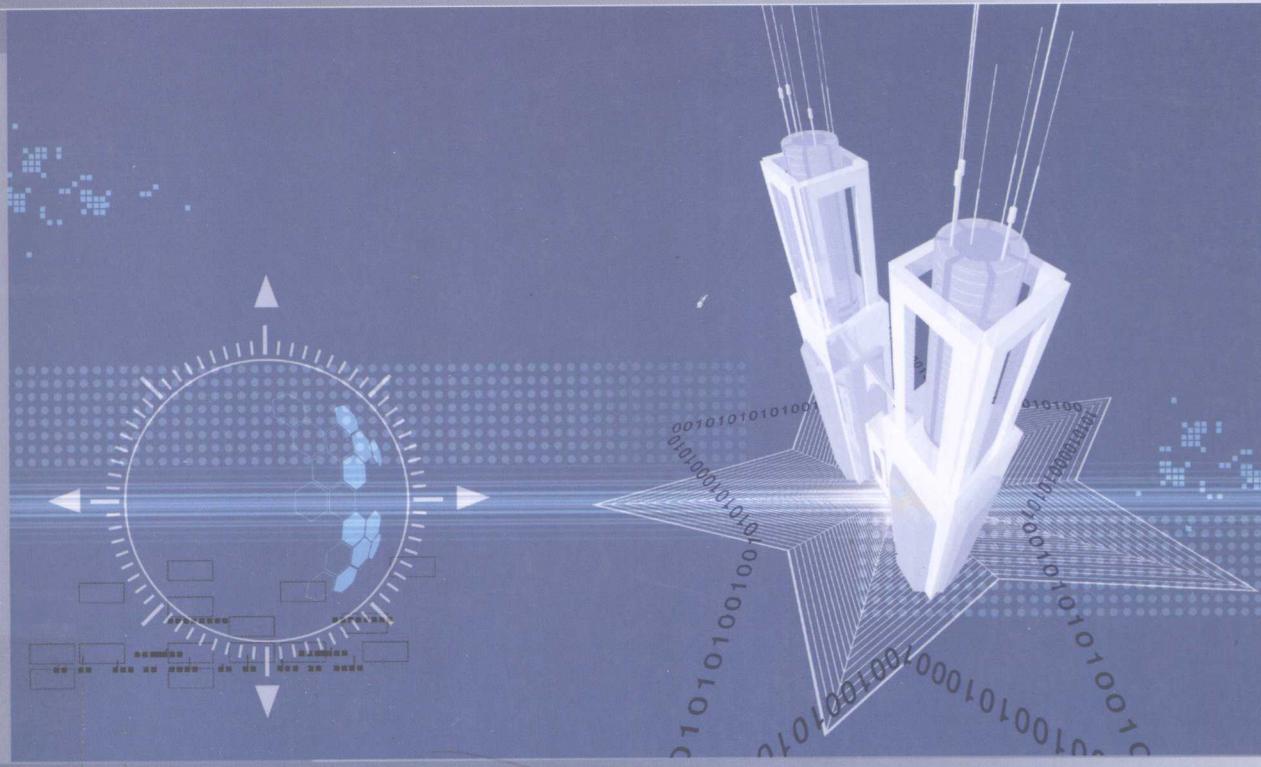




普通高等院校规划教材·电子信息

数字电路与逻辑设计



◎ 陈利永 郑 明 编著



中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

TN79/170

2008

普通高等院校规划教材 · 电子信息

数字电路与逻辑设计

陈利永 郑明 编著

魏晉王東晉書

中国铁道出版社

CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

Digitized by srujanika@gmail.com

内 容 简 介

本书主要介绍数字电子技术的知识。主要内容有数字逻辑基础、门电路、组合逻辑电路、时序逻辑电路、脉冲产生和整形电路、数/模和模/数转换器。本书除了介绍上述内容外，在附录部分还介绍了如何利用 Multisim 软件和 MATLAB 软件的仿真功能实现数字电路的仿真，在附录 E 中还介绍了 EDA 技术在数字电路设计中的应用，并介绍了如何利用 Quartus II 软件的仿真功能对所设计的数字频率计进行时序仿真，以确定数字系统设计的正确性，以帮助学生掌握 EDA 的基本概念和技术。

本书适合作为计算机和电气信息类各专业本科生学习硬件基础课程的教材，也可以作为电子信息专业学生研究生考试的复习参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

数字电路与逻辑设计/陈利永, 郑明编著. —北京: 中国铁道出版社, 2007. 11

普通高等院校规划教材·电子信息
ISBN 978-7-113-08142-3

I. 数… II. ①陈…②郑… III. 数字电路—逻辑设计—
高等学校—教材 IV. TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 176582 号

书 名: 数字电路与逻辑设计

作 者: 陈利永 郑 明

出版发行: 中国铁道出版社 (100054, 北京市宣武区右安门西街 8 号)

策划编辑: 严晓舟 秦绪好

责任编辑: 杨 勇 王艳霞

封面设计: 付 巍

封面制作: 白 雪

印 刷: 三河市华晨印务有限公司

开 本: 787×1092 1/16 印张: 15.5 字数: 365 千

版 本: 2008 年 1 月第 1 版 2008 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-113-08142-3/TP · 2495

定 价: 24.00 元

版权所有 侵权必究

本书封面贴有中国铁道出版社激光防伪标签，无标签者不得销售
凡购买铁道版的图书，如有缺页、倒页、脱页者，请与本社计算机图书批销部调换。

前言

随着信息科学时代的到来，计算机已从单纯的计算工具发展成为信息处理及复杂控制系统的组成部分。当今世界，计算机已经渗透到科研、生产和管理部门的各个领域，对人们的社会生活和生产实践产生了深刻的影响。为了适应计算机技术普及和应用的需要，有必要对计算机和电气信息类的专业基础课数字电路与逻辑设计教材的内容进行更新，及时地向学生介绍数字电路与逻辑设计领域最新的知识和技术。

本教材的特色是：在介绍各种集成电路的过程中都采用设计电路的方法来叙述，以强化计算机专业的学生数理逻辑的设计思路和根据所设计的逻辑表达式来搭建电路的能力。为了帮助学生掌握数字电路与逻辑设计课程的重点，叙述时注意引导学生对逻辑设计思路的理解，强化设计推理的过程，注意引导学生开放性的思维方法，利用不同的芯片来搭建相同的逻辑电路，让学生掌握一题多解的方法，以加深学生对基本概念和基础知识的理解，培养学生分析问题和解决问题的能力，提高学生的综合素质。

同时本教材在相关章节中增加了 Multisim 软件仿真的内容，引导学生利用 Multisim 软件进行理论验证，使学生能够学好理论知识，同时仿真软件实验的验证可以看成是实验课的预习，学生通过在仿真软件的环境中搭建电路，观察结果，达到熟悉实验电路、了解实验结果的目的，在实验室中轻松完成实验任务，做到理论联系实践，培养学生的实践动手能力。

在解题的过程中，引导学生利用 MATLAB 软件进行逻辑仿真的实验，利用 MATLAB 软件对理论知识进行验证，做到理论联系实际，以加深学生的感性认识，提高学习效率。

根据计算机专业学生的后续课程中没有开设 EDA 技术课程的特点，为了让计算机专业的学生也了解 VHDL 语言，在设计完电路之后，除了向学生介绍用各种不同的芯片来搭建电路外，还向学生简要地介绍了数字电路的 VHDL 语言描述方法，并用 Quartus II 软件实现该电路时序图的仿真，让计算机专业的学生初步接触 EDA 技术，为其进一步深造打下扎实的基础。

本教材由闽江学院计算机科学系陈利永教授根据讲课的讲稿整理而成，郑明高级工程师对本书的实验内容进行了验证。本课程体系结构已在福建师范大学计算机科学系的本科教学中试用五届，收到了很好的教学效果，被评为福建省精品课程建设的项目。

感谢闽江学院院长助理兼教务处处长黄高宪教授对作者在闽江学院教学改革的支持；感谢福建师范大学数学与计算机科学学院院长吴子文教授对作者在福建师范大学工作期间所从事教学改革的支持；感谢福建师范大学计算机科学系陈家祯和叶锋老师为作者使用 MATLAB 和 Quartus II 软件所提供的帮助；感谢福建师范大学协和学院蔡银河老师为作者提供 Multisim 软件和使用该软件所提供的帮助，感谢福建师范大学协和学院陈祖武、陈清华老师和闽江学院刘诗笺、张祖昌老师对本书习题答案的认真校对；感谢闽江学院陈昕老师为作者画电路图所提供的帮助。

限于编者的水平，书中疏漏和不足之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

编者

2007 年 10 月

目 录

CONTENTS

| | |
|-------------------------|----|
| 第1章 数字逻辑基础 | 1 |
| 1.1 概述 | 1 |
| 1.1.1 数字电路与逻辑设计课程所研究的问题 | 1 |
| 1.1.2 数制 | 1 |
| 1.1.3 数制的转换 | 2 |
| 1.1.4 码制 | 4 |
| 1.1.5 算术运算 | 5 |
| 1.2 逻辑代数基础 | 5 |
| 1.2.1 逻辑“与”的关系 | 6 |
| 1.2.2 逻辑“或”的关系 | 7 |
| 1.2.3 逻辑“非”的关系 | 7 |
| 1.2.4 逻辑运算的复合关系 | 8 |
| 1.2.5 正逻辑和负逻辑 | 9 |
| 1.3 逻辑代数的基本关系式和常用公式 | 10 |
| 1.3.1 逻辑代数的基本关系式 | 10 |
| 1.3.2 基本定律 | 11 |
| 1.3.3 常用的公式 | 12 |
| 1.3.4 基本定理 | 13 |
| 1.4 逻辑函数的表示方法 | 14 |
| 1.4.1 逻辑函数的表示方法 | 14 |
| 1.4.2 逻辑函数的真值表表示法 | 14 |
| 1.4.3 逻辑函数式 | 14 |
| 1.4.4 逻辑图 | 16 |
| 1.4.5 工作波形图 | 17 |
| 1.5 逻辑函数式的化简 | 18 |
| 1.5.1 公式化简法 | 18 |
| 1.5.2 逻辑函数的卡诺图化简法 | 19 |
| 1.5.3 具有无关项的逻辑函数的化简 | 24 |
| 1.6 研究逻辑函数的两类问题 | 25 |
| 1.6.1 给定电路分析功能 | 25 |
| 1.6.2 给定逻辑问题设计电路 | 27 |
| 1.7 小结和讨论 | 29 |
| 习题和思考题 | 30 |
| 第2章 门电路 | 33 |
| 2.1 概述 | 33 |

| | |
|-----------------------------------|-----------|
| 2.2 分立元件门电路 | 34 |
| 2.2.1 二极管与门电路 | 34 |
| 2.2.2 二极管或门电路 | 35 |
| 2.2.3 三极管非门电路 | 36 |
| 2.2.4 分立器件的复合门电路 | 39 |
| 2.3 TTL 集成门电路 | 40 |
| 2.3.1 TTL 门电路的组成及工作原理 | 40 |
| 2.3.2 TTL 门电路的输入特性曲线和输出特性曲线 | 43 |
| 2.3.3 TTL 与非门电路 | 46 |
| 2.3.4 TTL 或非门电路 | 48 |
| 2.3.5 集电极开路的门电路 (OC 门) | 50 |
| 2.3.6 三态门电路 (TS 门) | 52 |
| 2.4 CMOS 门电路 | 55 |
| 2.4.1 CMOS 反相器电路的组成和工作原理 | 55 |
| 2.4.2 CMOS 与非门电路的组成和工作原理 | 55 |
| 2.4.3 CMOS 或非门电路的组成和工作原理 | 56 |
| 2.4.4 CMOS 传输门电路的组成和工作原理 | 57 |
| 2.5 集成电路使用知识简介 | 58 |
| 2.5.1 国产集成电路型号的命名法 | 58 |
| 2.5.2 集成门电路的主要技术指标 | 59 |
| 2.5.3 多余输入脚的处理 | 60 |
| 2.5.4 TTL 与 CMOS 的接口电路 | 60 |
| 2.6 小结与讨论 | 62 |
| 习题和思考题 | 62 |
| 第 3 章 组合逻辑电路 | 65 |
| 3.1 概述 | 65 |
| 3.1.1 组合逻辑电路的特点 | 65 |
| 3.1.2 组合逻辑电路的分析和综合方法 | 65 |
| 3.2 常用的组合逻辑电路 | 66 |
| 3.2.1 编码器 | 66 |
| 3.2.2 优先编码器 | 68 |
| 3.2.3 译码器 | 75 |
| 3.2.4 显示译码器 | 81 |
| 3.2.5 数据选择器 | 84 |
| 3.2.6 加法器 | 88 |
| 3.2.7 数值比较器 | 92 |
| 3.2.8 只读存储器 (ROM) | 93 |
| 3.2.9 可编程逻辑器件 (PLD) | 98 |
| 3.3 用中规模集成电路实现组合逻辑电路的综合例题 | 100 |

| | |
|---------------------------------|------------|
| 3.4 组合逻辑电路中的竞争冒险现象 | 105 |
| 3.4.1 竞争冒险现象 | 105 |
| 3.4.2 竞争冒险现象的判断方法 | 106 |
| 3.5 小结和讨论 | 108 |
| 习题和思考题 | 108 |
| 第4章 时序逻辑电路..... | 112 |
| 4.1 概述 | 112 |
| 4.2 触发器的电路结构和动作特点 | 112 |
| 4.2.1 基本 RS 触发器的电路结构和动作特点 | 112 |
| 4.2.2 同步 RS 触发器的电路结构和动作特点 | 115 |
| 4.2.3 主从 RS 触发器的电路结构和动作特点 | 117 |
| 4.2.4 由 COMS 传输门组成的边沿触发器 | 120 |
| 4.3 触发器逻辑功能的描述方法 | 121 |
| 4.3.1 RS 触发器 | 121 |
| 4.3.2 JK 触发器 | 123 |
| 4.3.3 D 触发器 | 124 |
| 4.3.4 T 触发器 | 125 |
| 4.3.5 触发器逻辑功能的转换 | 126 |
| 4.4 时序逻辑电路的分析方法 | 129 |
| 4.5 常用的时序逻辑电路 | 137 |
| 4.5.1 寄存器和移位寄存器 | 137 |
| 4.5.2 随机存取存储器 | 141 |
| 4.5.3 同步计数器 | 142 |
| 4.5.4 移位寄存器型计数器和顺序脉冲发生器 | 160 |
| 4.5.5 序列信号发生器 | 163 |
| 4.6 时序逻辑电路分析设计综合例题 | 164 |
| 4.7 小结与讨论 | 170 |
| 习题和思考题 | 170 |
| 第5章 脉冲产生和整形电路..... | 174 |
| 5.1 概述 | 174 |
| 5.2 555 定时器的应用 | 174 |
| 5.2.1 555 定时器的电路结构 | 174 |
| 5.2.2 用 555 定时器组成施密特电路 | 176 |
| 5.2.3 用 555 定时器组成单稳态电路 | 178 |
| 5.2.4 用 555 定时器组成多谐振荡器 | 181 |
| 5.2.5 555 定时器的应用电路 | 182 |
| 5.3 石英晶体多谐振荡器 | 185 |
| 5.4 压控振荡器 | 186 |

| | | |
|---|-------------------------------|------------|
| 102 | 5.5 小结和讨论 | 186 |
| 102 | 习题和思考题 | 187 |
| 第6章 数/模和模/数转换器 | | 188 |
| 801 | 6.1 概述 | 188 |
| 811 | 6.2 数/模 (D/A) 转换器 | 188 |
| 811 | 6.2.1 权电阻网络 D/A 转换器 | 188 |
| 811 | 6.2.2 倒 T 形电阻网络 D/A 转换器 | 190 |
| 811 | 6.3 模/数转换器 (A/D) | 192 |
| 811 | 6.3.1 A/D 转换器的基本组成 | 192 |
| 811 | 6.3.2 直接 A/D 转换器 | 193 |
| 811 | 6.3.3 间接 A/D 转换器 | 196 |
| 810 | 6.4 A/D 和 D/A 的使用参数 | 198 |
| 811 | 6.4.1 A/D 和 D/A 的转换精度 | 198 |
| 811 | 6.4.2 A/D 和 D/A 的转换速度 | 199 |
| 811 | 6.5 小结和讨论 | 199 |
| 811 | 习题和思考题 | 199 |
| 数字电子电路期末练习题 | | 201 |
| 附录 A 数字电路读图常识 | | 205 |
| 附录 B 常用数字集成电路型号及引脚 | | 208 |
| 附录 C Multisim 软件在数字电路中的应用 | | 212 |
| 附录 D 用 MATLAB 的 Simulink 环境实现数字逻辑电路的仿真 | | 219 |
| 附录 E EDA 技术在数字电路设计中的应用 | | 222 |
| 参考文献 | | 240 |

第1章

数字逻辑基础

1.1 概述

1.1.1 数字电路与逻辑设计课程所研究的问题

模拟电路所研究的问题是处理模拟信号的电路。模拟信号的特点是信号的变化在幅度和时间上均是连续的。

在计算机技术飞速发展的时代，借助计算机来处理数字信号是常见的事情，大家都知道计算机能够接受的信号是数字信号，数字信号的特点是信号的变化在幅度和时间上均是离散的，研究处理此类信号的电路是数字电路和逻辑设计的任务，因此，数字电路与逻辑设计课程所研究的问题是处理数字信号的电路。

处理数字信号的数字电路与模拟电路相比具有如下优点：

- (1) 电路结构简单，易于制造，便于集成；
- (2) 工作准确可靠，精度高，抗干扰能力强；
- (3) 不仅能够完成数字计算，还可以完成逻辑运算；
- (4) 可利用压缩技术减少数据量，便于信号的传输。

为了研究数字电路，必须先了解数字信号的描述方法，数字信号通常用数字量来表示，数字量的计数方法与数制有关。

1.1.2 数制

数字量的计数方法称为数制，数制规定了数字量每一位的组成方法和从低位到高位的进位方法，在小数点左边第一位为 0 位的前提下，任意进制的数字量均可以表示成如下形式：

$$D = \sum k_i N^i \quad (1-1)$$

式 (1-1) 称为数制的位权和表达式。式中的 k_i 称为第 i 位的系数，不同进制的数字量 k_i 的取值不同， N 称为计数的基数，不同进制的数字量 N 的取值也不同， N^i 称为第 i 位的权。

常用的数制有十进制、二进制和十六进制。

1. 十进制

人们在日常生活和工作中常使用十进制数。十进制数的计数法则是：计数的基数 N 等于 10，每一位的系数 k_i 用 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 这十个数字中的一个来表示，从低位到高位的进位法则是“逢十进一”。根据位权和的公式，任何一个十进制数均可以表示成如下形式：

$$D = \sum k_i 10^i \quad (1-2)$$

例如：

$$356.78 = 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 7 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}$$

2. 二进制

因为组成计算机的电子元件只能表示“通”或“断”两个稳定的状态，若用数字“1”表示“通”，数字“0”表示“断”，则组成计算机的电子元件只能识别“0”和“1”两个字符，所以，计算机的计数只能使用二进制数。二进制数的计数法则是：计数的基数 N 为 2，每一位的系数 k_i 用 0 或 1 这两个数字中的一个来表示，从低位到高位的进位法则是“逢二进一”。根据位权和的公式，任何一个二进制数均可以表示成如下形式：

$$D = \sum k_i 2^i \quad (1-3)$$

例如：

$$(10011.11)_B = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

式 (1-3) 的左边表示一个二进制数，括号的下标 B (Binary) 代表二进制数，也可用下标 2 来表示。右边是该二进制数位权和的表达式，因为表达式中的 2^4 、 2^1 、 2^0 等是根据十进制数的运算法则来计算的，所以该表达式也是沟通二进制数和十进制数之间转换关系的桥梁，利用这种关系可以实现将二进制数转化成十进制数的运算，例如：

$$(10011.11)_B = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = (19.75)_D$$

上式右边括号的下标 D (Decimal) 代表十进制数，也可用下标 10 来表示。

3. 十六进制

为了解决二进制数不容易阅读和记忆的问题，人们引入了十六进制数。十六进制数的计数法则是：计数的基数 N 是 16，每一位的系数 k_i 用 0~9、A、B、C、D、E、F 这 16 个数字中的一个来表示，从低位到高位的进位法则是“逢十六进一”。根据位权和的公式，任何一个十六进制数均可以表示成如下形式：

$$D = \sum k_i 16^i \quad (1-4)$$

例如：

$$(A3B.C)_H = 10 \times 16^2 + 3 \times 16^1 + 11 \times 16^0 + 12 \times 16^{-1}$$

上式的左边表示一个十六进制数，括号的下标 H (Hexadecimal) 代表十六进制数，也可用脚标 16 来表示。右边是该十六进制数位权和的表达式，因为表达式中的 16^2 、 16^1 、 16^{-1} 等是根据十进制数的运算法则来计算的，所以该式也是沟通十六进制数和十进制数之间转换关系的桥梁，利用这种关系可以实现将十六进制数转化成十进制数的运算。例如：

$$(A3B.C)_H = 10 \times 16^2 + 3 \times 16^1 + 11 \times 16^0 + 12 \times 16^{-1} = (2619.75)_{10}$$

1.1.3 数制的转换

根据前面介绍的知识可知，任意进制的数都可以表示成位权和的形式。数制位权和的表达式不仅可以用来表示任意进制的数，还可以实现将二进制数或十六进制数转换成十进制数的运算，下面介绍如何将十进制数转换成二进制或十六进制数的运算。

1. 十进制转二进制

将一个十进制数转换成二进制数，应分整数和小数两部分来转换。整数部分转换的法则是“除2取余”，小数部分转换的法则是“乘2取整”。

例如，将 $(19.75)_{10}$ 转换成二进制数的运算过程如图1-1所示。

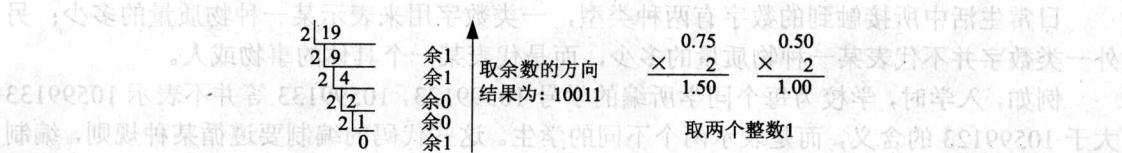


图1-1 十进制数转二进制数的运算图

将图1-1所示的整数部分和小数部分运算的结果合并起来得到总的结果为 $(19.75)_{10} = (10011.11)_2$ 。

2. 十进制转十六进制

将一个十进制数转换成十六进制数的方法与十进制数转换成二进制数的方法相似，所不同的地方是转换的法则为“除16取余”和“乘16取整”。

例如，将 $(2619.75)_{10}$ 转换成十六进制数的运算过程如图1-2所示。

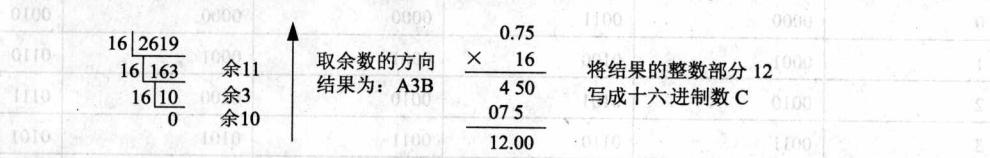


图1-2 十进制数转十六进制数的运算图

将图1-2所示的整数部分和小数部分运算的结果合并起来得到总的结果为 $(2619.75)_{10} = (A3B.C)_{16}$ 。

3. 二进制转十六进制和十六进制转二进制

根据二进制数位权和的表达式可知每一位的十六进制数可以用四位的二进制数来表示。由此可得二进制数转十六进制的法则是“四位变一位”；十六进制数转二进制数的法则是“一位变四位”。

由位权和的表达式还可知，当四位二进制数的最高位有1时，因为该位的权是 2^3 ，即十进制数的8，所以该位的1可写成十进制数的8；依此类推，第二位的1，可写成十进制数的4；第三位的1，可写成十进制数的2；最低位的1，可写成十进制数的1，将这些数加起来并用十六进制数来表示即可实现二进制和十六进制数的互换。这种互换的关系用代码来表示称为8421码。

例如：将 $(101111.11)_2$ 转换成十六进制数的过程如下：

$$(00101111.1100)_2 = (2F.C)_{16}$$

具体作法是：从小数点开始往左数，将整数部分每四位分成一组，不够四位的在前面加0；然后从小数点开始往右数，将小数部分每四位分成一组，不够四位的在后面加0；最后利用8421码将每四位的二进制数写成十六进制数。

$$\text{例如: } 1111 = 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 8 + 4 + 2 + 1 = (15)_{10} = (F)_{16}$$

$$1100 = 2^3 + 2^2 = (12)_{10} = (C)_{16}$$

将 $(2F.C)_{16}$ 转换成二进制数的过程是：

$$(2F.C)_{16} = (00101111.1100)_2 = (101111.11)_2$$

1.1.4 码制

日常生活中所接触到的数字有两种类型，一类数字用来表示某一种物质量的多少；另外一类数字并不代表某一种物质量的多少，而是代表某一个具体的事物或人。

例如，入学时，学校为每个同学所编的学号 10599123, 10599133 等并不表示 10599133 大于 10599123 的含义，而是表示两个不同的学生。这些代码的编制要遵循某种规则，编制代码所遵循的规则称为码制。

数字电路中常用四位的二进制代码来表示 0~9 这十个不同的状态，根据不同的编码法则，有不同的二十进制代码，简称 BCD (Binary Coded Decimal) 代码，几种常用的 BCD 代码如表 1-1 所示。

表 1-1 几种常用的 BCD 代码

| 十进制数 \ 编码种类 | 8421 码 | 余 3 码 | 2421 码 | 5211 码 | 余 3 循环码 |
|-------------|--------|-------|--------|--------|---------|
| 0 | 0000 | 0011 | 0000 | 0000 | 0010 |
| 1 | 0001 | 0100 | 0001 | 0001 | 0110 |
| 2 | 0010 | 0101 | 0010 | 0100 | 0111 |
| 3 | 0011 | 0110 | 0011 | 0101 | 0101 |
| 4 | 0100 | 0111 | 0100 | 0111 | 0100 |
| 5 | 0101 | 1000 | 1011 | 1000 | 1100 |
| 6 | 0110 | 1001 | 1100 | 1001 | 1101 |
| 7 | 0111 | 1010 | 1101 | 1100 | 1111 |
| 8 | 1000 | 1011 | 1110 | 1101 | 1110 |
| 9 | 1001 | 1100 | 1111 | 1111 | 1010 |
| 权 | 8421 | - | 2421 | 5211 | - |

表 1-1 所列 BCD 代码编码的规则如下：

8421 码从左到右每一位的 1 分别表示 8、4、2、1，每一位的 1 所代表的十进制数称为该位的权，且保持不变，是恒权代码，编码的规则遵循加权和的公式。

余 3 码的编码规则遵循 8421 码加 3，即余 3 码减 8421 码的结果等于 3，余 3 码不是恒权代码，利用余 3 码可以方便地求十进制数的补码。

例如：十进制数 2 的补码是 8，数字电路求补码的方法是先求反码再加 1。利用余 3 码可以方便地实现上述运算，计算过程如下：

数字 2 的余 3 码为 0101，反码为 1010，反码加 1 为 1011，1011 为数字 8 的余 3 码，1011 减去 0011 等于 1000，说明十进制数 2 的补码是 8。

2421 码也是一种恒权代码，因为该代码的 0 和 9、1 和 8、2 和 7、3 和 6、4 和 5 均构成反码的关系，所以利用 2421 码也可以方便地求十进制数的补码。

例如：利用 2421 码计算十进制数 2 补码的过程如下：

数字 2 的 2421 码为 0010，反码为 1101，反码加 1 为 1110，1110 为数字 8 的 2421 码，

说明十进制数 2 的补码是 8。

5211 码也是一种恒权代码，利用该代码可以方便地组成分频器。

余 3 循环码是一种变权代码，编码的特点是相邻的两个代码之间仅有位状态不同。

另外常见的编码还有 ASCII 码、格雷码和奇偶检验码等。

1.1.5 算术运算

在数字电路中，数字量的大小用二进制数来表示，对两个数字量所进行的数值计算称为算术运算。二进制数的算术运算有加、减、乘、除四种，运算的规则和方法与十进制数的运算规则和方法相同，所不同的是运算口诀为“逢二进一”。

二进制数加法和乘法的运算口诀如下：

$$\begin{array}{lll} 0+0=0 & 0+1=1 & 1+1=10 \\ 0\times 0=0 & 0\times 1=0 & 1\times 1=1 \end{array}$$

在数字电路和数字计算机电路中，二进制数的正、负号也是用“0”和“1”来表示的。在定点运算的情况下，二进制数的最高位为符号位，正数为“0”，负数为“1”，后面的各位表示具体的数值，用这种方式表示的数码称为原码。例如，八位二进制数：

$$\begin{aligned} (01010101)_2 &= (+55)_{16} = (+85)_{10} \\ (11010101)_2 &= (-55)_{16} = (-85)_{10} \end{aligned}$$

在数字电路和数字计算机电路中，为了简化运算电路，通常利用补码相加的方法来实现减法的运算。例如：

$$(0111)_2 - (0101)_2 = (0111)_2 + (1011)_2 = (0010)_2$$

注意：在运算过程中，将最高位进位的 1 溢掉。从原码求补码的法则是“反码加 1”。例如， $(0101)_2$ 的反码是 $(1010)_2$ ，加 1 为 $(1011)_2$ ，所以， $(0101)_2$ 的补码是 $(1011)_2$ 。

利用二进制数不仅可以实现数值运算，还可以实现逻辑运算。

1.2 逻辑代数基础

在客观世界中，事物的发展和变化通常都遵循一定的因果关系。例如，电灯的亮或暗，取决于电源的开关是否接通，如果开关接通，电灯就会亮，否则电灯为暗。开关接通与否是电灯亮或暗的原因，电灯的亮或暗是结果，描述这种因果关系的数学工具称为逻辑代数。

逻辑代数是英国数学家乔治·布尔 (George Boole) 在 19 世纪中叶创立的，所以逻辑代数又称为布尔代数。20 世纪 30 年代，美国人 Claude E. Shannon 将布尔代数引入开关电路的分析和设计工作中，使布尔代数成为分析和综合开关电路的数学工具，所以布尔代数又称为开关代数。

和普通代数相比，在逻辑代数中，虽然也用英文字母来表示变量，但这些变量的取值只有“1”和“0”两种情况，且这里的“1”和“0”并不表示数值的大小，它所代表的意义仅仅是两个不同的逻辑状态。

例如，用“1”和“0”分别表示一件事情的“是”与“非”、“真”与“假”、电压的“高”

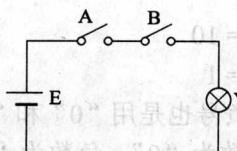
与“低”、电流的“有”与“无”、开关的“通”与“断”等。

在长期的研究中，人们发现逻辑代数的基本运算只有“与”、“或”、“非”三种。

1.2.1 逻辑“与”的关系

图 1-3 电路中开关 A 和 B 通、断的组合状态与灯 Y 亮、暗的情况满足一定的因果关系。为了描述这种因果关系，可以将开关的通断状态作为原因，并设定开关接通用“1”来表示，开关断开用“0”来表示；把灯的亮暗情况作为结果，并设定灯亮用“1”来表示，灯暗用“0”来表示。根据这种设定图 1-3 所示电路的因果关系可用表 1-2 所示的真值表来表示。

表 1-2 “与”逻辑的真值表



| A | B | Y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

图 1-3 “与”逻辑关系的电路图

由表 1-2 可见，图 1-3 所示电路的因果关系是“有 0 出 0”，这种因果关系在逻辑代数中称为“与”逻辑关系，因为“与”逻辑关系可用表达式

$$Y = A \cdot B = AB \quad (1-5)$$

来表示，所以“与”逻辑关系又称为逻辑乘。

日常生活中满足这种因果关系的事例很多，在逻辑代数中用图 1-4 (a) 所示的逻辑符号来表示“与”逻辑关系，能够实现“与”逻辑关系的器件称为与门电路，所以图 1-4 (a) 所示的符号也是与门电路的符号。利用图 1-4 (a) 所示的与门电路的符号可将图 1-3 所示的电路简化成图 1-4 (b) 所示的形式。

因为图 1-4 (b) 所示的电路图又称为“与”逻辑关系的逻辑图，所以，在数字电路中电路图和逻辑图的形式相同。

在图 1-4 (b) 所示的电路中，若输入端接不同频率的方波信号，输出端接示波器，可观察到如图 1-5 所示的工作波形图。

由上面的讨论可见，在数字电路中对“与”逻辑关系的描述方法有真值表，逻辑表达式，逻辑图和工作波形图四种，这四种表示方法是等效的，要熟练掌握四种表示方法相互转换的关系。

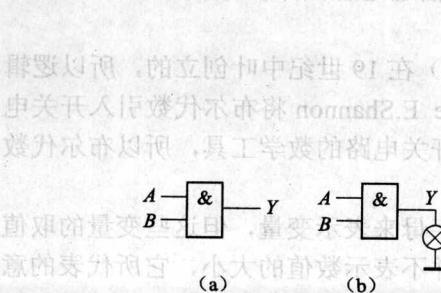


图 1-4 与门电路的符号

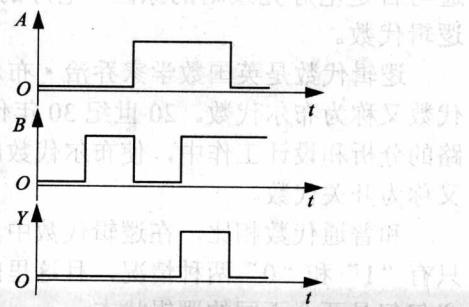


图 1-5 与门电路的工作波形图

1.2.2 逻辑“或”的关系

图 1-3 电路中开关 A 和 B 是串联的, 若将串联连接的开关改成如图 1-6 所示的并联连接, 则开关 A, B 通、断的组合状态与灯 Y 亮、暗的情况所满足的因素关系也将发生变化。若真值表中“0”和“1”所代表的物理意义保持不变, 则描述图 1-6 所示电路因果关系的真值表如表 1-3 所示。

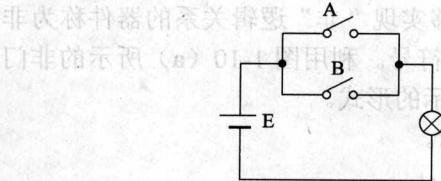


表 1-3 “或”逻辑的真值表

| A | B | Y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

图 1-6 “或”逻辑关系电路图

由表 1-3 可知, 图 1-6 所示电路的因果关系是“有 1 出 1”, 这种因果关系在逻辑代数中称为“或”逻辑关系, 因为“或”逻辑关系可用表达式

$$Y = A + B \quad (1-6)$$

来表示, 所以“或”逻辑关系又称为逻辑加。

日常生活中满足这种因果关系的事例很多, 在逻辑代数中用图 1-7 (a) 所示的逻辑符号来表示“或”逻辑关系, 能够实现“或”逻辑关系的器件称为或门电路, 所以图 1-7 (a) 所示的符号也是或门电路的符号。利用图 1-7 (a) 所示的或门电路符号可将图 1-6 所示的电路简化成图 1-7 (b) 所示的形式。

图 1-7 (b) 所示电路的工作波形图如图 1-8 所示。由此可见, 描述“或”逻辑关系的方法也有真值表、逻辑表达式、逻辑图和工作波形图四种, 这四种表示方法也是等效的, 也要熟练掌握这四种表示方法相互转换的关系。

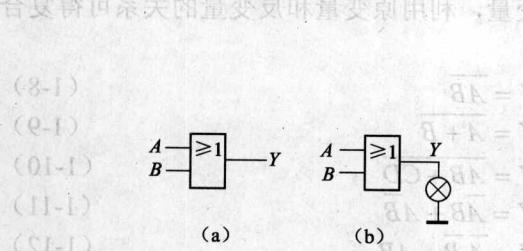


图 1-7 “或”逻辑关系的符号

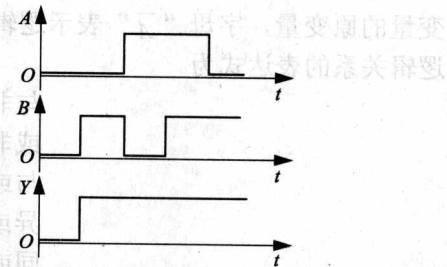


图 1-8 “或”逻辑电路的工作波形图

1.2.3 逻辑“非”的关系

图 1-3 电路中开关 A 和 B 与灯是串联的, 若将开关改成如图 1-9 所示的与灯并联连接的方式, 在“0”和“1”所代表的物理意义保持不变的情况下, 描述图 1-9 所示电路因果关系的真值表如表 1-4 所示。

由表 1-4 可见, 图 1-9 所示电路的因果关系是求输入信号的反, 这种因果关系在逻辑代数中称为“非”逻辑关系, “非”逻辑关系的表达式为

$$Y = \bar{A} \quad (1-7)$$

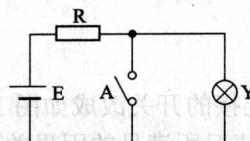


图 1-9 “非”逻辑关系电路图

式(1-7)中变量A上面的符号“-”表示对输入变量求非的运算。在逻辑代数中用图1-10(a)所示的逻辑符号来表示“非”逻辑关系，能够实现“非”逻辑关系的器件称为非门电路，所以图1-10(a)所示的符号也是非门电路的符号。利用图1-10(a)所示的非门电路符号可将图1-9所示的电路简化成图1-10(b)所示的形式。

图 1-10 (b) 所示电路的工作波形图如图 1-11 所示。

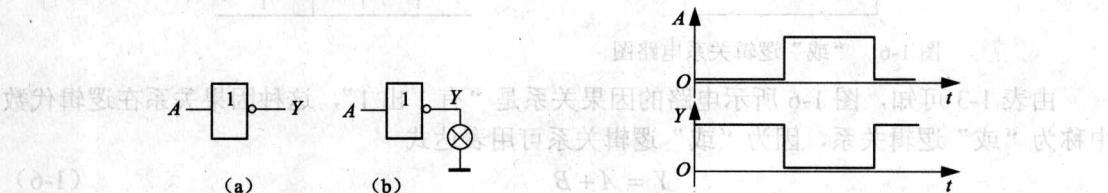


图 1-10 “非”逻辑关系的符号

图 1-11 “非”逻辑电路的工作波形图

1.2.4 逻辑运算的复合关系

逻辑代数所定义的基本逻辑运算只有“与”、“或”、“非”三种，实际的逻辑问题往往是很复杂的，不过复杂的逻辑问题可以利用三种基本逻辑运算的复合来实现。常见的复合逻辑运算有“与”和“非”的复合“与非”，“或”和“非”的复合“或非”，“与或”和“非”的复合“与或非”，同时还有“异或”，“同或”的复合逻辑关系。

由前面的分析可知，逻辑代数中的逻辑变量用字母来表示。通常字母“ A ”表示逻辑变量的原变量，字母“ \bar{A} ”表示逻辑变量的反变量，利用原变量和反变量的关系可得复合逻辑关系的表达式为

$$\text{与非} \quad Y = \overline{AB} \quad (1-8)$$

$$\text{或非 } Y = \overline{A + B} \quad (1-9)$$

$$\text{与或非} \quad Y = \overline{AB + CD} \quad (1-10)$$

$$Y = \overline{AB} + \overline{A}\overline{B} \quad (1-11)$$

$$\text{同或} \quad Y = \overline{A}\overline{B} + AB \quad (1-12)$$

常见的复合逻辑关系的逻辑符号如图 1-12 所示。

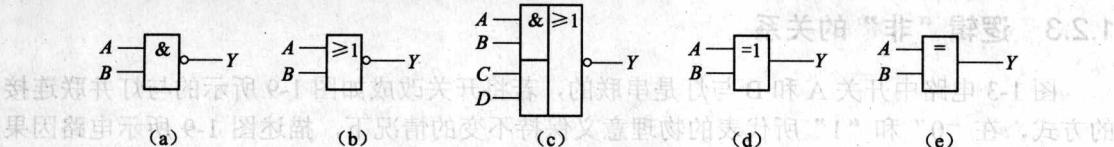


图 1-12 复合逻辑关系的符号

图 1-12 (a) 为与非门的逻辑符号; 图 1-12 (b) 为或非门的逻辑符号; 图 1-12 (c) 为与或非门的逻辑符号; 图 1-12 (d) 为异或门的逻辑符号; 图 1-12 (e) 为同或门的逻辑符号。这些器件在国外书刊和资料上的符号如图 1-13 所示。

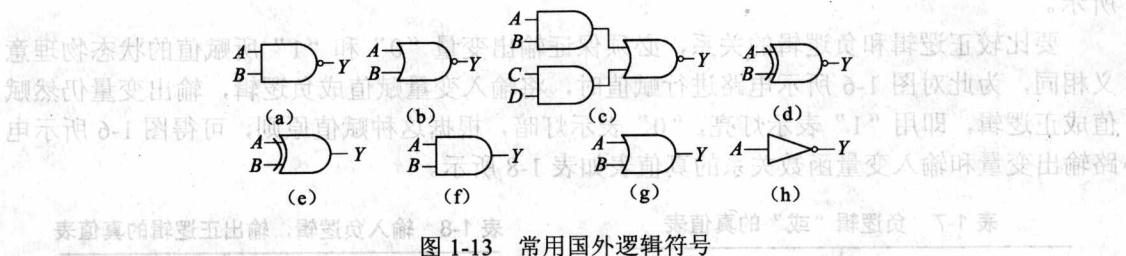


图 1-13 常用国外逻辑符号

图 1-13 中的 (a)、(b)、(c)、(d)、(e) 分别与图 1-12 相应的逻辑符号对应，图 1-13 的 (f) 为与门，图 1-13 (g) 为或门，图 1-13 (h) 为非门的逻辑符号。

与研究基本逻辑关系的方法相同，对复合逻辑关系的研究除了要知道表达式和逻辑图外，还要知道这些复合逻辑关系的真值表，下面以异或门为例介绍列复合逻辑关系真值表的方法。

设定输入信号的高电平为“1”，低电平为“0”，根据异或门的逻辑表达式 $Y = \overline{AB} + \overline{A}\overline{B}$ 可得异或门的真值表如表 1-5 所示。

由表 1-5 可知，异或门逻辑关系的特点是“当输入变量相反时，输出为“1”，当输入变量相同时，输出为“0”。这种逻辑关系与二进制数不进位相加的逻辑关系相同。因为不进位相加的器件称为半加器，所以，异或门可作为半加器使用。

根据相同的方法可得同或门的真值表如表 1-6 所示。由表 1-6 可见，同或门逻辑关系的特点是“当输入变量相同时，输出为“1”，当输入变量相反时，输出为“0”。即同或门是异或门的非。

表 1-5 “异或”逻辑的真值表

| A | B | \overline{AB} | $\overline{A}\overline{B}$ | Y |
|---|---|-----------------|----------------------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

表 1-6 “同或”逻辑的真值表

| A | B | \overline{AB} | $\overline{A}\overline{B}$ | Y |
|---|---|-----------------|----------------------------|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

1.2.5 正逻辑和负逻辑

由前面的分析可知逻辑代数输出和输入的函数关系除了用表达式来描述外，还可以用真值表来描述。在列真值表时，必须先对真值表中的“0”和“1”进行赋值，使真值表中的“0”和“1”有确切的物理意义。

在数字电路中，通常用“1”表示高电平的输入和输出信号，用“0”表示低电平的输入和输出信号，用这种状态赋值的真值表称为正逻辑。在赋值的过程中，也可以用“1”表示低电平的输入和输出信号，用“0”表示高电平的输入和输出信号，用这种状态赋值的真值表称为负逻辑。

例如，用负逻辑对图 1-6 所示的电路进行赋值时，输入变量“0”表示开关接通，“1”表示开关断开；在输出端，用“0”表示电灯亮，“1”表示电灯暗。为了区别正逻辑和负逻辑，在数字电路中，规定正逻辑的变量用原变量来表示，负逻辑的变量用反变量来表示。用负逻辑来描述图 1-6 所示电路输入和输出函数关系的真值表如表 1-7