



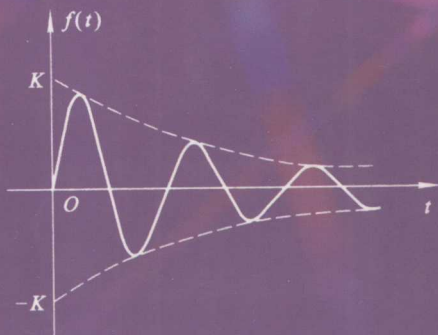
高等学校经典教材配套辅导丛书

信号与系统

辅导及习题精解

第二版

胡冰新 刘景夏 郑学瑜 编著



新版

★ 389 道教材习题全解 ★ 名师执笔
★ 知识归纳 ★ 思路点拨 ★ 多元解答



陕西师范大学出版社
SHAANXI NORMAL UNIVERSITY PRESS



高等学校经典教材配套辅导丛书

TN911.6

H5

信号与系统

辅导及习题精解

第二版

胡冰新 刘景夏 郑学瑜 编著



陕西师范大学出版社
SHAANXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

图书代号:JF6N0708

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统辅导及习题精解/胡冰新主编. —西安:陕西师范大学出版社, 2006. 8
(高等学校经典教材配套辅导丛书)

ISBN 7-5613-3615-2/T·13

I. 信… II. 胡… III. 信号系统—高等学校—教学参考资料 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 057346 号

本书是基于由郑君里主编、高等教育出版社出版的《信号与系统》(第二版)一书而配套编写的辅导与习题精解。内容包括了该教材的全部 389 道习题,读者可根据需要选择不同的内容进行学习和参考。在每一章都明确指出了学习目标,概要总结了学习要点,提供了注重推理的解题思路,最后给出详尽的习题解答。这些习题涵盖了信号与系统的各个基本知识点,许多习题都来源于实际应用,具有较强的针对性。通过对解题过程的学习和锻炼,学生将进一步强化科学思维和分析实际问题的能力,增强对课程理论的理解和把握,达到拓展思路、举一反三的目标。

本书可作为通信、电子、信息、自动控制等专业的本、专科学生的自学辅导教材,也可作为相关专业学生的考研辅导用书。

责任编辑 陈光明 彭 青

装帧设计 王静婧

出版发行 陕西师范大学出版社

社 址 西安市陕西师大 120[#] (邮政编码:710062)

网 址 <http://www.snuph.com>

经 销 新华书店

印 刷 南京金阳彩色印刷有限公司

开 本 787×960 1/16

印 张 26.25

字 数 606 千

版 次 2006 年 8 月第 1 版

印 次 2006 年 8 月第 1 次印刷

定 价 30.00 元

开户行:光大银行西安电子城支行 账号:0303080-00304001602

读者购书、书店添货或发现印装问题,请与本社营销中心联系、调换。

电 话:(029)85307864 85233753 85251046(传真)

E-mail:if-centre@snuph.com

前 言

信号与系统主要研究信号与线性系统分析的基本理论、基本概念和基本方法,介绍如何建立信号与系统的数学模型,详细讲解如何通过时间域与变换域的数学分析对连续和离散系统本身以及系统的输出信号进行求解与分析。它是通信、电子、信息、自动控制等专业的专业基础课程,其选修课程是电路分析基础,后续课程是数字信号处理、模拟电子线路、数字电路、通信原理等。信号与系统同时还是许多学科专业的研究生考试必考课程,课程地位十分重要。

专业基础课学习的一个特点是需要做较多的习题,许多知识点只有在做题之后才能理解深刻。为了帮助学生更加系统地掌握信号与系统的基本知识和分析方法,熟悉信号与系统的解题思路,并抓住重点进行复习和巩固,我们基于郑君里主编的《信号与系统》第二版编写了本习题精解。选用该教材的原因,是它比较系统而全面地包括了该课程的经典内容,同时又进行了适度延伸,融入了通信、信号处理和自动控制等领域的较新的技术内容。对基本理论与实际应用的关系处理得当,剪裁合理。其选用习题内容的详略和难度分布均符合学生的学习规律。

本书由胡冰新主编,刘景夏、郑学瑜参编。其中胡冰新负责编写了全书的习题解答和第1~5章的内容辅导部分,刘景夏负责编写了第6~12章的内容辅导部分,郑学瑜负责全书的内容审校和体例设计。

衷心感谢陕西师范大学出版社南京事业部的任平主任、陈光明老师和全体工作人员,是他们的敬业精神和辛勤工作使本书得以顺利出版。

虽然我们已经做了很多努力,但事物总是会以不完美的形式真实存在,书中的错漏和不妥之处,恳请读者不吝斧正。

编 者

2006年5月于南京

目 录

第1章 绪 论	(1)
第2章 连续时间系统的时域分析	(19)
第3章 傅里叶变换	(50)
第4章 拉普拉斯变换、连续时间系统的 s 域分析	(107)
第5章 傅里叶变换应用于通信系统——滤波、调制与抽样	(164)
第6章 信号的矢量空间分析	(188)
第7章 离散时间系统的时域分析	(215)
第8章 z 变换、离散时间系统的 z 域分析	(247)
第9章 离散傅里叶变换以及其他离散正交变换	(282)
第10章 模拟与数字滤波器	(313)
第11章 反馈系统	(351)
第12章 系统的状态变量分析	(386)

告 白

2008年11月

第1章 绪论

学习目标

熟练掌握信号与系统的基本概念;学会信号的分类和运算方法,熟悉典型信号的形式;掌握阶跃信号与冲激信号的定义,了解信号的分解方法;了解系统的模型及分类,重点对线性时不变系统的基本特征进行理解和把握;了解系统的几种分析方法。

学习要点

一、信号与系统的基本概念

1. 信号是消息的表现形式和载体,消息是信号的具体内容。
2. 系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。
3. 信号、电路(网络)与系统之间有着十分密切的联系;系统研究包括系统分析与系统综合。

二、信号的分类

1. 确定性信号与随机信号。
2. 周期信号与非周期信号。
3. 连续时间信号与离散时间信号。
4. 一维信号与多维信号。

三、典型信号形式

1. 指数信号 $f(t) = Ke^{at}$, $a \in R$ 。
2. 正弦信号 $f(t) = K\sin(\omega t + \theta)$, K —振幅, ω —角频率, θ —初相位。
3. 复指数信号 $f(t) = Ke^{st}$, $s = \sigma + j\omega$ 。
4. 抽样信号 $Sa(t) = \frac{\sin t}{t}$ 。
5. 钟形信号(高斯函数) $f(t) = Ee^{-(\frac{t}{\tau})^2}$ 。

四、信号的运算

1. 移位运算: $f(t + t_0)$, t_0 为常数
2. 反褶运算: $f(-t)$
3. 尺度运算: $f(at)$, a 为常数
4. 微分运算: $\frac{d}{dt}f(t)$
5. 积分运算: $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$
6. 相加运算: $f_1(t) + f_2(t)$
7. 相乘运算: $f_1(t) \cdot f_2(t)$

五、常用的奇异函数或信号

定义：函数本身或其导数与积分具有不连续点(跳变点)时，为奇异函数。

1. 单位阶跃信号 $u(t)$

$$u(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t \geq 0) \end{cases}$$

2. 单位冲激信号 $\delta(t)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$\delta(t) = 0 \quad (t \neq 0)$$

3. 单位斜变信号

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ t & (t \geq 0) \end{cases}$$

4. 冲激偶信号 $\delta'(t)$

六、信号的分解方法

1. 直流分量 + 交流分量 $f(t) = f_D + f_A(t)$

2. 偶分量 + 奇分量 $f(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)] + \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$

其中偶分量 $f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$

奇分量 $f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$

3. 脉冲分量的叠加

包括冲激信号叠加： $f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t_1) \delta(t - t_1) dt_1$

以及阶跃信号叠加： $f(t) = f(0)u(t) + \int_0^{\infty} \frac{df(t_1)}{dt_1} u(t - t_1) dt_1$ (较少用)

4. 实部分量 + 虚部分量

瞬时值为复数的信号 $f(t)$ 可分解为 $f(t) = f_r(t) + jf_i(t)$

5. 正交函数分量的叠加

6. 分形理论描述信号

七、系统的分类

1. 连续时间系统与离散时间系统

2. 即时系统与动态系统

3. 集总参数系统与分布参数系统

4. 线性系统与非线性系统

5. 时变系统与非时变系统

6. 可逆系统与不可逆系统

八、线性时不变系统的特性

1. 线性性(叠加性与均匀性)

2. 时不变特性

3. 微分特性

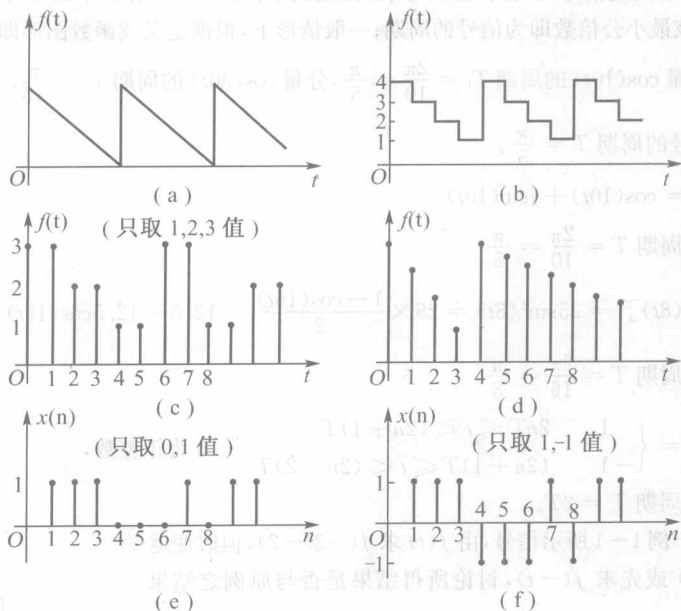
4. 因果性

九、系统分析方法

系统数学描述方法包括输入—输出描述法与状态变量描述法;系统数学模型求解方法主要包括时域方法与变换域方法两种类型。

习题解答

题 1-1 分别判断题图 1-1 所示各波形是连续时间信号还是离散时间信号,若是离散时间信号是否为数字信号?



题图 1-1

【解题思路】 根据连续时间信号、离散时间信号及数字信号的定义进行判断,在时间(自变量)和幅值(因变量)上进行考察。

【解】 图 1-1 所示各波形中:

(a)、(b) 在时间上连续,为连续时间信号;

(c)、(d)、(e)、(f) 均在时间上离散,为离散时间信号;且其中(c)、(e)、(f) 的幅值亦离散,为数字信号。

题 1-2 分别判断下列各函数式属于何种信号?(重复 1-1 题所问)

(1) $e^{-at} \sin(\omega t)$;

(2) e^{-nT} ;

(3) $\cos(n\pi)$;

(4) $\sin(n\omega_0)$ (ω_0 为任意值);

(5) $\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

以上各式中 n 为正整数。

【解题思路】 同 1-1。

【解】 (1) 在时间上连续, 为连续时间信号;

(2)、(3)、(4)、(5) 在时间上均是离散的, 为离散时间信号; 且其中(3) 为数字信号。

题 1-3 分别求下列各周期信号的周期 T :

(1) $\cos(10t) - \cos(30t)$;

(2) e^{j10t} ;

(3) $[5\sin(8t)]^2$;

(4) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n [u(t-nT) - u(t-nT-T)]$ (n 为正整数)。

【解题思路】 求周期信号的周期, 需要考察其函数形式, 若其中含有多个频率分量, 各分量周期的最小公倍数存在, 该最小公倍数即为信号的周期; 一般情形下, 根据定义或函数图形即可求得信号周期。

【解】 (1) 分量 $\cos(10t)$ 的周期 $T_1 = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$, 分量 $\cos(30t)$ 的周期 $T_2 = \frac{\pi}{15}$, T_1, T_2 的最小公倍数是 $\frac{\pi}{5}$, 所以此信号的周期 $T = \frac{\pi}{5}$ 。

(2) 因为 $e^{j10t} = \cos(10t) + j\sin(10t)$

所以此信号的周期 $T = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$

(3) 因为 $[5\sin(8t)]^2 = 25\sin^2(8t) = 25 \times \frac{1 - \cos(16t)}{2} = 12.5 - 12.5\cos(16t)$

所以此信号的周期 $T = \frac{2\pi}{16} = \frac{\pi}{8}$

(4) 因为原式 = $\begin{cases} 1 & 2nT \leq t < (2n+1)T \\ -1 & (2n+1)T \leq t < (2n+2)T \end{cases}$ n 为正整数,

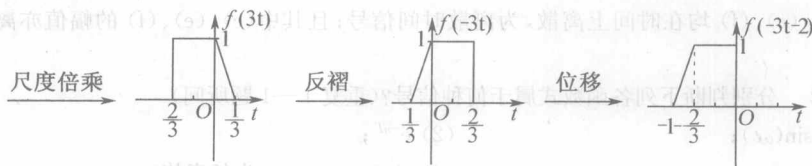
所以此信号的周期 $T = 2T$ 。

题 1-4 对于例 1-1 所示信号, 由 $f(t)$ 求 $f(-3t-2)$, 但改变运算顺序, 先求 $f(3t)$ 或先求 $f(-t)$, 讨论所得结果是否与原例之结果一致。

【解题思路】 移位、反褶与尺度倍乘是我们经常用到的几种信号运算, 在解题时尤其需要注意移位操作, 在变换地程中稍一不慎就可能出错。

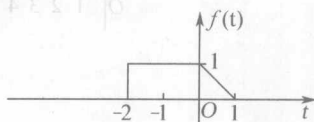
【解】 $f(t)$ 图形如下:

先求 $f(3t)$ 的变换过程如下:

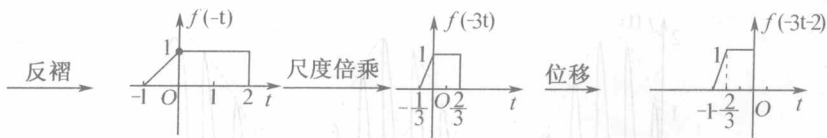


图解 1-4(b)

先求 $f(-t)$ 的变换过程如下:



图解 1-4(a)



图解 1-4(c)

所得结果一致。

题 1-5 已知 $f(t)$, 为求 $f(t_0 - at)$ 应按下列哪种运算求得正确结果(式中 t_0, a 都为正值)?

- (1) $f(-at)$ 左移 t_0 ; (2) $f(at)$ 右移 t_0 ;
 (3) $f(at)$ 左移 $\frac{t_0}{a}$; (4) $f(-at)$ 右移 $\frac{t_0}{a}$ 。

【解题思路】 考察函数平移与函数图形间的对应关系, 需注意变量 t 之前的符号对运算的影响。

【解】 因为 $f(t_0 - at) = f\left[-a\left(t - \frac{t_0}{a}\right)\right]$

所以应该是 $f(-at)$ 右移 $\frac{t_0}{a}$, 即运算(4)满足。

运算(1)得到的是 $f[-a(t + t_0)] = f(-at - at_0)$;

运算(2)得到的是 $f[a(t - t_0)] = f(at - at_0)$;

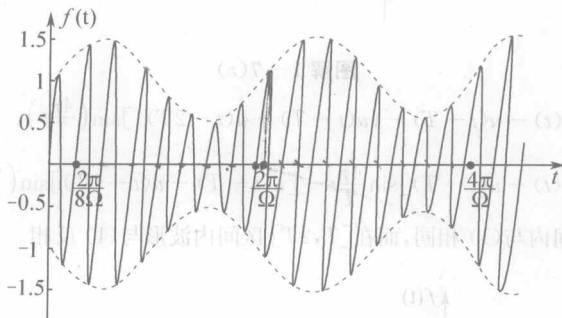
运算(3)得到的是 $f\left[a\left(t + \frac{t_0}{a}\right)\right] = f(at + t_0)$ 。

题 1-6 绘出下列各信号的波形:

- (1) $\left[1 + \frac{1}{2}\sin(\Omega t)\right]\sin(8\Omega t)$; (2) $[1 + \sin(\Omega t)]\sin(8\Omega t)$ 。

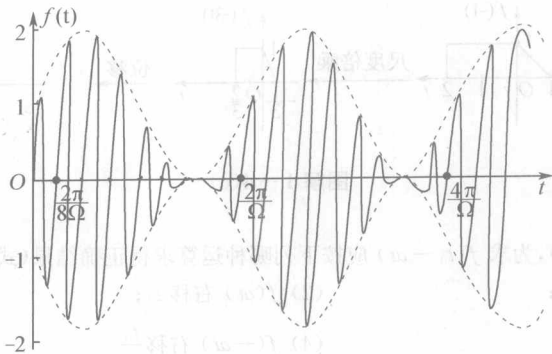
【解题思路】 这实际上是将一个低频信号调制到一个高频信号上的简单过程, 需特别注意二者的周期关系及幅度关系。

【解】 (1) 波形如下图所示。(信号以 $f(t)$ 表示)



图解 1-6(a)

(2) 波形如下图所示:



图解 1-6(b)

题 1-7 绘出下列各信号的波形:

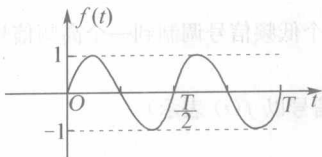
$$(1) [u(t) - u(t - T)]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right); \quad (2) [u(t) - 2u(t - T) + u(t - 2T)]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right).$$

【解题思路】 (1) 考察用阶跃信号的叠加来表示矩形脉冲的知识, 据此作图;

(2) 注意将 $2u(t - T)$ 写成 $u(t - T) + u(t - T)$ 后分别与 $u(t)$ 、 $u(t - 2T)$ 相结合。

【解】 因为 $\frac{2\pi}{4\pi/T} = \frac{T}{2}$, 所以 $\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$ 的周期为 $\frac{T}{2}$ 。

(1) 由于 $u(t) - u(t - T)$ 确定了波形被限制在时间轴 $[0, T]$ 内, 它包含了 $\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$ 两个周期, 因此绘图如下:

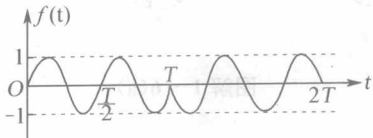


图解 1-7(a)

$$\begin{aligned} (2) \text{ 因为 } f(t) &= [u(t) - u(t - T) - (u(t - T) + u(t - 2T))]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right) \\ &= [u(t) - u(t - T)]\sin\frac{4\pi}{T}t - [u(t - T) - u(t - 2T)]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right) \end{aligned}$$

可知该波形在 $[0, T]$ 区间内与 (1) 相同, 而在 $[T, 2T]$ 区间内波形与 (1) 反相。

绘图如下:



图解 1-7(b)

题 1-8 试将描述图 1-15 波形的表达式 (1-16) 和 (1-17) 改用阶跃信号表示。

【解题思路】 分段信号可采用阶跃函数表示, 它可以简化信号的形式, 是一种十分常见的方法。

【解】教材中表达式(1-16)为:

$$f(t) = \begin{cases} e^{-at} & (0 < t < t_0) \\ e^{-at} - e^{-a(t-t_0)} & (t_0 \leq t < \infty) \end{cases}$$

改用阶跃函数可表示为:

$$\begin{aligned} f(t) &= e^{-at} [u(t) - u(t-t_0)] + [e^{-at} - e^{-a(t-t_0)}] u(t-t_0) \\ &= e^{-at} u(t) - e^{-a(t-t_0)} u(t-t_0) \end{aligned}$$

教材中表达式(1-17)为:

$$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau = \begin{cases} \frac{1}{a} (1 - e^{-at}) & (0 < t < t_0) \\ \frac{1}{a} (1 - e^{-at}) - \frac{1}{a} [1 - e^{-a(t-t_0)}] & (t_0 < t < \infty) \end{cases}$$

改用阶跃信号可表示如下:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau &= \frac{1}{a} (1 - e^{-at}) [u(t) - u(t-t_0)] \\ &\quad + \left\{ \frac{1}{a} (1 - e^{-at}) - \frac{1}{a} [1 - e^{-a(t-t_0)}] \right\} u(t-t_0) \\ &= \frac{1}{a} (1 - e^{-at}) u(t) - \frac{1}{a} [1 - e^{-a(t-t_0)}] u(t-t_0) \end{aligned}$$

题 1-9 粗略绘出下列各函数式的波形图:

(1) $f(t) = (2 - e^{-t})u(t)$;

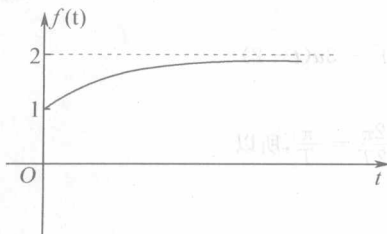
(2) $f(t) = (3e^{-t} + 6e^{-2t})u(t)$;

(3) $f(t) = (5e^{-t} - 5e^{-3t})u(t)$;

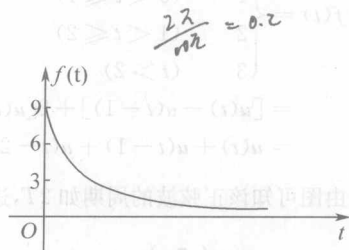
(4) $f(t) = e^{-t} \cos(10\pi t) [u(t-1) - u(t-2)]$.

【解题思路】根据函数规律及关键点绘图。

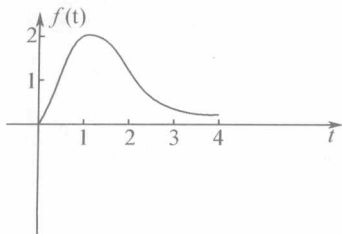
【解】(1) 信号波形如图(a)所示。



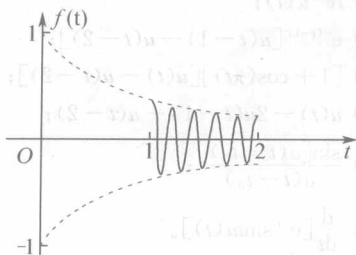
(a)



(b)



(c)



(d)

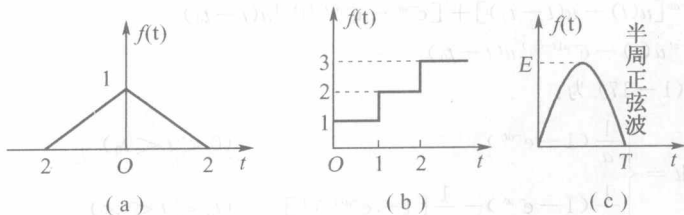
图解 1-9

(2) 信号波形如图(b)所示。

(3) 信号波形如图(c)所示。

(4) 信号波形如图(d)所示。

题 1-10 写出题图 1-10(a)、(b)、(c) 所示各波形的函数式。



题图 1-10

【解题思路】 掌握常见函数的图形与表达式间的对应关系。

$$\text{【解】 (a) } f(t) = \begin{cases} 1 + \frac{t}{2} & (-2 \leq t \leq 0) \\ 1 - \frac{t}{2} & (0 \leq t \leq 2) \\ 0 & (\text{其它}) \end{cases}$$

$$= \left(1 - \frac{|t|}{2}\right)[u(t+2) - u(t-2)]$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } f(t) &= \begin{cases} 1 & (0 < t \leq 1) \\ 2 & (1 < t \leq 2) \\ 3 & (t > 2) \end{cases} \\ &= [u(t) - u(t-1)] + 2[u(t-1) - u(t-2)] + 3u(t-2) \\ &= u(t) + u(t-1) + u(t-2) \end{aligned}$$

(c) 由图可知该正弦波的周期如 $2T$, 进而可知其 $\omega = \frac{2\pi}{2T} = \frac{\pi}{T}$, 所以

$$f(t) = E \sin\left(\frac{\pi}{T}t\right)[u(t) - u(t-T)]$$

题 1-11 绘出下列各时间函数的波形图:

(1) $te^{-t}u(t)$;

(2) $e^{-(t-1)}[u(t-1) - u(t-2)]$;

(3) $[1 + \cos(\pi t)][u(t) - u(t-2)]$;

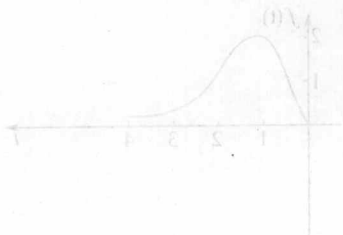
(4) $u(t) - 2u(t-1) + u(t-2)$;

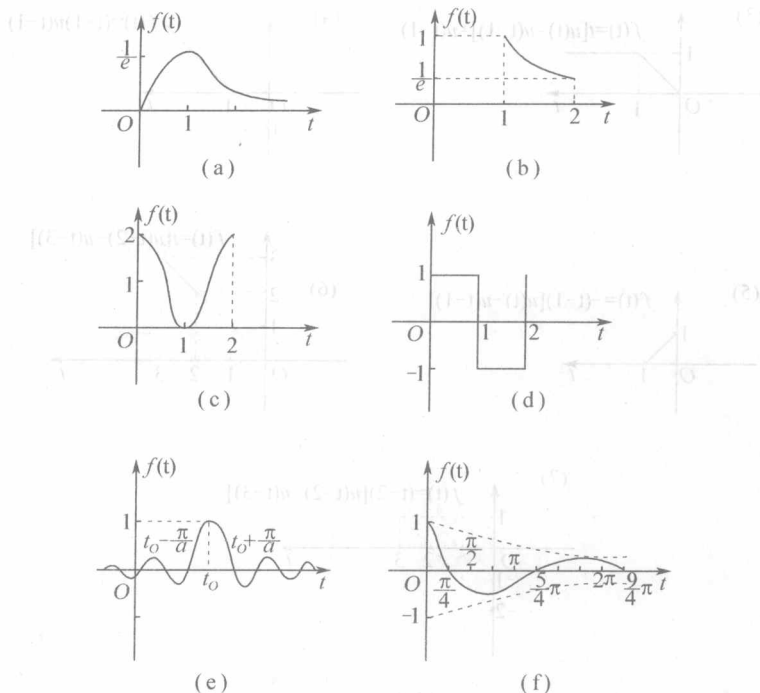
(5) $\frac{\sin[a(t-t_0)]}{a(t-t_0)}$;

(6) $\frac{d}{dt}[e^{-t} \sin u(t)]$ 。

【解题思路】 同 1-10。

【解】 各时间函数的波形分别如下图(a)~(f)所示。





图解 1-11

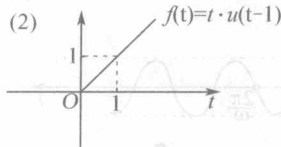
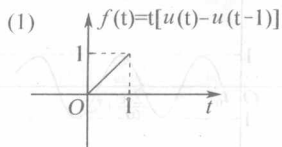
注意对于图(f), 先将信号写成 $f(t) = \frac{d}{dt}[e^{-t} \sin u(t)] = \sqrt{2}e^{-t} \sin\left(\frac{\pi}{4} - t\right)u(t)$ 的形式, 然后再画出波形。

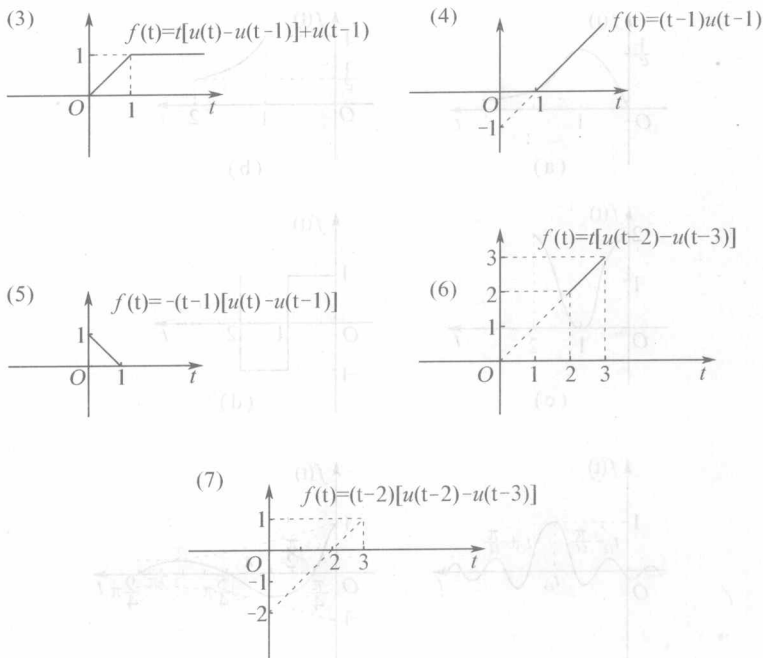
题 1-12 绘出下列各时间函数的波形图, 注意它们的区别:

- (1) $t[u(t) - u(t-1)]$;
- (2) $t \cdot u(t-1)$;
- (3) $t[u(t) - u(t-1)] + u(t-1)$;
- (4) $(t-1)u(t-1)$;
- (5) $-(t-1)[u(t) - u(t-1)]$;
- (6) $t[u(t-2) - u(t-3)]$;
- (7) $(t-2)[u(t-2) - u(t-3)]$ 。

【解题思路】 把握波形及其起止区间即可。

【解】





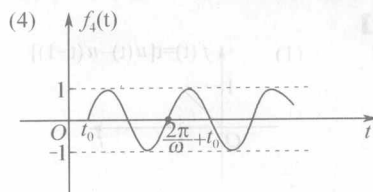
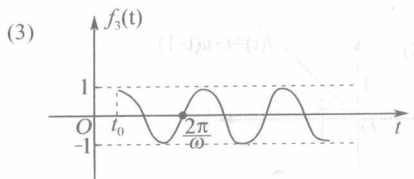
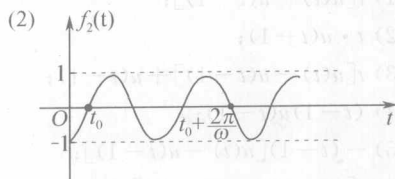
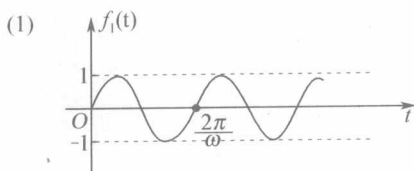
图解 1-12

题 1-13 绘出下列各时间函数的波形图, 注意它们的区别:

- (1) $f_1(t) = \sin(\omega t) \cdot u(t)$; (2) $f_2(t) = \sin[\omega(t-t_0)] \cdot u(t)$;
 (3) $f_3(t) = \sin(\omega t) \cdot u(t-t_0)$; (4) $f_4(t) = \sin[\omega(t-t_0)] \cdot u(t-t_0)$.

【解题思路】 关键在于判断各时间函数的初相位及时间延迟, 这是它们的区别所在。

【解】



图解 1-13

题 1-14 应用冲激信号的抽样特性,求下列表示式的函数值:

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0)\delta(t)dt;$$

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0-t)\delta(t)dt;$$

$$(3) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u\left(t-\frac{t_0}{2}\right)dt;$$

$$(4) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u(t-2t_0)dt;$$

$$(5) \int_{-\infty}^{\infty} (e^{-t}+t)\delta(t+2)dt;$$

$$(6) \int_{-\infty}^{\infty} (t+\sin t)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)dt;$$

$$(7) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}[\delta(t)-\delta(t-t_0)]dt.$$

【解题思路】 利用冲激函数的性质

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)dt = f(0)$$

及

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)f(t)dt = f(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)f(t_0)dt$$

可直接写出表达式的值。

【解】 冲激信号的抽样特性:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin(t-t_0)dt = f(t_0)$$

所以下式可求得:

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0)\delta(t)dt = f(-t_0)$$

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0-t)\delta(t)dt = f(t_0)$$

$$(3) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u\left(t-\frac{t_0}{2}\right)dt = u\left(t_0-\frac{t_0}{2}\right) = u\left(\frac{t_0}{2}\right) = 1 \quad (\text{设 } t_0 > 0)$$

$$(4) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u(t-2t_0)dt = u(t_0-2t_0) = u(-t_0) = 0 \quad (\text{假设 } t_0 > 0)$$

$$(5) \int_{-\infty}^{\infty} (e^{-t}+t)\delta(t+2)dt = e^2-2$$

$$(6) \int_{-\infty}^{\infty} (t+\sin t)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)dt = \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{6}$$

$$(7) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}[\delta(t)-\delta(t-t_0)]dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}\delta(t)dt - \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}\delta(t-t_0)dt = 1 - e^{-j\omega t_0}$$

题 1-15 电容 C_1 与 C_2 串联,以阶跃电压源 $v(t) = Eu(t)$ 串联接入,试分别写出回路中的电流 $i(t)$ 、每个电容两端电压 $u_{C1}(t)$ 、 $u_{C2}(t)$ 的表达式。

【解题思路】 根据电容元件两端的电压电流关系及 $\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$ 求解。

【解】 电路图如右图所示。

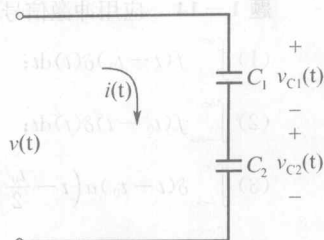
由题意可知回路电流为：

$$i(t) = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{dv(t)}{dt} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot E\delta(t)$$

各电容两端电压分别为：

$$\begin{aligned} Q_{C_1} &= \frac{1}{C_1} \int_{-\infty}^t i(t) dt = \frac{1}{C_1} \int_{-\infty}^t \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E\delta(t) dt \\ &= \frac{C_2 E}{C_1 + C_2} u(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{C_2} &= \frac{1}{C_2} \int_{-\infty}^t i(t) dt = \frac{1}{C_2} \int_{-\infty}^t \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E\delta(t) dt \\ &= \frac{C_1 E}{C_1 + C_2} u(t) \end{aligned}$$



图解 1-15

题 1-16 电感 L_1 与 L_2 并联，以阶跃电流源 $i(t) = Iu(t)$ 并联接入，试分别写出电感两端电压 $v(t)$ 、每个电感支路电流 $i_{L1}(t)$ 、 $i_{L2}(t)$ 的表达式。

【解题思路】 根据电感元件两端的电压电流关系及 $\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$ 求解。

【解】 由题意可绘制电路图如下所示：

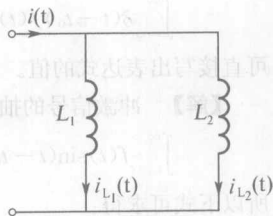
电感两端电压

$$v(t) = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{di(t)}{dt} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \cdot I\delta(t)$$

两电感支路电流分别为：

$$i_{L1}(t) = \frac{1}{L_1} \int_{-\infty}^t v(t) dt = \frac{L_2 I}{L_1 + L_2} u(t)$$

$$i_{L2}(t) = \frac{1}{L_2} \int_{-\infty}^t v(t) dt = \frac{L_1 I}{L_1 + L_2} u(t)$$



图解 1-16

题 1-17 分别指出下列各波形的直流分量等于多少？

(1) 全波整流 $f(t) = |\sin(\omega t)|$ ；

(2) $f(t) = \sin^2(\omega t)$ ；

(3) $f(t) = \cos(\omega t) + \sin(\omega t)$ ；

(4) 升余弦 $f(t) = K[1 + \cos(\omega t)]$ 。

【解题思路】 求解信号波形的直流分量，实际上即为求解信号的平均值，对于周期信号，只需求一个周期内的平均值即可。

【解】 (1) $|\sin(\omega t)|$ 的周期为 $\frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\omega}$ ，所以直流分量为：

$$\begin{aligned} f_D &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \sin(\omega t) dt = -\frac{1}{\pi} \cos(\omega t) \Big|_0^{\frac{\pi}{\omega}} \\ &= -\frac{1}{\pi} (-1 - 1) = \frac{2}{\pi} \end{aligned}$$

(2) $f(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\omega t)$

因为 $\cos(2\omega t)$ 在一个周期内均值为 0，所以 $f_D = \frac{1}{2}$ 。