

新版小学教材要点难点解析丛书

新版

吕坚
编著

小学数学

要点难点解析

(六年级)

广西师范大学出版社
光明日报出版社

· 新版小学教材要点难点解析丛书 ·

新版小学数学要点难点解析

(六年级)

吕 坚 编 著
穆 翔 审 定

广西师范大学出版社
光明日报出版社

(京)新登字101号

新版小学教材要点难点解析丛书

总 编 张德政
副总编 马 衲
杨惠娟

新版小学教材要点难点解析丛书
新版小学数学要点难点解析(六年级)

*

吕 坚 编著

穆 翔 审定

广西师范大学出版社

(广西桂林市育才路3路) 出版

光明日报出版社

广西新华书店发行

桂林市印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 9.25印张 155千字

1991年5月第1版 1991年12月第2次印刷

印数:46001—61000

ISBN7-80091-054-7/G·405

定价:4.20元

前 言

《新版小学数学要点难点解析》(六年级)根据国家教委1990年颁布的《九年制义务教育全日制小学数学教学大纲》编写,旨在帮助小学六年级同学正确理解数学概念,提高运算能力、逻辑思维能力和空间想象力,并为教师提供备课的典型例题、兴趣练习等参考材料。本书突出创新、实用特点,既全面列入《新大纲》规定的教学内容(作为必学内容),也列入1986国家教委制订的《旧大纲》原有,而在《新大纲》中调减的内容(作为选学内容)。因而既适合1991年暑假后多数地区小学生复习使用,也适合试用新编教材的小学生使用。

《新版小学数学要点难点解析》共有六册,供六年制小学一至六年级学生使用。本书供六年制小学的六年级学生使用。五年制小学的毕业班学生可按教学进度选择有关内容使用。

本书由北京市教育学院崇文分院教研员、小学高级教师吕坚编著,由穆翔同志审定。

丛书编委会

1991年1月

目 录

第一单元	分数乘法	1
第二单元	分数除法	38
第三单元	分数、小数四则混合运算和应用题	67
第四单元	百分数	97
第五单元	圆的周长和面积	133
第六单元	圆柱、圆锥和球	166
第七单元	简单的统计表和统计图	192
第八单元	比和比例	204
第九单元	整理和复习	241

第一单元 分数乘法

〔单元要点难点〕

1. 分数乘以整数，一个数乘以分数，带分数乘法。这部分的重点是一个数乘以分数的意义。它是整数乘法意义的扩展，又是学习分数除法和学习分数、百分数应用题的基础。

2. 分数乘法法则的理解和应用是本单元的难点。

〔基本内容〕

1. 分数乘法的意义和计算法则

内 容		意 义	法 则
分数乘以整数 例: $\frac{2}{9} \times 4$		求几个相同加数的和的简便运算。	分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母，能约分的先约分，再相乘。
一个数乘以分数	整数乘以分数 例: $100 \times \frac{3}{4}$	求一个数的几分之几是多少。	用字母表示: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ $= \frac{a \times c}{b \times d}$
	分数乘以分数 例: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$		

带分数乘法 例: $6\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{5}$	求一个数的几又几分之几倍是多少?	先把带分数化成假分数, 再相乘.
--	------------------	------------------

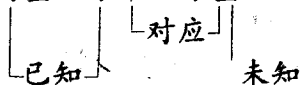
2. 分数乘法应用题: “求一个数的几分之几是多少” (或求一个数的几又几分之几倍是多少.)

特征 已知条件: 表示单位“1”的量, 单位“1”的几分之几. (分率)

所求问题: 求单位“1”的几分之几是多少. (分率所对应的分量)

数量间的关系:

表示单位“1”的量 $\times$ 分率 = 分量



3. 分数乘法的运算定律: 分数乘法的运算定律和整数乘法的运算定律相同.

乘法交换律: $a \times b = b \times a$

乘法结合律: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

乘法分配律: $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$

4. 乘法的运算性质: $(a-b) \times c = a \times c - b \times c$

5. 倒数的意义: 乘积是1的两个数互为倒数.

6. 求一个数的倒数的方法

(1) 真分数的倒数: 把分数的分子、分母调换位

置. 如 $\frac{3}{4}$ 的倒数是 $\frac{4}{3}$

(2) 带分数的倒数：先把它化成假分数再求。如

$$1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}, \text{ 倒数是 } \frac{4}{7}.$$

(3) 整数的倒数：分母是这个整数，分子是1。如4的倒数是 $\frac{1}{4}$ 。

注意 1的倒数是1，0没有倒数。

〔解题示例〕

例1 比较 $\frac{2}{5} \times 3$ 和 $3 \times \frac{2}{5}$ 在意义上有什么不同？

计算法则呢？

• $\frac{2}{5} \times 3$ 表示3个 $\frac{2}{5}$ ，是求 $\frac{2}{5}$ 的3倍是多少； $3 \times \frac{2}{5}$ 表示求3的五分之二是多少。列式所表达的意义完全不同，但计算法则相同。

例2 用简便方法计算下列各题：

$$(1) 1\frac{7}{10} \times 10 = (1 + \frac{7}{10}) \times 10 = 1 \times 10 + \frac{7}{10} \times 10 = 10 + 7 = 17$$

$$(2) 98 \times \frac{5}{97} = (97 + 1) \times \frac{5}{97} = 97 \times \frac{5}{97} + 1 \times \frac{5}{97} = 5 + \frac{5}{97} = 5\frac{5}{97}$$

$$(3) 4\frac{7}{20} \times \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \times 4\frac{13}{20} + \frac{3}{10}$$

$$= (4\frac{7}{20} + 4\frac{13}{20} + 1) \times \frac{3}{10}$$

$$= 10 \times \frac{3}{10} = 3$$

说明 $\frac{3}{10}$ 可以看成 $\frac{3}{10} \times 1$, 或 $1 \times \frac{3}{10}$.

$$(4) 13 \times 4\frac{2}{3} \div 13 \times \frac{3}{14}$$

$$= 13 \times \frac{14}{3} \times \frac{1}{13} \times \frac{3}{14}$$

$$= 13 \times \frac{1}{13} \times (\frac{14}{3} \times \frac{3}{14})$$

$$= 1 \times 1 = 1$$

说明 将 $\div 13$ 写成 $\times \frac{1}{13}$, 便可以根据乘法运算

定律简算.

$$(5) 29 \times \frac{29}{30}$$

$$= 29 \times (1 - \frac{1}{30})$$

$$= 29 \times 1 - 29 \times \frac{1}{30}$$

$$= 29 - \frac{29}{30}$$

$$= 28\frac{1}{30}$$

$$\text{或者 } 29 \times \frac{29}{30}$$

$$= (30 - 1) \times \frac{29}{30}$$

$$= 30 \times \frac{29}{30} - 1 \times \frac{29}{30}$$

$$= 29 - \frac{29}{30}$$

$$= 28\frac{1}{30}$$

说明 将 $\frac{29}{30}$ 改写成 $(1 - \frac{1}{30})$ 或将 29 改写成 $(30-1)$, 然后根据乘法运算性质 $(a-b) \times c = a \times c - b \times c$ 可以简算.

例 3 修路队计划修路 $4\frac{4}{5}$ 千米.

(1) 已经修了 $\frac{3}{4}$, 问修了多少千米?

(2) 已经修了 $\frac{3}{4}$ 千米, 还剩多少千米?

(3) 实际修的比计划多 $\frac{3}{4}$ 千米, 问实际修路多少千米?

解 (1) 因为已经修了的占 $4\frac{4}{5}$ 千米 (这条路总

长) 的 $\frac{3}{4}$, 求修了多少千米, 就是求 $4\frac{4}{5}$ 千米的 $\frac{3}{4}$ 是多少, 所以用乘法解答.

$$\text{列式: } 4\frac{4}{5} \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{24}{5} \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{18}{5}$$

$$= 3\frac{3}{5} \text{ (千米)}$$

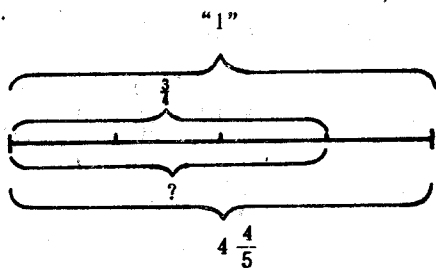


图 6-1-1

答: 修了 $3\frac{3}{5}$ 千米.

(2) 因为已经修了 $\frac{3}{4}$ 千米, 是实际数量, 求还剩多少千米, 是求剩余, 所以用减法解答.

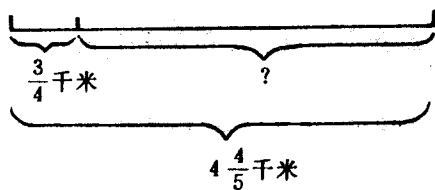


图 6-1-2

$$\text{列式: } 4\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = 4\frac{16}{20} - \frac{15}{20} = 4\frac{1}{20} \text{ (千米)}$$

答: 还剩 $4\frac{1}{20}$ 千米.

(3) 实际修的与原计划比较, 实际修的有和原计划同样多的部分, 还多 $\frac{3}{4}$ 千米, 用同样多的部分($4\frac{4}{5}$ 千米) 加上实际比计划多的量($\frac{3}{4}$ 千米) 用加法解答。

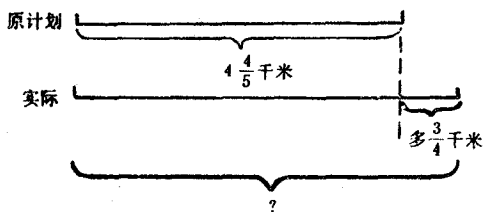


图 6-1-3

$$\text{列式: } 4\frac{4}{5} + \frac{3}{4} = 4\frac{16}{20} + \frac{15}{20} = 5\frac{11}{20} \text{ (千米)}$$

答: 实际修路 $5\frac{11}{20}$ 千米。

注意 学会画线段图。画线段图可以将应用题的已知条件、问题等形象、直观地表示出来, 让我们清楚地看出条件与条件之间, 条件与问题之间的关系, 从而比较容易地看出数量关系找出解题方法。要从简单应用题开始练习, 对以后学习解答较复杂的应用题大有好处。

$$\begin{aligned} \text{例4 } & \frac{7}{8} \times 2\frac{2}{7} \times 10 \times 2\frac{1}{2} \\ &= \frac{7}{8} \times \frac{16}{7} \times \frac{10}{1} \times \frac{5}{2} = 50 \end{aligned}$$

说明 几个数连乘可以一次计算。

例 5 看着下图，说明分数乘以分数的算理和计算法则。



图 6-1-4

解 ①求 $\frac{1}{2}$ 公顷的 $\frac{1}{4}$ 是多少，是把 $\frac{1}{2}$ 公顷平均分成 4 份，取其中的 1 份，也就是把 1 公顷平均分成 (2×4) 份，每 1 份就是 $\frac{1}{2 \times 4}$ 公顷。写出计算过程就是：

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2 \times 4} \times 1 = \frac{1 \times 1}{2 \times 4} = \frac{1}{8} \text{ (公顷)}$$

②求 $\frac{1}{2}$ 公顷的 $\frac{3}{4}$ 是多少，是把 $\frac{1}{2}$ 公顷平均分成 4 份，取其中的 3 份。已知这样的 1 份是 $\frac{1}{2 \times 4}$ 公顷，这样的 3 份应是 3 个 $\frac{1}{2 \times 4}$ 公顷，也就是 $\frac{1 \times 3}{2 \times 4}$ 公顷。写出计算过程就是：

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2 \times 4} \times 3 = \frac{1 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{8} \text{ (公顷)}$$

由此可知，分数乘以分数的计算法则是，用分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母，因为整数可以看作分母是1的分数，所以上面的计算法则也适用于分数和整数相乘。

例6 根据乘除法运算性质，说明分数乘法法则

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$$

解 因为 $\frac{1}{2} = 1 \div 2$ $\frac{3}{5} = 3 \div 5$

所以 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = (1 \div 2) \times (3 \div 5)$

$$= 1 \div 2 \times 3 \div 5$$

$$= 1 \times 3 \div 2 \div 5$$

$$= (1 \times 3) \div (2 \times 5)$$

$$= \frac{1 \times 3}{2 \times 5}$$

例7 根据倒数的定义“如果两个数的乘积等于1，这两个数互为倒数”，说明零为什么没有倒数。

解 根据倒数的定义： $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

所以， $\frac{a}{b}$ 是 $\frac{b}{a}$ 的倒数， $\frac{b}{a}$ 是 $\frac{a}{b}$ 的倒数。

因为任何数和零相乘都得零，所以零没有倒数。

因为任何自然数 n 都可以写成 $\frac{n}{1}$ ，所以自然数 n

的倒数是 $\frac{1}{n}$

例8 两个带分数相乘，采用“整数乘以整数，分数乘以分数”的方法，可以吗？如 $4\frac{2}{7} \times 2\frac{3}{5}$ 。

解 假如上述方法可以，那么就是

$$\begin{aligned} 4\frac{2}{7} \times 2\frac{3}{5} &= (4 \times 2) + \left(\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}\right) \\ &= 8 + \frac{6}{35} = 8\frac{6}{35} \end{aligned}$$

根据带分数的意义，可以这样计算

$$\begin{aligned} 4\frac{2}{7} \times 2\frac{3}{5} &= \left(4 + \frac{2}{7}\right) \times \left(2 + \frac{3}{5}\right) \\ &= \left(4 + \frac{2}{7}\right) \times 2 + \left(4 + \frac{2}{7}\right) \times \frac{3}{5} \\ &= 4 \times 2 + \frac{2}{7} \times 2 + 4 \times \frac{3}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{3}{5} \\ &= 8 + \frac{4}{7} + \frac{12}{5} + \frac{6}{35} \\ &= 11\frac{1}{7} \end{aligned}$$

根据分数乘法法则，可以这样计算

$$4\frac{2}{7} \times 2\frac{3}{5} = \frac{30}{7} \times \frac{13}{5} = \frac{78}{7} = 11\frac{1}{7}$$

与正确算法相比，丢掉了 $\left(\frac{2}{7} \times 2\right)$ 和 $\left(4 \times \frac{3}{5}\right)$

所以带分数乘法采用“整数乘以整数 分数乘以分

数”方法计算是错误的。

例 9 估算下面各题的积，哪道题的积大于被乘数？哪道题的积小于被乘数？为什么？

$$16 \times \frac{1}{2} \quad 16 \times \frac{3}{5} \quad 16 \times 2 \quad \frac{1}{2} \times 16$$

解 因为 当被乘数是大于1和等于1的数时，如果乘数小于1，积就小于被乘数。

所以 $16 \times \frac{1}{2}$ $16 \times \frac{3}{5}$ 的积小于被乘数

因为 当被乘数是大于1和等于1的数时，如果乘数大于1，积就大于被乘数。

所以 16×2 的积大于被乘数。

因为 当被乘数小于1时，如果乘数大于1，积就大于被乘数。

所以 $\frac{1}{2} \times 16$ 的积大于被乘数。

我们在平时计算时，要学会观察数字的特点，掌握规律，提高估算的能力。

例 10 错题分析

$$(1) \quad \frac{5}{21} \times \frac{25}{42} = \frac{5 \times 25}{21 \times 42} = 2\frac{1}{2}$$

这道题错在没有理解约分的意义，不掌握约分的方法。分子之间不能约分，分母之间不能约分。正确计算是

$$\frac{5}{21} \times \frac{25}{42} = \frac{5 \times 25}{21 \times 42} = \frac{125}{882}$$

$$(2) \quad \frac{5}{7} \times 15 = \frac{5^1}{7} \times 15^3 = \frac{3}{7}$$

这道题错在计算方法上，整数不能和分子约分，只能和分母约分。正确的计算是

$$\frac{5}{7} \times 15 = \frac{5 \times 15}{7} = \frac{75}{7} = 10\frac{5}{7}$$

$$(3) \quad 5\frac{5}{8} \times \frac{16}{25} = 5\frac{5^1}{8_1} \times \frac{16^2}{25_5} = 5\frac{2}{5}$$

这道题带分数没有化成假分数，就约分。带分数的整数部分没有与 $\frac{16}{25}$ 相乘，结果错了。正确的计算是

$$5\frac{5}{8} \times \frac{16}{25} = \frac{45}{8} \times \frac{16}{25} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

$$(4) \quad 3 \times 3\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{5} \times 3\frac{1}{8} = 3 \times \frac{10}{3} \times \frac{16}{5} \times \frac{25}{8} = 250$$

这道题错在不掌握约分的方法，在约分时应写约得后的结果，不是写约数。正确的计算是

$$3 \times 3\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{5} \times 3\frac{1}{8} = 3 \times \frac{10}{3} \times \frac{16}{5} \times \frac{25}{8} = 100$$

例 11 根据下面各题的数量关系列出算式。

(1) 实际烧煤量是原计划的 $\frac{1}{3}$ ，实际烧几吨煤？