

SHUXUENENGLIYUSHUXUEFANGFA

数学能力与数学方法

吴维煊 编著



江苏大学出版社

SHUXUE NENGLI YU SHUXUE FANGFA

数学能力与数学方法

张景贵 主编



江苏大学出版社

SHUXUENENGLI

数学能力

数学方法

SHUXUEFANGFA

吴维煊 编著

江苏大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学能力与数学方法 / 吴维煊编著. —镇江: 江苏大学出版社, 2008. 9

ISBN 978-7-81130-055-0

I. 数… II. 吴… III. 数学—高等学校: 技术学校—教学参考资料 IV. O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 142852 号

数学能力与数学方法

作 者/吴维煊

责任编辑/段学庆

出版发行/江苏大学出版社

地 址/江苏省镇江市梦溪园巷 30 号(邮编: 212003)

电 话/0511-84446464

排 版/镇江文苑制版印刷有限责任公司

印 刷/丹阳市兴华印刷厂

经 销/江苏省新华书店

开 本/890 mm×1 240 mm 1/32

印 张/8.5

字 数/195 千字

版 次/2008 年 9 月第 1 版 2008 年 9 月第 1 次印刷

书 号/ISBN 978-7-81130-055-0

定 价/16.80 元

本书如有印装错误请与本社发行部联系调换

前言



人的一生究竟应当怎样度过？您最愿意干什么？最适合干什么？有的人终其一生也未找到最佳答案。在传统的就业体制下，这个问题似乎并不突出，而随着知识经济的到来，无论您愿意还是不愿意，您都将面临无法回避的职业选择问题。如何抓住机遇，充分发挥自身的优势，服务社会，实现人生价值，已成为每位职业人员关注的重大问题。

每个人都渴望成功，每个人都需要选择自己的未来。机会总是青睐那些勤奋而又有准备的人，对高职院校的学生而言，五年的学习生活既是为自己的职业生涯奠定基础的大好时机，又是职业生涯的起步阶段。因此，每个学生都应该珍惜学习机会，扎实学好每门课程。

数学，由于其公认的重要性，在学业教育中占有无可比拟的地位。每个人在学校所受教育中，数学是一个重要部分，这是众所周知的事实。受过良好数学教育的人，

他们在数学方面的学习和训练所形成的科学素质,都将为其所从事的职业和一生可持续发展奠定坚实的基础。数学中把握概念的准确性,会使他们在工作中不走偏、不曲解他人的思想;数学中讨论问题的严谨性,会使他们在工作中避免遇事含糊不清或流于空泛的讨论;数学中严密的逻辑思维,会使他们在工作中具有洞察事物本质,并迅速找出解决问题方法的能力;数学中严格、简要的叙述和论证,会使他们在工作中形成不拖泥带水的工作作风;数学中演绎和归纳的训练,会使他们在工作中善于分析和综合,避免片面性……人各方面的素质几乎都与数学教育有关。

然而,如何使每个人都能受到良好的数学教育,却是一个尚未解决的问题,特别是对于高等职业学校的学生而言,数学要不要学、学什么、怎么学,数学在整个高职教育中占据什么样的地位,数学对学生今后的职业发展能起到什么样的作用,从某种意义上讲,这是一个世界性的问题。

事实上,数学教育的地位是由其作用决定的,在当今科学技术迅猛发展的时代,数学除了传统的“思维体操”作用之外,其地位与作用更多地体现在各种行业、各个学科中。数学在自然科学、社会科学、人文科学以及对人才素质的影响等方面都具有重要的作用。

高等职业教育是以劳动力市场需求为导向的就业教

育。由于高职院校的学生毕业后将直接参加社会生产实践,处在这样一个科技、经济飞速发展的时代,面对竞争激烈的工作岗位与生活环境,培养与提升自己各方面的能力与素养,掌握扎实的专业知识,构建良好的知识网络成为每个高职学生义不容辞的学习任务。

编写此书旨在帮助高职院校的学生明确数学学习目的,提高学生的数学学习能力,构建适合所学专业的较为完整的知识网络。由于水平所限,本书难免有不足之处,请专家、学者批评指正。

吴维煊

2008年6月

目 录

能 力 篇

导 论	1
-----------	---

第一章 基本数学能力	18
------------------	----

第一节 数学能力概述	18
------------------	----

第二节 数学运算能力	21
------------------	----

第三节 空间想像能力	64
------------------	----

第四节 逻辑思维能力	89
------------------	----

第二章 广泛数学能力	104
------------------	-----

第一节 数学解题能力	104
------------------	-----

第二节 数学语言能力	114
------------------	-----

第三节 数学自学能力	121
------------------	-----

第四节 数学建模能力	132
------------------	-----

第三章 数学学习方法 144

第一节 数学学习中存在的问题	144
----------------------	-----

第二节 学好数学的方法	154
-------------------	-----

第三节 数学学习的原则	160
-------------------	-----

第四节 学会分析与综合	166
-------------------	-----

第五节 学会概括与抽象	170
-------------------	-----

第六节 学会化归	177
----------------	-----

第七节 数学推理与证明	196
-------------------	-----

第八节 数学中的美学方法	202
--------------------	-----

第四章 数学阅读方法 208

第一节 如何阅读数学课本	208
--------------------	-----

第二节 “钻进去”与“跳出来”	210
-----------------------	-----

第三节 如何阅读数学课外书	216
---------------------	-----

第五章 数学作业与考试方法 218

第一节 数学作业的目的	218
-------------------	-----

第二节 数学作业中存在的问题	220
----------------------	-----

第三节 学生作业心理的调查与分析	224
------------------------	-----

第四节 解决对策	229
第五节 作业设计	233
第六节 考试能力	236
第七节 考试技巧	239

第六章 数学基础较弱学生如何学好数学

.....	243
第一节 数学基础较弱学生的特征	243
第二节 数学基础较弱学生的表现	247
第三节 数学基础较弱学生的学习方法	248

附录 数学能力对职业素养的影响 253

职业素养的内容	253
培养职业素养的重要性	258
数学能力与职业素养的关系	260

主要参考文献 264

导 论

一、数学学习的作用

在学校教育中,数学占据的重要地位是无可比拟的,正因为如此,数学成为公认的工具课。在各类职业学校,无论选择什么专业,数学课都是必须开设的。众所周知,职业教育就是就业教育,那么学校开设的各个专业到底与数学有多少联系?数学学得好与坏对学生今后从事生产实践会有多少影响?数学的作用究竟有多大?

(一) 数学教育对人才素质的影响

数学教育不单纯是为了使学生掌握数学这一工具,数学教育更是一种文化素质的教育。

数学教育的根本目的在于培养和提高人的素质。它用自己学科特有的优良品质陶冶人、启迪人、充实人,促使人的素质全面发展;它是一种文化(数学文化),使人得到数学方面的修养,更好地理解、领略和创造现代社会文明;它是一种方法,使人善于处世和做事,提高工作效率;它是一种精神和态度,

使人实事求是,锲而不舍地追求自己的人生理想;它是“思维的体操”,使人思维敏锐,表达清晰。

受过良好数学教育的人,他们在数学方面的学习和训练所形成的科学素质,都将为其所从事的职业和一生可持续发展奠定坚实的基础。数学中把握概念的准确性,会使他们的工作中不走偏、不曲解他人的思想;数学中讨论问题的严谨性,会使他们的工作中避免遇事含糊不清或流于空泛的讨论;数学中严密的逻辑思维,会使他们的工作中具有洞察事物本质,并迅速找出解决问题方法的能力;数学中严格、简要的叙述和论证,会使他们的工作中形成不拖泥带水的工作作风;数学中演绎和归纳的训练,会使他们的工作中善于分析和综合,避免片面性……人各方面的素质几乎都与数学教育有关。

(二) 数学在自然科学中的作用

事实证明:不同层次高质量的科学和数学教学(包括小学、中学和大学的教学在内),是一个国家发展和保持科研实力的关键因素之一。充分认识数学的科学教育功能,不仅仅是数学界、科学界、教育界的当务之急,也是政府部门乃至全社会的当务之急。

数学在科学中具有至高无上的重要性。当今社会的发展与繁荣靠的是科学技术,而科学技术的发展又依赖于数学。例如,现代物理越发展越数学化,杨振宁的规范场理论就体现在数学上,其实质是数学家陈省身的纤维丛理论;物质的微观结构本来就与几何学密切相关,DNA 是一种双螺旋结构,它是数学中纽结理论的研究对象;经济结构模型、人工智能数学

模型、神通广大的电脑等则更能体现数学应用的广泛性。

（三）数学在社会科学中的作用

数学在社会科学中的作用日益扩大,尤其是电脑参与后所带来的巨大变革,使数学在社会中的地位日益提高,数学社会化、社会数学化已是明显的事实。人们已将数学对社会的贡献比喻为空气和食物对生命的作用,随着数学、科学(包括自然科学、社会科学)以及数学在社会中应用的发展,这一点将会显得越来越重要。不仅数学在自然科学中具有至高无上的重要性,数学在社会科学中同样具有决定性作用。例如,计量经济学、数理经济学等都直接应用数学的结论。近年来,许多诺贝尔经济学奖的获得者就是因借助了先进的数学理论和方法才作出重大贡献的。

（四）数学在职业教育中的作用

众所周知,高职院校学生的数学基础可能不一定很好,大多数学生对数学学习没有什么兴趣,甚至还经常听到部分学生在数学课堂上这样说:“我们是来学技术的,不是来学数学的。”这种认识带有极端的片面性,因为在学校每个学生所受的教育中,数学是一个重要的组成部分。一些工科专业,例如机电、电子、数控、计算机等,都会用到许多数学知识;而有些专业虽然用到数学的地方不是很多,为什么这些专业还要开设数学课呢?因为数学课是一门逻辑性极强的学科,数学学得好坏会影响一个人的学习能力。高职院校开设数学课,并不单纯为了学习数学这门课本身,而是将在学习数学时掌握

的思维方法、推理能力等用于指导其他学科的学习。

（五）数学学习的目标

许多刚刚初中毕业就进入高职院校的学生，他们在刚开始学习数学时还会延续初中的学习方法：买些参考书，做大量的课外习题。要想学好数学，必须要有一定量的习题训练，否则是学不好数学的。但高职院校的数学学习与中学的数学学习在目标与方法上都存在差异，高职院校的数学学习更加注重数学的应用性、实践性和数学能力的培养，注重利用在数学学习过程中形成的数学能力去指导数学本学科或其他学科的学习，以及指导自己今后的生产实践。

随着社会的发展，数学对人类生活的各个方面都将产生越来越深远的影响。职业教育就是面向劳动力市场的就业教育，学生在完成高职学业后将走上社会、服务社会，而在这之前学生应熟练掌握从事国家建设所必需的数学基础知识和基本技能，并逐步形成运用数学知识来分析和解决实际问题的能力。

二、数学学习的特点

胡作玄教授在《数学和社会》中写道：数学是什么？古往今来，看法不一，从数学所从属的工作领域看，数学是技术、是逻辑、是科学、是艺术、是文化……从数学的对象看，数学研究计算、研究数和量、研究现实世界的数量关系和空间形式、研究模型、研究演绎系统和形式系统、研究无穷……从数学的社

会价值看,数学是语言、是工具、是框架、是符号、是游戏……这些都可以作为数学的解释,但仍未能充分地概括出现代数学研究的全部特点。现在人们仍然不能给数学下一个完美无缺的、一成不变的定义,因为数学仍在不断地发展。

在今天,我们可以断言:没有数学,全部现代科学技术都不可能发展。因为“数学是基础科学的基础,数学是自然科学的皇后”。近年来,数学的应用突破了过去狭隘的范畴,它与自然科学、人文科学、社会科学相互渗透形成边缘科学,成为研究众多科学领域的有力工具,在掌握现代工程技术、人才培养、管理科学等方面发挥着日益显著的作用。此外,数学还拥有极大的潜力来帮助人们解决社会问题,例如当今社会最紧迫的人口、能源、环境和核战等四大危机。正如著名数学家华罗庚所指出的:“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,日用之繁,数学无所不在。”以前对哈雷彗星的预测、中间波的发现、海王星的观测等实例,都是数学在实际应用中所取得的令人瞩目的成功范例。

总之,数学无所不在、无所不包。可以毫不夸张地说:只要数学属于我们,那么宇宙的未来也就属于我们。让我们一起去揭示一个个尚未解开的数学之谜,领略数学的风采;让数学服务于社会和未来,发挥数学的潜力以帮助解决社会问题。

(一) 相互联系与对立统一

数学中充满了相互联系、运动变化和对立统一的双方。例如,正数与负数、加与减、乘与除、乘方与开方、微分与积分、

直线与曲线、有限与无限、数与形、常量与变量、已知与未知、特殊与一般、简单与复杂等都是以对方为自己存在的前提，它们共处于同一个统一体中，并且按一定条件向对方转化；函数相关性概念更直接和具体地反映现实世界的现象，并且体现着现实世界的动态和实际量之间的相互制约。数学中的一些概念如对应、函数、变换、无限、连续等都充满着辩证因素，概念的发生、深化、发展以及概念间的相互关系也反映各概念内部的矛盾运动。

（二）高度的抽象性

同其他学科相比，数学是比较抽象的。数学的抽象性表现在哪里呢？那就是暂时撇开事物的具体内容，仅仅从抽象的数的方面去进行研究。例如在简单的计算中，“ $2+3$ ”既可以理解成两棵树加三棵树，也可以理解成两台机床加三台机床。

在数学里，我们撇开树、机床的具体内容，而只研究“ $2+3$ ”的运算规律，只要掌握了这个规律，那么不论是树、机床，还是汽车或者别的什么事物都可以按加法的运算规律进行计算。乘法、除法等运算也都是研究抽象的数，撇开了具体的内容。

数学中的许多概念都是从现实世界抽象出来的。例如几何学中的“直线”这一概念，并不是指现实世界中拉紧的线，而是把现实中线的质量、弹性、粗细等性质都暂时撇开，只留下了“向两方无限伸长”这一属性，但现实世界中并没有向两方无限伸长的线。几何图形的概念、函数的概念都是比较抽象

的。抽象并不是数学独有的属性,而是任何一门学科乃至人类思维都具有的特性,只不过数学的抽象性具有不同于其他学科的抽象性特征罢了。

数学研究的对象是非常现实的材料,但数学仅仅从空间形式和数量关系方面来反映客观现实,以高度抽象的形式出现。高度的抽象性是数学的特点与优点,正因为如此,数学才具有广泛的应用性。

数学学习者必须在揭示数学概念、定理、公式、法则的同时,发挥其高度抽象性的优点,为数学的广泛应用打下扎实的基础;另一方面,高度的抽象性也表现出逻辑上的严密性。数学学习不仅可以培养学习者的空间想像力,而且可以培养学习者分析、综合、概括、抽象、类比、归纳、推理、论证等逻辑思维能力。

(三) 精确性与严格性

数学的精确性表现为数学定义的准确性、推理逻辑的严格性和数学结论的确定性与无可争议性,但数学的严格性不是绝对的、一成不变的,而是相对的、发展的,符合人类认识不断深化和发展的客观规律。

(四) 广泛的应用性

数学是研究现实世界数量关系和空间形式的一门学科,更一般地说,数学是研究现实世界“量的关系”的科学。在日常生活和科学研究中,凡涉及数量关系和空间形式的方面,都要用到数学。在天文学、力学、物理学、化学等自然科学中,用