dV 内部，无限小的体电荷和体电流产生的场总是无限小的，dV 中的电荷电流自身激发的场在 dV 内部总是正比于体积元的线度 r（例如，球状带电体内部的电场强度大小为 $\frac{\rho}{3\varepsilon_0}r$，圆柱状电流体内部的磁感应强度大小为 $\frac{\mu_0}{2}Jr$），$r\to 0$，则它们产生的电场强度和磁感应强度都趋于零。

§1.2 麦克斯韦方程组（积分形式）

一、场和电荷基本规律的归纳

描述电磁场的 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ 和 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)$ 为两个矢量场。矢量场在有限区域内的性质由其对闭合面的通量和对闭合线的环量决定。我们将 $\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{B}$ 的通量和环量服从的规律视为电磁场的基本规律。现将电磁学中在各种特殊情况下得出的场和电荷的基本规律归纳如下。

1. *静电场的高斯定理*

在静电场中，电场强度 $\boldsymbol{E}$ 对任一闭合面 S 的通量等于面内一切电荷（包括体分布的、面分布的、线分布的、点分布的自由电荷和极化电荷）的代数和 Q 除以 ε_0，即

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \tag{1.2.1}$$

式中规定闭合面的法线方向由面内指向面外。这定理是由库仑定律提取出来的。这定理表明，静电场具有聚散性质，电荷是静电场聚散的源头。用电力线的语言来说更直观：静电场中，可以找到电力线的聚散地，即电力线打结交叉的地方，结点即为电荷所在地，且单位电荷发出（或会聚）$\frac{1}{\varepsilon_0}$根电力线。

2. 稳恒磁场的高斯定理

在稳恒磁场中，磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 对任一闭合面 S 的通量恒为零，即

$$\oint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0 \tag{1.2.2}$$

这定理表明，稳恒磁场无聚散性质，不存在稳恒磁场聚散的源头（磁荷），磁感应线总是闭合的且不会交叉打结。

3. 稳恒磁场的安培环路定理

在稳恒磁场中，磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 对任一闭合线 L 的环量，等于穿过以 L 为周界的曲面 S 的一切电流（包括体分布的、面分布的、线分布的、点分布的传导电流、运流电源、磁化电流和极化电流）的代数和 I 乘以 μ_0，即

$$\oint_L \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 I \tag{1.2.3}$$

式中规定 L 包围并和 L 的绕行方向构成右旋系的电流为正，否则为负。一个矢量场对其中的闭合线 L 的环量不为零，我们称在 L 的范围内存在该矢量场的涡旋。安培环路定理表明，稳恒磁场具有涡旋性质，稳恒电流是稳恒磁场的涡旋源。磁感应线不仅闭合，而且和闭合的稳恒电流链串。

4. 缓变磁场的法拉第电磁感应定律

在缓变磁场中，任一闭合线 L 上的感应电动势（即感应电场对 L 的环量）等于以 L 为周界的任一曲面 S 上的磁感应通量的减少率，即

$$\oint_L \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1.2.4}$$

式中规定 S 的法向与 L 的绕行方向构成右旋关系。此定律表明，时变磁场也能激发电场，这电场称为感应电场。感应电场具有涡旋性质，变化的磁通是感应电场的涡旋源。感应电场的电力线是闭合的，而且和闭合的磁感应线链串。

5. 电荷守恒定律

在任何物理过程中，电荷不生不灭，总量守恒。在各种情况下，单位时间内流过任一闭合面 S 的电量，即对闭合面 S 的电流强度 I_{cs}（下标 cs 为 closed surface 的缩写），必等于闭合面 S 内的电量 Q 在单位时间内的减少，即

$$I_{cs} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \tag{1.2.5}$$

此式将电荷守恒定律以电荷流对闭合面的通量服从的基本规律的形式表出。注意式中的 I_{cs} 包含各式各样的电流：自由电荷运动形成的，束缚电荷运动形成的，体分布的，面分布的，线分布的，点分布的，等等。

二、基本规律的推广　麦克斯韦方程组

追随麦克斯韦（J. C. Maxwell），现将特殊情形下电场和磁场的基本规律（1.2.1）—（1.2.4）式推广到普遍情形。

首先看（1.2.1）式，此式虽是从静电的库仑定律提取出来的，然而并未发现它与以后的实验事实冲突。在没有找到修改的理由以前，假定它可以推广到普遍情形，即假定：在运动电荷和时变电场的普遍情形，尽管库仑定律不成立，但从库仑定律提取出来的电荷与电通量的定量关系（电荷 Q 发出 $\frac{Q}{\varepsilon_0}$ 的电通量）这一合理的内核可以保留，（1.2.1）式在运动电荷和时变电场的情形下仍然成立。可以猜测，这一假定当年可能来自麦克斯韦的物理直觉：运动电荷产生变动的电场，可以想像这时电力线在运动，在弯曲，在变形，甚至脱离电荷形成涡旋，但不管电力线的运动变化多么复杂，电荷似乎仍然是电力线的结点，单位电荷发出（或会聚）的电力线仍为 $\frac{1}{\varepsilon_0}$ 根（发出的根数不变）。

其次，对（1.2.4）式进行分析，看看它和（1.2.2）式的关系。（1.2.4）式表示的电磁场的定律只有当任意两个具有相同周

界 L 的曲面具有相等的磁感应通量的减少率时才有意义。例如对图1.2.1所示的两个曲面 S_1和 S_2，应当要求

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{S_1}\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{S_2}\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

将 S_2的法线方向反过来即可得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oint\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0 \tag{1.2.6}$$

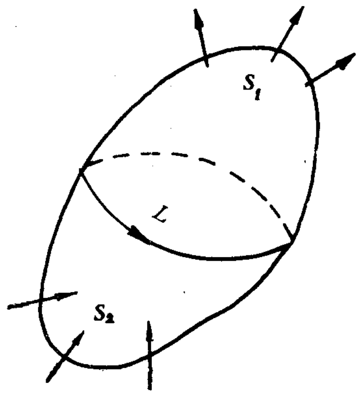


图1.2.1

即磁感应强度对任一闭合面的通量应该不随时间改变，这就告诉我们，如果一个地方原来没有磁场或只有稳恒磁场，后来虽有了时变磁场，该处磁场对任一闭合面的通量仍然保持为零。因此，(1.2.4) 式要求我们应将 (1.2.2) 式

$$\oint_S\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0$$

推广到时变磁场的情形。

另外，(1.2.4) 式虽是从缓变磁场的情形下总结出来的，但我们在这里看不出迅变磁场和缓变磁场在激发感应电动势上除了量的差别外还会有什么质的不同，因此，可以假定法拉第电磁感应定律 (1.2.4) 式对迅变磁场也成立。相应地，(1.2.2) 式也应推广到迅变磁场。

最后审查 (1.2.3) 式，看看它和 (1.2.5) 式是否相容。在稳恒电流和稳恒磁场情形，它与电荷守恒定律 (1.2.5) 式一致：当 $L\to0$，$S\to$闭合时（参看图1.2.2），(1.2.3) 式成为

$$I_{CS}=0 \tag{1.2.7}$$

这与 (1.2.5) 式在稳恒电流情形下的结果相同。但若将 (1.2.3)