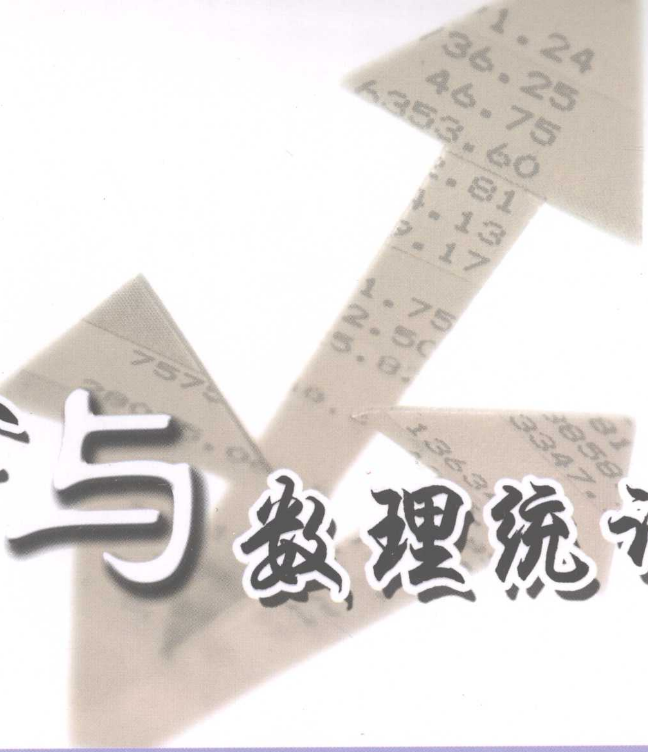
高等财经院校核心课程教材
经济管理学科数学基础



概率论与数理统计

刘贵基　姜庆华　黄秋灵　主编

兰州大学出版社

高等财经院校核心课程教材

经济管理学科数学基础

概率论与数理统计

刘贵基　　姜庆华　　黄秋灵　主　编

周玉珠　　王晓杰　　董新梅　副主编

兰州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计 / 刘贵基,姜庆华,黄秋灵主编.
兰州:兰州大学出版社,2008.1
ISBN 978-7-311-01762-0

Ⅰ.概… Ⅱ.①刘…②姜…③黄… Ⅲ.①概率论②数理
统计 Ⅳ.021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 017183 号

出 版 人 陶炳海
责任编辑 杨 骁 张爱民
封面设计 新视野

书　　名	概率论与数理统计
作　　者	刘贵基　姜庆华　黄秋灵
出版发行	兰州大学出版社(地址:兰州市天水南路222号　730000)
电　　话	0931-8912613(总编办公室)　0931-8617156(营销中心) 0931-8914298(读者服务部)
网　　址	http://www.onbook.com.cn
电子信箱	press@onbook.com.cn
经　　销	兰州大学出版社
印　　刷	甘肃北辰印务有限公司
开　　本	787mm×960mm　1/16
印　　张	15
字　　数	277 千字
印　　数	5000 册
版　　次	2007 年 12 月第 3 版
印　　次	2007 年 12 月第 1 次印刷
书　　号	ISBN 978-7-311-01762-0
定　　价	26.00 元

(图书若有破损、缺页、掉页可随时与本社联系)

第三版前言

本书自2001年7月出版后，得到了有关专家的好评及广大师生读者的欢迎，在很大程度上满足了教学之所需。这次修订主要是根据教学过程中发现的问题及专家读者提出的意见及几年来教学改革的实践，并参照教育部颁布的高等学校财经类专业核心课程《经济数学基础》教学大纲和全国硕士研究生入学统一考试"数学考试大纲"有关概率论与数理统计部分进行了修订。

本次修订对第二版第二章的结构作了必要的调整；对一些主要概念和方法产生的背景和思路作了更为详细的叙述，并通过具体问题的直观描述予以说明；对概率论与数理统计的主要专业术语列出了英文译名；补充和更换了部分例题和习题，但基本上保持了第二版的风格和体系。通过修订，本教材会更贴近教学实际，便于教与学。

本书可作为高等财经院校经、管、文、法、理各专业该课程的教材或参考书。讲授全书共需72学时，本、专科还可根据专业需要删减部分内容，供54学时讲授使用，删减部分内容后仍可保持结构的系统性。

参加本次修订的有刘贵基、姜庆华、黄秋灵、周玉珠、王晓杰、董新梅、还有李勇、陈传国、丁伟华、郭俊艳、孙向勇。在修订过程中，参考和借鉴了国内外有关资料及广大任课老师的意见和建议，在此谨致以诚挚的谢意。

限于编者的水平，书中难免有许多不妥之处，殷切希望广大读者批评指正。

编　者

2007年9月

引　言

在客观世界中,人们观察到的现象尽管是多种多样的,但归结起来大体可分为两类:一类是在一定条件下必然发生(或必然不发生)的现象,称为**确定性现象或必然现象**.例如,在标准大气压下,水加热到100℃会沸腾;没有水份,种子会发芽;边长为a的正方形,其面积是a^2;三角形的两边之和大于第三边;用手向空中抛出的石子落到地面等等,都是确定性现象.我们熟悉的微积分、代数、几何等都是研究这类现象的数学工具.另一类是在一定条件下可能发生也可能不发生的现象,称为**随机现象或偶然现象**.例如,掷一枚硬币,出现正面或出现反面;从一批产品中随意抽取一件,取到合格品或不合格品;一批新产品投入市场,产品畅销或产品滞销;十字交叉路口,每天发生交通事故小于10次或大于10次等等,都是随机现象.

对于随机现象,一方面呈现不确定性,另一方面,人们经过长期的反复实践并深入研究之后,发现它们又具有某种规律性.例如,掷一枚硬币,出现正面或出现反面是不确定的,但当投掷次数很大时,就会发现出现正面和出现反面的次数几乎相等;个别孕妇生男孩或女孩是不确定的,但根据各个国家各个时期人口的统计资料,新生婴儿中男孩和女孩的比例总是约为1:1;对一目标进行射击,弹着点是不确定的,但当射击次数非常多时,就可发现弹着点的分布呈现一定的规律性:弹着点关于目标的分布略呈对称性,且越靠近目标的弹着点越密,越远离目标的弹着点越稀.这种在大量重复观察或实验中呈现出的固有规律性,称为随机现象的**统计规律性**.概率论与数理统计就是研究和揭示随机现象统计规律性的一门数学学科.一方面对随机现象发生的可能性大小作出定量的描述,另一方面根据观察得到数据,对研究对象作出种种合理的估计和判断.

概率论起源于16世纪前后,成型于17世纪中叶,从博弈问题中萌生,受最大影响于保险行业.在概率问题早期的研究中,逐步建立了事件、概率、条件概率、数学期望等重要概念及其基本性质.1657年出版的惠更斯的《论赌博中的计算》是概率论发展史上的第一部专著,是概率论产生的标志之一.18世纪,由于贝努里(Bernouli)的奠基性工作,使概率论逐步形成了一个独立的数学分支,1713年出版的他的巨著《猜度术》是概率论发展史上影响深远的名著之一.贝努里是公认的概率论的主要创始人.后来的许多社会问题和工程技术问题,如:保险理论、人口统计、大地测量、射击试验、天文观测、产品检验和质量控制等问题的提出,大大地促进了概率论的发展.为概率论确定严密的理论基础的是柯尔莫

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

哥洛夫(А. Н. Колмогоров),1933 年,他成功地建立了概率的公理化体系,为现代概率论的迅速发展打下了坚实的基础.从 20 世纪 50 年代之后,在现代技术的刺激下,它的理论和应用都有显著的发展.这时的研究内容更加丰富,特别是随机过程领域在不停地拓宽和加深着,并构成了现代概率论的核心,形成了与传统的确定性分析法相应的随机分析法这一研究工具.

在概率论发展过程中,大批数学家投身到这一领域.贝努里、棣莫弗(De Moivre)、拉普拉斯(Laplace)、勒让德(Legendre)、高斯(Gauss)、普哇松(Poisson)、切贝晓夫(Чебышёв)、马尔科夫(Марков)、李亚普诺夫(Ляпунов)、勒维(Lévy)、费勒(Feller)、辛钦(Хинчин)、柯尔莫哥洛夫等先驱们对概率论发展做出了杰出的贡献.

数理统计在 20 世纪以前为萌芽时期.这个时期最重要的发展是确定了数据是来自服从一定概率分布的母体,而统计就是用数据去推断这个分布的观点.20 世纪初到二战结束为数理统计的蓬勃发展到成熟的时期,数理统计的许多重要的基本观点、方法及主要分支都是在这个时期建立和发展起来的.这个时期的成就,包含了至今仍在广泛使用的大多数统计方法,并占据了当今教科书的主要篇幅.20 世纪 50 年代后是数理统计在理论上和应用上继续大发展的时期,旧领域里的研究继续向纵深推进,新领域、新思想不断涌现.尤其是,贝叶斯(Beyes)学派的崛起使数理统计别开生面,而电子计算机的出现又为数理统计的发展注入了新的活力.

在数理统计发展中,凯特劳(Quetelet)、高尔顿(Galton)和 K. 皮尔逊(K. Pearson)、F. 赫尔梅特(F. Helmert)、哥塞特(Gosset)、费舍尔(Fisher)、奈曼(Neyman)等做出了杰出的贡献.

概率论与数理统计是近几十年来发展最快的数学分支,其根源就在于它的应用范围的日益扩大,以及对它的应用的认识的不断觉醒.正如科学巨匠拉普拉斯所说:“生活中最重要的问题,其中绝大多数在实质上只是概率问题,”如今概率统计广泛地渗透到各个学科领域,有越来越多的概率论方法被引入到经济、金融和管理科学,它还是许多新学科的基础,如信息论、控制论、弹道学、信号与系统、人工智能等.

除此之外,随着大规模生产企业的发展,概率统计不但用来进行产品质量的科学检验,而且更重要的是用于生产过程本身的组织上.所以,在一些生产工作部门,尤其是质量控制和可靠性部门,概率统计的名词术语简直成了他们的工作语言.

目　　录

第一章　随机事件及其概率

随机事件的概率是概率论研究的基本内容.本章将主要介绍随机事件,随机事件的概率,概率的基本性质,条件概率及计算概率常用到的几个重要公式.

§1.1　随机事件

1.1.1　随机试验与随机事件

1.随机试验

对随机现象的研究,总是要进行大量的观察、测量或做各种科学实验,为了叙述方便,我们把它们统称为试验.具有下述(i)～(iii)三个特征的试验,称为**随机试验**(random experiment).

(i) 试验可在相同条件下重复进行;

(ii) 试验的所有可能结果不止一个,但在试验之前可以明确所有可能的结果;

(iii) 每次试验之前不能确切预言该次试验出现哪个结果.

例如,观察掷一枚骰子出现的点数;检查从100件产品中任取10件产品,其中次品个数;观察向靶子射击时弹着点的位置;记录某电话交换台在一小时内接到的呼叫次数等等,都是随机试验.随机试验简称为**试验**,用字母 E 表示.以后,本课程所说的试验都是指随机试验.

2.随机事件

随机试验的结果,称为**事件**.事件可分为三类:随机事件、必然事件和不可能事件.

在试验中可能发生也可能不发生的结果,称为**随机事件**.随机事件通常用字母 A,B,C 等表示.例如,在观察掷一枚硬币正、反面出现情况的试验中,用 A 表示正面朝上,B 表示反面朝上,它们分别记为 $A=\{$正面朝上$\}$,$B=\{$反面朝上$\}$,则 A、B 都是随机事件.又如,在观察掷一枚骰子出现点数的试验中,"点数为1"、"点数小于4"、"点数为偶数"都是随机事件.

在每次试验中一定发生的结果,称为**必然事件**.必然事件通常用 Ω 表示.在每次试验中一定不发生的结果,称为**不可能事件**.不可能事件通常用 Φ 表示.例

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

如,观察掷一枚骰子出现点数的试验中,"点数小于 7"是必然事件,"点数不小于 7"是不可能事件.

注 (1) 不论必然事件、不可能事件,还是随机事件,都是相对于一定的试验条件而言的.如果条件变了,事件的性质也会发生变化.

(2) 必然事件、不可能事件都是确定性事件,不是随机事件.为了讨论问题的方便,我们也将它们作为随机事件的两个极端情况来处理.

在概率论中,我们把相对于试验目的不可再分的试验结果,称为**基本事件**.否则,称为**复合事件**.例如,在观察掷一枚骰子出现点数的试验中,"点数为 1"、"点数为 2"、…、"点数为 6"都是基本事件,而"点数为奇数"、"点数为偶数"、"点数小于 5"都是复合事件.显然,基本事件是随机事件,复合事件是由基本事件组成的.

1.1.2 样本空间与事件的集合表示

1.样本空间

试验 E 的所有基本事件构成的集合,称为 E 的**样本空间**(sample space),用 Ω 表示.样本空间中的元素,称为**样本点**,记作 ω.以后,我们对基本事件和样本点不加区别,这并不会引起混淆.

样本空间是概率论中一个基本概念,样本空间的结构随着试验的要求不同而有所不同,正确地确定不同试验的样本空间是极为重要的.

例 1 试验 E_1:掷一枚骰子,观察出现的点数,用 ω_i 表示"出现点数为 i"($i = 1,2,\cdots,6$),则 E_1 的样本空间为

$$\Omega_1 = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}.$$

例 2 试验 E_2:将一枚骰子掷两次,观察出现的点数."(i,j)"表示"第一次掷出点数为 i,第二次掷出点数为 j",则 E_2 的样本空间为

$$\Omega_2 = \{(i,j) \mid i,j = 1,2,\cdots,6\}.$$

例 3 试验 E_3:记录某电话交换台在单位时间内接到的呼唤次数.用"k"表示"单位时间内接到 k 次呼唤",则 E_3 的样本空间为

$$\Omega_3 = \{k \mid k = 0,1,2,\cdots\}.$$

例 4 试验 E_4:记录某地区一昼夜的最低温度 x 和最高温度 y,则 E_4 的样本空间为

$$\Omega_4 = \{(x,y) \mid a \leqslant x \leqslant y \leqslant b\}.$$

其中 a,b 分别为该地区的最低、最高气温.

例 5 试验 E_5:向一目标射击,记录弹着点偏离目标中心的距离(米).设 r 表示距离,则 E_5 的样本空间为

$$\Omega_5 = \{r \mid r \geqslant 0\}.$$

若向一目标射击，观察命中目标与否. 用 ω_1 表示“命中目标”，ω_2 表示“未命中目标”，则试验的样本空间为

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}.$$

由以上各例很容易看出：对于试验 E 来说，在每次试验中必有试验 E 的样本空间 Ω 中一个样本点出现且仅有一个样本点出现.

在引入了样本空间的概念之后，试验 E 的任何事件 A 可表示为其样本空间的子集.

2. 事件的集合表示

对于事件 A，我们首先感兴趣的是它发生还是不发生，这取决于试验中出现哪一个样本点. 如果当且仅当样本点 $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_k$ 有一个出现时，事件 A 就发生，则称 A 是由样本点 $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_k$ 构成的事件，并称 $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_k$ 是 A 的**有利样本点**(或 A **包含的样本点**). 很自然地，我们可以用事件 A 的有利样本点的全体来表示事件 A，即

$$A = \{\omega \mid \omega \text{ 为 } A \text{ 的有利样本点}\}$$

这样，事件便是样本空间的子集了.

现在，从集合论的观点对事件作如下说明：事件是样本点的集合，即样本空间的某个子集. 所谓事件 A 发生，是指当且仅当 A 所包含的某个样本点在试验中出现. 基本事件是只包含一个样本点的单元素集合；必然事件是全体样本点组成的集合，即试验的样本空间 Ω；不可能事件是不包含任何样本点的集合，即空集 Φ.

例 6 在例 2 中，令 A 表示“两次掷骰子点数之和等于 5 点”，B 表示“两次掷骰子点数之和小于 20”，C 表示“两次掷骰子点数之差等于 6”. 若用集合来表示事件，则

$$\begin{aligned} A &= \{(i,j) \mid i + j = 5, i, j = 1,2,\cdots,6\} \\ &= \{(2,3),(3,2),(4,1),(1,4)\} \\ B &= \Omega_2, C = \Phi. \end{aligned}$$

例 7 在例 5 中，令 A 表示“弹着点偏离目标中心不超过 10 米”，则 A 是 Ω_5 的如下子集：

$$A = \{r \mid 0 \leqslant r \leqslant 10\}.$$

同样，集合 $B = \{r \mid 5 \leqslant r \leqslant 10\}$ 表示事件：“弹着点偏离目标中心的距离在 5 米至 10 米之间”.

1.1.3 事件间的关系与运算

在同一个试验中的几个事件之间往往是相互联系的，研究事件间的关系，不

仅可以帮助人们更深入地认识事件,而且还可以简化一些复杂事件,下面定义事件间的主要关系及运算.

1.事件的包含与相等

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生,则称**事件 B 包含事件 A**,或称**事件 A 包含于事件 B**,记作 $B \supset A$ 或 $A \subset B$. 显然,这时构成 A 的样本点均为 B 中的样本点.

由定义易得,对于任何事件 A,有 $\Phi \subset A \subset \Omega$.

如果事件 A 包含事件 B,事件 B 也包含事件 A,则称事件 A 与 B **相等**,记作 $A = B$.

2.事件的并(和)

"事件 A 与 B 中至少有一个发生"这一事件,称为事件 A 与 B 的**并(和)**,记作 $A \cup B$ 或 $A + B$. 更确切地说,事件 A 与 B 的并是这样一个事件,它的发生意味着 A 发生或 B 发生. 但习惯上用上述简便说法,对事件的其他运算情况也是类似的. 显然,事件 $A \cup B$ 是由事件 A 和 B 中所有样本点构成的.

例如,在观察掷一枚骰子出现点数的试验中,用 A 表示"奇数点",B 表示"点数小于 4",则 $A \cup B = \{1,2,3,5\}$.

显然,对任何事件 A,B 有

$$A + B \supset A, A + A = A, A + \Omega = \Omega.$$

类似地,"事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 中至少有一个发生"这一事件,称为事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的并(和),记作 $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i$ 或 $\sum\limits_{i=1}^{n} A_i$. 同样,无限可列个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 的并(和)记作 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i$ 或 $\sum\limits_{i=1}^{\infty} A_i$,它表示这可列个事件至少有一个发生所构成的事件.

3.事件的交(积)

"事件 A 与 B 同时发生"这一事件,称为事件 A 与 B 的**交(积)**,记作 $A \cap B$ 或 AB. 显然,事件 AB 是由事件 A 与 B 中公共样本点构成的.

很显然,对任何事件 A,B 有

$AB \subset A, AA = A, A\Phi = \Phi, A\Omega = A.$

类似地,"事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 同时发生"这一事件,称为 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的交(积),记作 $\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i$. 同样,无限可列个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 的交记作 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_i$,它表示这可列个事件同时发生所构成的事件.

4.事件的差

"事件 A 发生而事件 B 不发生"这一事件,称为事件 A 与 B 的**差**,记作 $A - B$.

由定义知，事件 $A-B$ 是由属于事件 A 但不属于事件 B 的那些样本点构成的.显然，$A-B=A-AB$.

5.互不相容事件

如果事件 A 与 B 不能同时发生，即 $AB=\Phi$，则称事件 A 与 B **互不相容**(或**互斥**).否则，**称 A 与 B 相容**.

由定义知，当事件 A 与 B 互不相容时，构成 A 的样本点与构成 B 的样本点没有相同的.显然，任意两个基本事件是互不相容的.

若 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中任意两个事件都互不相容，即 $A_iA_j=\Phi,1\leqslant i<j\leqslant n$，则称事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ **两两互不相容(或两两互斥)**.这一概念还可推广到可列个事件的情形.

6.对立事件

若事件 A 与 B 满足 $A\cup B=\Omega$ 且 $A\cap B=\Phi$，则称事件 A 与 B **相互对立**(或**互逆**)，并称事件 $B(A)$ 为 $A(B)$ 的对立事件.事件 A 的对立事件通常用 $\bar{A}$ 表示，若 B 是 A 的对立事件，则 $\bar{A}=B$.

由定义知，A 的对立事件 $\bar{A}$ 是由样本空间中所有不属于 A 的样本点构成的，即 $\bar{A}=\Omega-A$.

显然，$\bar{\bar{A}}=A,A-B=A\bar{B}$.

7.完备事件组

若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容，且 $\sum\limits_{i=1}^{n}A_i=\Omega$，则称 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 构成一个**完备事件组**，或称事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是样本空间 Ω 的一个划分.

完备事件组的概念可推广到可列多个事件的情形.

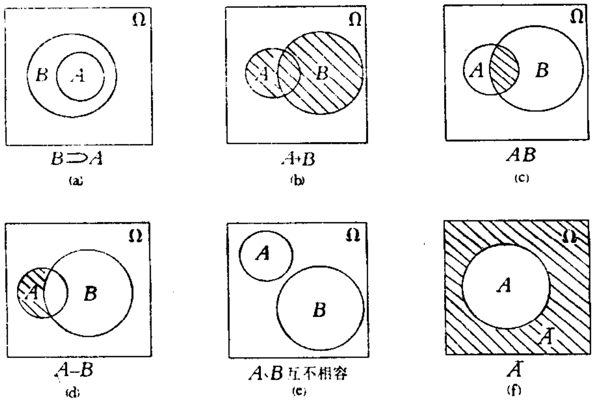
由以上所述，当事件作为样本空间子集处理时，概率论中事件间的关系与运算和集合论中集合间的相应关系与运算是完全一致的.所以，事件、事件间的关系与运算就可以用集合论中维恩[①]图来表示.现将上面所定义的事件间的关系与运算用维恩图表示如下(平面上的矩形区域表示样本空间 Ω，矩形内每一点表示样本点，矩形内的区域表示事件)：

事件的维恩图表示清楚直观，可以在事件的运算和证明中作为直观说明(见图 1－1).

应该指出的是，虽然事件间的关系与运算用集合论的方式表达显得简练、方便，但在概率论中，很重要的一点是学会用概率论中的语言来表述事件间的关系与运算，并用这些关系与运算来表示各种各样的事件.

由于事件、事件间的关系与运算与集合、集合间的关系与运算一致，所以根

① 维恩(Venn，1834 ～ 1932)，英国哲学家、数学家.



($A+B$,AB,$A-B$,$\bar{A}$ 分别为图中划有斜线的区域)

图 1-1

据集合运算所满足的运算规律,可得事件运算满足以下规律:

(i) 交换律 $A\cup B=B\cup A, AB=BA$;

(ii) 结合律 $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C), (AB)C=A(BC)$;

(iii) 分配律 $(A\cup B)\cap C=AC\cup BC$,

$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$;

(iv) 德摩根[①]对偶律

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n}A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\bar{A}_i,\quad \overline{\bigcap_{i=1}^{n}A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\bar{A}_i.$$

对偶律可推广到可列个事件的情形.

例 1 设 A,B,C 是试验 E 的随机事件,则

(1)"A 与 B 发生而 C 不发生"表示为 $AB\bar{C}$;

(2)"A,B,C 中恰有两个发生"表示为 $AB\bar{C}+A\bar{B}C+\bar{A}BC$;

(3)"A,B,C 中至少有两个发生"表示为 $AB+BC+AC$ 或 $AB\bar{C}+A\bar{B}C+\bar{A}BC+ABC$;

(4)"A,B,C 中至多有一个事件发生"表示为 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C$ 或 $\bar{A}\bar{B}+\bar{A}\bar{C}+\bar{B}\bar{C}$.

例 2 从一批产品中每次取出一个产品进行检验(每次取出的产品不放回),事件 A_i 表示"第 i 次取取到合格品"$(i=1,2,3)$.试用事件的运算符号表示下列事件:三次都取到了合格品;三次中至少有一次取到合格品;三次中恰有两次取到合格品;三次中最多有一次取到合格品.

---

① 德摩根(De Morgan,1806 – 1871),英国数学家和逻辑学家.

解　三次都取到了合格品：$A_1A_2A_3$；

三次中至少有一次取到合格品：$A_1+A_2+A_3$；

三次中恰有两次取到合格品：$A_1A_2\overline{A}_3+A_1\overline{A}_2A_3+\overline{A}_1A_2A_3$；

三次中最多有一次取到合格品：$A_1\overline{A}_2\overline{A}_3+\overline{A}_1A_2\overline{A}_3+\overline{A}_1\overline{A}_2A_3+\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3$ 或 $\overline{A}_1\overline{A}_2+\overline{A}_1\overline{A}_3+\overline{A}_2\overline{A}_3$.

例 3　一名射手连续向某个目标射击三次，事件 A_i 表示该射手第 i 次射击时击中目标($i=1,2,3$)，试用文字叙述下列事件：

A_1+A_2；$\overline{A}_2$；$A_1+A_2+A_3$；$A_1A_2A_3$；A_2-A_3；$\overline{A_1+A_3}$；$\overline{A}_1+\overline{A}_3$.

解　A_1+A_2：前两次射击中至少有一次击中目标；

$\overline{A}_2$：第二次射击没击中目标；

$A_1+A_2+A_3$：三次射击中至少有一次击中目标；

$A_1A_2A_3$：三次射击都击中目标；

$A_2-A_3=A_2\overline{A}_3$：第二次射击命中目标而第三次没有击中目标；

$\overline{A_1+A_3}=\overline{A}_1\overline{A}_3$：第一次和第三次射击都没击中目标；

$\overline{A}_1+\overline{A}_3$：第一、三次射击中至少有一次没击中目标.

§1.2　事件的概率

概率论研究的是随机现象的统计规律性.因此，对事件不仅要知道其发生与否，更要着重研究其发生可能性的大小，并用一适当数量指标来刻划它，否则就不能进行准确的比较和分析以得出科学的论断.

1.2.1　概率的初等描述

对于随机事件来说，它在一次试验中可能发生，也可能不发生；并且不同的事件，有的发生的可能性大些，有的发生的可能性小些，为了刻划事件这一特点，人们自然想到用一个合适的数来表示事件发生的可能性大小.在概率论中，把用来刻划事件发生可能性大小的数量指标称为事件的**概率**(probability).事件 A 的概率用记号 $P(A)$ 表示.

例如，在观察掷一枚硬币正、反面出现情况的试验中，用 A 表示“出现正面”，B 表示“出现反面”.如果硬币质地均匀、形状对称，那么人们都会说事件 A 和事件 B 发生的可能性一样大，各占百分之五十，即

$$P(A)=\frac{1}{2},P(B)=\frac{1}{2}.$$

由于必然事件在每次试验中必定发生，或者说，它发生的可能性是百分之

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com