乙

1993年全国会计专业技术资格考试必备丛书

全国会计师资格考试必备

——复习要点与题解

经济管理出版社

全国会计师资格考试(乙种)必备

——复习要点与题解

本 书 编 写 组

经 济 管 理 出 版 社

(京)新登字 029 号

责任编辑:方文生
封面设计:路　漫

全国会计师资格考试(乙种)必备

——复习要点与题解

本书编写组

出　版:经济管理出版社
(北京市西城区新街口红园胡同 8 号　　邮政编码:100035)
发　行:经济管理出版社总发行　　各地新华书店经销
印　刷:中国人民解放军 9138 印刷厂

787×1092 毫米　16 开　16 印张　427 千字
1993 年 6 月北京第一版　1993 年 6 月北京第一次印刷
印数:1—15000 册

ISBN7—80025—749—5/F・612
定价:12.50 元

《全国会计专业技术资格考试必备》丛书

前言

根据国务院职称改革领导小组关于进一步完善专业职务聘任制的精神和专业职务评聘工作转入经常化的要求，财政部、人事部于1992年3月联合颁发了《会计专业技术资格考试暂行规定》。根据《会计专业技术资格考试暂行规定》，会计专业技术资格实行全国统一考试制度。

实行全国统一的会计专业技术资格考试，有利于充分调动和发挥广大会计人员的工作积极性和创造性，有利于建立一种客观、公正地评价和选拔会计人才的机制，有利于加强会计队伍的建设和提高会计人员的素质，有利于克服现行评聘工作中的某些缺陷。

会计专业技术资格考试为国家考试。按会计专业职务的设置分为：会计员、助理会计师、会计师资格考试。助理会计师、会计师资格考试分为甲、乙两种。甲种考试为相应专业技术资格应具备的专业水平和业务能力的考试。参加甲种考试必须具备规定的学历或取得相应的乙种考试合格证书；乙种考试为财会基础理论和专业知识的考试。凡不具备规定相应学历的会计人员，必须取得规定档次的乙种考试合格证书，方能参加相应档次的甲种考试。会计员资格考试只设一种，为专业知识和业务能力的综合性考试。

会计员资格考试和助理会计师、会计师的甲种考试每年举行一次，考试合格者发给相应的会计专业技术资格证书，在全国范围内有效。会计专业技术资格证书由人事部统一印制，人事部、财政部联合颁发。助理会计师、会计师资格的乙种考试，参照各档次的学历要求确定考试科目，考试成绩采用单科累积的方式。每门科目考试及格，由财政部颁发单科及格证明。规定的科目全部及格后，由财政部颁发助理会计师、会计师资格乙种考试合格证书。

1993年11月将举行第一次全国会计专业技术资格考试(乙种)和第二次全国会计专业技术资格考试（甲种）。

为满足参加全国会计专业技术资格统考人员复习考试的需要，我们邀请财政部、中央财金学院、北京经济学院等从事会计理论与实务的专家学者，按照财政部发布的《全国会计专业技术资格统一考试大纲》和统编辅导教材的内容和要求编写了《全国会计专业技术资格考试必备》系列丛书，该书是对财政部指定考试大纲、教材的补充和复习指南，其特点是突出模拟题解，便于考生在考前检验复习效果，加深对考试要求内容的理解和掌握。该丛书的结构内容包括复习要点、模拟试题、参考答案、难点与重点。

《考试必备》丛书共分《全国助理会计师资格考试（乙种）必备》、《全国会计师资格考试（乙种）必备》、《全国会计员资格考试必备》、《全国助理会计师资格考试（甲种）必备》、《全国会计师资格考试（甲种）必备》五册。

系列之一：《全国助理会计师资格考试（乙种）必备》分为财经应用写作、政治经济学、会计学（上）三部分，每部分按复习要点、模拟试题、参考答案、难点与重点分章编写。

系列之二：《全国会计师资格考试（乙种）必备》分为财经应用数学、会计学（下）、审计学三部分，每部分按复习要点、模拟试题、参考答案、难点与重点分章编写。

系列之三：《全国会计员资格考试必备》分为会计及会计法规基础知识、会计员实务两篇，每篇分部分按复习要点、模拟试题、参考答案、难点与重点分章编写。系列之四：《全国助理会计师资格考试必备》分为会计专业及相关知识综合考试（包含政治经济学、会计学（上）、成本会计、财政与金融、经济法概论五部分）、助理会计师实务（包括企业会计实务、预算会计实务两部分）两篇，每篇分部分按复习要点、模拟试题、参考答案、难点与重点分章编写。

系列之五：《全国会计师资格考试必备》分为会计专业及相关知识综合考试（包括会计学（下）、管理会计、财务管理、审计学、统计学原理五部分）；会计师实务（包括企业会计实务、预算会计实务两部分）两篇，每篇分部分按复习要点、模拟试题、参考答案、难点与重点分章编写。

复习要点依据考试大纲编写，将考试大纲规定的内容及有关教材和辅导材料进行了精炼，使应试者省去了查阅大量教材法规的时间，便于应试者在短期内系统、全面地掌握应试内容，也便于应试者复习记忆。题解包括复习试题和参考答案两部分，共有填空、选择、判断、计算、核算、简答等基本题型，难易适中，知识性和实务性强，便于应试者练习掌握考试内容。

《全国会计专业技术资格考试必备》丛书是参加全国会计专业技术资格考试人员复习应试的好帮手，是各类应试人员必备的复习指导书，是各级各类学校举办资格考试辅导班主选的好教材。本书除适合于参加全国会计专业技术资格统考人员复习应试之外，还可作为企业、事业、机关单位财会人员、管理人员、财经院校师生学习、了解会计理论和实务，提高业务水平的重要教材及参考资料。

本丛书由编委会主编。《全国会计师资格考试（乙种）必备》由肖卫平、张良武、陈郡、李相志、王彭生、陈良华、于晓镭、刘才明、许胜利、赵达强、王跃宁编写，由于晓镭、张良武总纂并审阅定稿。

由于水平和篇幅所限，加之时间仓促，书中缺点、错误在所难免，敬希读者批评指正。

本书编委会

1993年6月

目　录

第一篇　财经应用数学

第一部分　微积分

第一章　复习要点

一、极限与连续

1．函数的极限

（1）数列的极限

如果对于任意给定的正数 ε，总可以找到自然数 $N(\varepsilon)$，使得当 $n>N$ 时，总有 $|a_n-A|<\varepsilon$ 成立，则称当 $n\to\infty$ 时，数列 $\{a_n\}$ 以 A 为极限，记为

$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=A$ 或 $a_n\to A$ $(n\to\infty)$

一个数列 $\{a_n\}$ 如有极限，则称该数列是收敛的，否则就称该数列是发散的。

（2）函数的极限

①当自变量 $x\to\infty$ 时，函数 $f(x)$ 的极限：

设有函数 $f(x)$ 与常数 A，如果对于任意给定的 $\varepsilon>0$，总可以找到 $M>0$，使得当 $|x|>M$ 时，总有 $|f(x)-A|<\varepsilon$ 成立，则称当 $x\to\infty$ 时，$f(x)$ 以 A 为极限，记为

$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$　　或 $f(x)\to$ $(x\to\infty)$

②当自变量 x 趋向于定数 x_0 时，函数 $f(x)$ 的极限：设 $f(x)$ 定义在包含 x_0 点的某个区间内（x_0 点可以除外），如果有一个常数 A，使得对于任意给定的 $\varepsilon>0$，总可以找到 $\delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，$|f(x)-A|<\varepsilon$ 成立，则称 A 为 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的极限，记为

$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$　　或 $f(x)\to A$ $(x\to x_0)$

类似地，我们还可以定义当 $x\to+\infty$、$x\to-\infty x\to x_0^+$ 和 x_0^- 时，$f(x)$ 的极限（在上述定义中去掉关于 x 的绝对值符号）。

函数 $f(x)$ 在 x_0 点有极限的充分必要条件是 $f(x)$ 在 x_0 的左、右极限存在且相等，即

$\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=A$　　则

$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$

（3）极限与无穷大量和无穷小量的关系

无穷小量的定义：以零为极限的变量称为无穷小量。变量 $\alpha(x)$ 为无穷小量时，记为

$\lim\ \alpha(x)=0$

无穷小量是一个变量，不是一个很小的数。作为特例，常数中只有 0 是无穷小量。

变量是否为一个无穷小量，取决于它的绝对值，而与其符号无关。

无穷小量的性质：设 $\alpha(x)$、$\beta(x)$ 是无穷小量。

①$\alpha(x)\pm\beta(x)$ 仍是无穷小量。一般地，任意有限个无穷小量的代数和仍是无穷小量。

②$\alpha(x)\cdot\beta(x)$ 仍是无穷小量。一般地，任意有限个无穷小量的乘积仍是无穷小量。

③$u(x)$ 是有界变量，其与无穷小量之积 $u(x)\cdot\alpha(x)$ 仍是无穷小量。特别地，常量与无穷小量的乘积仍是无穷小量。

④$\lim V(x)\neq 0$（存在），则公式 $\alpha(x)/V(x)$ 仍是无穷小量。

无穷大量的定义：对于任意给定的正数 M，如果变量 $W(x)$ 在变化过程中，总有那么一个时刻 T，使在时刻 T 之后，恒有 $|W(x)|>M$ 成立，则称变量 $W(x)$ 为无穷大量，或称变量 $W(x)$ 趋向无穷大，记为

$\lim W(x)=\infty$

无穷大量是一个变量，不是一个很大很大的数。

无穷大量的极限是不存在的，$\lim W(x)=\infty$ 只是一个记号。

变量 $W(x)$ 是否为一个无穷大量，取决于它的绝对值，而与其符号无关。

无穷大量的性质：

①无穷大量与有界变量的和仍是无穷大量。

②两个无穷大量的乘积仍是无穷大量。

几个重要关系

①无穷小量与无穷大量的关系

如果 $\lim W(x)=\infty$，则 $\lim\frac{1}{W(x)}=0$；

如果 $\lim \alpha(x)=0$（$\alpha(x)\neq 0$），则 $\lim\frac{1}{\alpha(x)}=\infty$。

②有极限变量与无穷小量的关系

变量 y 以常数 A 为极限的充分必要条件是变量 y 可以表示为 A 与无穷小量 α 的和，即

$y=A+\alpha$

（4）极限的运算法则

设 $\lim u(x)=A$，$\lim V(x)=B$，$\lim W(x)=C$，则

①$\lim[u(x)\pm v(x)\pm w(x)]=\lim u(x)\pm\lim v(x)\pm\lim W(x)=A\pm B\pm C$，即有限个函数代数和的极限等于极限的代数和。

②$\lim u\cdot v\cdot w=(\lim u)\cdot(\lim v)\cdot(\lim w)=ABC$，即有限个函数之积的极限等于各函数极限之积。

③$\lim k\cdot u=k\cdot\lim u=kA$.（$k$ 是常数）。

④$\lim\frac{u}{v}=\lim u/\lim v=\frac{A}{B}$（$\lim v\neq 0$），即当分母的极限不为零时，两个函数之商的极限等于函数极限的商。

（5）两个重要极限

①$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

$\lim\limits_{x\to 0}(1+\frac{1}{x})^{x}=e$ 或 $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

2. 函数的连续性

（1）函数连续的概念

函数在点 x_0 连续的定义：设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义，如果极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，且 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$，则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续。

函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续的定义也可叙述为：设函数在点 x_0 的某个邻域内有定义，如果当自变量 x 在点 x_0 处的改变量 $\triangle x\to 0$ 时，函数相应的改变量趋于 0，即

$$\lim_{\triangle x\to 0}[f(x_0+\triangle x)-f(x_0)]=0$$

则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续。

用"$\varepsilon-\delta$"语言叙述为：

$\forall\varepsilon>0$，$\exists\delta>0$，当 $0\leqslant|x-x_0|<\delta$ 时，总有 $|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$，则称函数 $f(x)$ 在 x_0 连续。

如果函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 点不连续，则称点 x_0 是函数 $f(x)$ 间断点。

函数 $f(x)$ 在点 x_0 处间断，则必有下列三种情形之一：

①$f(x)$ 在 x_0 点处没有定义；

②$f(x)$ 在 x_0 点处有定义，但极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 不存在；

③$f(x)$ 在 x_0 点处有定义，且 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，但 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\neq f(x_0)$。

如果函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内每一点都连续，则称 $f(x)$ 在 (a,b) 内连续，并称区间 (a,b) 为 $f(x)$ 的连续区间。

若函数 $f(x)$ 还在点 a 右连续，即 $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$，在点 b 左连续，即 $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$，则称 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续。

(2) 初等函数的连续性

初等函数在其定义区间内每一点都连续。

由初等函数的连续性，得到求初等函数在其区间内的点处极限的方法：若点 x_0 在 $f(x)$ 的定义区间内，则

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)=f(\lim x=x_0)$$

连续函数 $f(x)$ 的几何意义：$f(x)$ 的图形是一条没有间隙的连续曲线。

(3) 闭区间上连续函数的性质

①如果函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上必有界。

②最大值、最小值定理

如果函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上必有最大值和最小值。

③介值定理

如果函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，m，M 分别为 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的最小值、最大值，则对介于 m 与 M 之间的任一实数 c $(m<c<M)$，至少存在一点 $\xi\in(a,b)$，使 $f(\xi)=c$。

特别地，如果 $f(a)$ 与 $f(b)$ 异号，则至少存在一点 $\xi\in(a,b)$，使 $f(\xi)=0$，即 $\xi\in(a,b)$ 为方程 $f(x)=0$ 的根。

二、导数

1. 导数的概念

(1) 导数的定义

设 $y=f(x)$ 是定义在区间 (a,b) 上的函数，$x_0\in(a,b)$，如果极限

$$\lim_{\triangle x\to 0}\frac{\triangle x}{\triangle y}=\lim_{\triangle x\to 0}\frac{f(x_0+\triangle x)-f(x_0)}{\triangle x}$$

存在，则称此极限为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的导数，记为

$f'(x_0)$ 或 $y'|x=x_0$ 或$\frac{dy}{dx}|x=x_0$ 或$\frac{df}{dx}|x=x_0$

如果函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处有导数，则称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导。

如果令 $x+\triangle x=x_0$，即$\triangle x=x-x_0$，则上述极限式又可写成

$$f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内每一点 x 都有导数 $f'(x)$，则称函称 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内可导。对该区间内的每一个 x，都有 $f'(x)$ 与之对应，所以 $f'(x)$ 也是 X 的函数，称 $f'(x)$ 也是 x 的函数，称 $f'(x)$ 是函数 $y=f(x)$ 的导函数，简称导数。由此，$f'(x_0)$ 即为导函数 $f'(x)$ 在 $x=x_0$ 处的函数值，

即 $f'(x_0)=f'(x)|x=_0$

根据导数的定义，可将求导数的方法概括成三个步骤：

①求改变量。给 x 以增量$\triangle x$，对应的函数的改变量为$\triangle y=f(x+\triangle x)-f(x)$。

②求比值 $\frac{\triangle y}{\triangle x}=\frac{f(x+\triangle x)-f(x)}{\triangle x}$

③求极限 $\lim\limits_{\triangle x\to 0}\frac{\triangle y}{\triangle x}=\lim\limits_{\triangle x\to 0}\frac{f(x+\triangle x)-f(x)}{\triangle x}$

如果该极限存在，即是 $f(x)$ 的导数 $f'(x)$。

导数的几何意义：导数 $f'(x)$ 表示曲线 $y=f(x)$ 在点 $[x,f(x)]$ 处切线的斜率。

导数在经济领域中称为边际。常用的有边际收入，边际成本，边际利润等。

(2) 函数的可导性与连续性的关系

如果函数 $y=f(x)$ 在 $x=X_0$ 处可导，则 $f(x)$ 在 X_0 处必连续。反之未必成立。所以函数在某一点连续是它在该点可导的必要条件。如果函数 $y=f(x)$，在点 x_0 不连续，则在该点必不可导。

(3) 导数的运算法则

如果函数 $u(x)$、$v(x)$ 在 x 处可导，则有。

①和差法则

$[u(x)\pm v(x)]=u'(x)\pm v'(x)$。

②乘法法则

$[u(x)\cdot v(x)]=u'(x)v(x)+u(x)\cdot v'(x)$。

特别地，$(cu(x))'=cu'(x)$ (c 为常数)

③除法法则

$[\frac{u(x)}{v(x)}]'=\frac{u'(x)v(x)-u(x)\cdot V'(x)}{V^2(x)}$　　$(v(x)\neq 0)$

③复合函数的求导法则

设 $y=f(u)$，$u=\varphi(x)$ 都是可导函数，则复合函数 $y=f[\varphi(x)]$ 也可导，且

$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$或 $y'_x=y'_u\cdot u'_x=f'_{(u)}\cdot\varphi'_{(x)}$

(4) 反函数的求导法

设 $y=f(x)$ 是 (a,b) 上的一个单调连续函数，如果 $f(x)$ 在 x 点可导，且 $f'(x)=0$，其则反函数 $x=f^{-1}(y)=q(y)$ 在 $y=f(x)$ 点也可导，且

$\frac{dx}{dy}=\frac{1}{\frac{dy}{dx}}$或 $[f^{-1}(y)]'=\frac{1}{f'(x)}$

(5) 导数的基本公式

①常值函数

$y=c \quad y'=0$ （c 为常数）

②幂函数

$y=x^{a} \quad y'=ax^{a-1}$ （a 为任意实数）

③指数函数

$y=a^{x} \quad y'=a^{x}\cdot\ln a$ （$a>0$）

特别地，$y=e^{x} \quad y'=e^{x}$

④对数函数

$y=\log_{a}x \quad y'=\frac{1}{x}\log_{a}e$ （$a>0$，$a\neq1$）

特别地，$y=\ln x \quad y'=\frac{1}{x}$

⑤三角函数

$y=\sin x \quad y'=\cos x$

$y=\cos x \quad y'=-\sin x$

$y=\mathrm{tg}nx \quad y'=\sec^{2}x$

$y=\mathrm{ctg}x \quad y'=-\mathrm{cec}^{2}x$

$y=\sec x \quad y'=\sec x\cdot\mathrm{tg}x$

$y=\csc x \quad y'=-\csc x\cdot\mathrm{ctg}x$

⑥反三角函数

$y=\arcsin x \quad y^{1}=1/\sqrt{1-x^{2}}$

$y=\arccos x \quad y^{1}=-1/\sqrt{1-x^{2}}$

$y=\mathrm{arctg}x \quad y^{1}=1/1+x^{2}$

$y=\mathrm{arcctg}x \quad y^{1}=-1/1+x^{2}$

(6) 隐函数的导数

方程 $F(x,y)=0$ 确定 y 为 x 的隐函数，设为 $y=y(x)$，把 $y(x)$ 代入方程得 $F[x,y(x)]=0$ 在方程两边对 x 求导，在此过程中，视 y 为 x 的函数，而视 y 的函数为 x 的复合函数

$$\frac{d}{dx}F[x,y(x)]=0$$

再从中解出 y'_{x} 即可。

(7) 对数求导法

对于表示成积、商、幂形式的函数以及形如 $[f(x)]g(x)$ 的幂指函数的求导，可通过对该函数取对数的方法，然后再予以求导。

2. 导数的应用

(1) 函数增减性的判断

如果在 (a,b) 在上恒有 $f'(x)>0$，那么 $f(x)$ 是 (a,b) 上的增函数，相应地，(a,b) 称为 $f(x)$ 的单增区间；如果在 (a,b) 上恒有 $f'(x)<0$，那么 $f(x)$ 是 (a,b) 上的减函数，相应地，(a,b) 称为 $f(x)$ 的单减区间。

(2) 函数的极值

设函数 $f(x)$ 在 x_{0} 的某个邻域内有定义，如果对该邻域内的任何 x $(x\neq x_{0})$，总有 $f(x)<f$

(x_0)，则称 $f(x_0)$ 为函数 $f(x)$ 的一个极大值，x_0 称为 $f(x)$ 的一个极大值点；反之，若总有 $f(x)>f(x_0)$，则称 $f(x_0)$ 为函数 $f(x)$ 的一个极小值，x_0 称为 $f(x)$ 的极小值点。

函数的极大值、极小值统称为极值。使函数取极值的点称为极值点。

(3) 函数极值的判别方法

必要条件

如果函数 $f(x)$ 在 x_0 处有极值 $f(x_0)$ 且可导，则必有 $f'(x_0)=0$。

使 $f'(x_0)=0$ 的点 x_0 称为驻点。

充分条件

如果函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内可导，当 x 从 x_0 左侧趋近于 x_0 时 $f'(x)>0$，而当 x 从 x_0 右侧趋近于 x_0 时 $f'(x)<0$，则 $f(x_0)$ 为极大值；当 x 从 x_0 左侧趋近于 x_0 时 $f'(x)<0$，而当 x 从 x_0 右侧趋近于 x_0 时 $f'(x)$ 0，则 $f(x_0)$ 为极小值。

函数 $f(x)$ 在其导数不存在的点 x_0 处（即 $f'(x_0)$ 不存在），也可能取得极值，只要 $f'(x)$ 的符号在 x_0 的某邻域内从左向右经过 x_0 时发生变化，则 $f(x_0)$ 即为极值。至于是极大值还是极小值，其判断方法同前面的充分条件判断法一样。

(4) 求函数 $f(x)$ 极值的步骤

①求出驻点 x_0：$f'(x_0)=0$，以及导数不存在的点；

②以驻点及导数不存在的点得 $f(x)$ 的定义区间划分成若干个小区间，列表讨论 $f^1(x)$ 在每个小区间上的符号，当 $f'(x)$ 由正、而 0、而负时，$f(x_0)$ 为极大值，$[x_0, f(x_0)]$ 为极大值点；当 $f(x)$ 的符号由负、而 0、而正时，$f(x_0)$ 为极小值，$[x_0, f(x_0)]$ 为极小值点。

否则，$f(x_0)$ 不是极值

(5) 导数在经济分析中的应用

①边际分析，最大值和最小值的应用

在研究经济问题时，利用导数来分析经济变量之间的关系叫做边际分析。例如，以原函数 $y=f(x)$ 代表收益、成本、利润等，则对应导函数就称为原函数的边际函数（如边际收益等）。通过边际分析，可求得有关函数（如利润等）的最大或最小边际效应。

②弹性及其经济意义

在经济学中，把某种变量对另一变量变化的反应程度称作弹性。如需求弹性就是商品的需求量对价格变化的反应程度；供应弹性则是商品的供应量对价格变化的反应程度。

设某商品的需求量 Q 是价格 P 的函数 $Q=f(p)$，则

$$\text{需求弹性}=\frac{\text{需求变化的百分比}}{\text{价格变化的百分比}}=\frac{\triangle Q/Q}{\triangle P/P}$$

设某商品的供应量 S 是价格 P 的函数 $S=\varphi(p)$，则

$$\text{供应弹性}=\frac{\text{供应变化百分比}}{\text{价格变化百分比}}=\frac{\triangle s/s}{\triangle p/p}$$

③边际函数与平均函数的关系

设总函数为 $R(x)$，边际函数为 M，平均函数为 A，即 $A=R(x)/x$

$M=R'(x)=(A\cdot x)'=A+x\cdot A'$

当 $A'=0$ 时，$M=A$

即当平均函数的导数为零时，总函数的边际函数与平均函数有相同的值.

若把这个关系应用成本分析上，就是当平均成本等于边际成本时，平均成本达到最低值。

3. 高阶导数及其应用

(1) 高阶导数

对一阶导数 $f'(x)=\varphi(x)$ 再求导 $\varphi'(x)$，称为 $f(x)$ 的二阶导数，记为 $f''(x)$ 或 $f^{(2)}_{(x)}$。同样，二阶导数的导数称为三阶导数，记为 $f'''(x)$ 或 $f^{(3)}(x)$；依次类推，可定义 n 阶导数 $f^{(n)}(x)$。二阶及二阶以上的导数统称为高阶导数。

(2) 利用二阶导数符号判断函数的极值

充分条件

设函数 $f(x)$ 在 x_0 的领域内二阶可导，且 $f'(x_0)=0$，则

(i) 当 $f''(x_0)>0$ 时，$f(x_0)$ 为极小值；

(ii) 当 $f''(x_0)<0$ 时，$f(x_0)$ 为极大值；

(iii) 当 $f''(x_0)=0$ 时，不能确定，用其它方法判断。

(3) 曲线的凹向和拐点的判定

设函数 $y=f(x)$ 连续于某区间上，且其图形是具有相反弯曲方向的曲线弧。相反弯曲弧的分界点称为拐点。

求拐点的步骤和利用二阶导数 $f''(x)$ 判定曲线 $y=f(x)$ 的凹向：

第一步：求 $f''(x)$；

第二步：令 $f''(x)=0$，求出这个方程的实根；

第三步：检查 $f''(x)$ 的正负号，在 $f''(x)=0$ 的根 x_0 的 δ 邻域取 $0<h<\delta$，如果 $f''(x_0-h)$ 与 $f''(x_0+h)$ 符号相异，则 $y=f(x)$ 有拐点 $[x_0, f(x_0)]$。同时，若 $f''(x)>0$，曲线是凹的；若 $f''(x)<0$，曲线是凸的。

(4) 曲线的渐近线

①水平渐近线

如果函数 $f(x)$ 适合于 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=b$，则直线 $y=b$ 为其一条水平渐近线。

②铅直渐近线

如果函数 $y=\varphi(x)$ 适合于 $\lim\limits_{x\to a} \varphi(x)=\infty$，则直线 $x=a$ 为一条铅直渐近线。

③斜渐近线

如果函数 $y=g(x)$ 适合于 $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a$，$\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-ax]=b$，则直线 $y=ax+b$ 为其一条斜渐近线。

(5) 函数的作图

作图步骤如下：

①求出函数的 $y=f(x)$ 定义域；

②求出曲线与坐标轴的截点，即在 $y=f(x)$ 中分别令 $x=0$ 求出 y 的值和令 $y=0$ 求出 x 的值；

③讨论曲线的周期性、奇偶性、对称性；

④确定曲线的极大值点、极小值点，上升和下降区间；

⑤确定曲线的拐点，凹、凸区间；

⑥确定曲线的渐近线；

⑦作出上述几个特殊点；

⑧将各点按照升、降、凹向依次连成线，即为函数的曲线。

三、微分

1. 微分的概念