

Image Segmentation Theory and Algorithms
Based on Gap Statistics

基于Gap统计的
图像分割理论与算法研究

黄陈蓉 著

Huang Chenrong

Image Segmentation Theory and Algorithms
Based on Gap Statistics

基于Gap统计的
图像分割理论与算法研究

黄陈蓉 著

Huang Chenrong

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书余而分析与总结了前人关于图像分割的随机统计模型、几何分析模型和神经网络模型等,首次提出了基于“Gap Statistic”的思想来研究图像分割的理论与算法;提出了函数 Gap 的一般概念,分析了不同函数 Gap 之间的关系;利用函数 Gap 的理论,研究了图像的 Gap 统计特性,提出了边缘检测的 Gap 统计模型和图像中点 Gap 的概念,研究了图像中边缘的点 Gap 特征,导出了广义阶跃边缘和广义屋脊边缘的表示方法;建立了图像多尺度边缘检测的点 Gap 模型,并提出了点分布 Gap 的图像多尺度边缘检测算法。基于 Gap 统计理论,利用图像像素之间的近程和远程相关性,提出了加权 Gap 的概念和多尺度加权邻域的图像边缘检测模型与算法;建立了图像分割的 Gap 统计模型,并给出了较为详细的算法;分析了图像分割 Gap 统计模型中正则部分和奇异部分的特点,导出了区域特征自相似函数的分割结果与模型调节参数的关系。比较了用于图像分割的 Gap 统计模型与 Mumford-Shah 模型,结果表明,图像分割 Gap 统计模型的复杂度明显低于 Mumford-Shah 模型。

本书可作为计算机科学与技术及相关专业的研究生和本科生的专业课教材,也可供从事图形图像研究的工作人员参考。

版权所有。侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

基于 Gap 统计的图像分割理论与算法研究 / 黄陈蓉著. —北京:清华大学出版社, 2007.11

ISBN 978-7-302-16205-6

I. 基… II. 黄… III. 图像处理 IV. TP391.41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 152712 号

责任编辑:庄红权

责任校对:王淑云

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社总机:010-62770175

投稿咨询:010-62772015

印刷者:北京鑫丰华彩印有限公司

装订者:三河市新茂装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:140×203 印 张:4.125

版 次:2007年11月第1版

定 价:38.00元

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

邮购热线:010-62786544

客户服务:010-62776969

字 数:103千字

印 次:2007年11月第1次印刷

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:010-62770177 转 3103 产品编号:027569-01

图像处理与模式识别是一门新兴交叉学科,其中边缘检测、图像分割以及目标的表达等都是该学科的主要研究方向。而图像分割又是图像处理、模式识别和人工智能等领域中一项十分重要的研究内容,也是图像理解的基础和计算机视觉领域低层次视觉的经典研究难题。

由于图像边缘检测、图像分割等问题的重要性和复杂性,从 20 世纪 70 年代起就吸引了许多专家、学者进行研究,并为之付出了巨大的努力,至今已提出了上千种算法,而且每年还有上百篇相关的研究成果报导。在理论研究方面,主要有随机统计模型、几何分析模型以及计算机视觉感知模型。近几年来,基于数据挖掘技术的方法也普遍被学术界认可,在实际中得到了广泛的应用。目前图像分割已广泛应用于遥感、工业检测、机器人视觉、军事、生物医学、地质、海洋、气象、农业、灾害治理、货物检测、邮政编码、金融、公安、银行、工矿企业、冶金、渔业、机械、交通、电子商务、多媒体网络通信等领域。

随着图像处理与机器视觉实用化系统研究的不断进展,如基于内容的图像检索系统、智能监视系统、视觉引导的智能交通系统、手写体字符/人脸/指纹/虹膜识别系统等,图像分割已成为图像处理与计算机视觉必不可少的重要部分,也是图像处理理论发展的瓶颈之一。

本书作者长期从事图形图像方面的研究和教学工作,本书是作者结合“基于 IBR 的仿真图像生成理论与技术研究”、“仿真实时图像生成和分析系统”以及“虚拟数控加工技术中关键技术的研究”等科研项目研究成果而撰写的专著。本书以 Gap 统计方法为主线,系统深入地介绍了基于 Gap 统计方法的图像分割理论与算法,全书

基于 Gap 统计的图像分割理论与算法研究

共分 5 章,其主要内容如下。

第 1 章概述了图像分割的现有理论、技术与 Gap 统计方法及其应用的研究现状。

第 2 章系统地阐述了函数 Gap 的基本理论和一般概念,并依据对边缘判断的特征或标准不同,介绍了几种具体的函数 Gap,如分布 Gap 和转移 Gap 等,分析分布 Gap 和分布特征 Gap 的关系,讨论分布 Gap 和转移 Gap 对边缘检测的侧重点。利用函数 Gap 将图像的边缘检测定义为 Gap 算子的检测结果。最后介绍根据图像区域内灰度分布及灰度转移关系的差异性而提出的图像具有随机特征的边缘检测模型。

第 3 章介绍图像点 Gap 的概念及其性质,同时介绍根据像素点邻域内灰度分布的差别提出的基于点 Gap 的图像边缘检测模型。该模型从图像灰度的随机分布特征出发,考虑像素所在空间灰度变化的规律,其检测的结果与尺度相关。间隙统计分布模型还可以较好地地区分图像纹理和平滑区。本章同时论述利用反分布函数建立的图像边缘检测的多尺度灰度点 Gap 模型,针对模型给出了较为详细的图像检测边缘算法及其优化结果。

第 4 章在第 3 章多尺度灰度 Gap 统计模型的基础上,引入多尺度的加权邻域,使得 Gap 算子图像边缘检测方法更加符合人对图像边缘的认识规律,在详细分析加权 Gap 算子的基础上给出图像多尺度边缘检测的加权邻域点 Gap 模型及其算法。最后,分析并比较 Gap 算子与 Sobel 边缘检测算子之间在边缘检测方面的相互关系和不同之处。

第 5 章基于 Gap 统计思想,根据分布的差别给出图像分割 Gap 模型,该模型从图像灰度的随机分布特征出发,考虑了图像在空间灰度分布的差别;分析 Gap 统计模型的正则部分和奇异部分,并通过分析区域特征自相似函数分割结果,依照调节参数变化的关系,验证了该模型。从比较 Gap 模型与 Mumford-Shah 模型的结果,得出

Gap 模型具有新的统计特征和分割参数少等优点的结论。

本书可作为计算机科学与技术及相关专业的研究生和本科生的专业课教材,也可供从事图形图像研究的工作人员参考。本书的出版将对图像边缘检测和图像分割的理论与算法的教育和研究有所裨益,希望能引起同行学者及专家们的兴趣与讨论。

刘 亮

南京大学计算机科学与技术系

教授、博士生导师

2007 年 7 月 9 日

1 绪论	1
1.1 研究的目的是和意义	1
1.2 图像分割理论的研究现状	3
1.2.1 图像分割随机统计模型.....	3
1.2.2 图像分割几何分析模型.....	5
1.2.3 图像分割神经网络模型.....	9
1.3 Gap 统计方法的研究现状.....	12
1.4 研究的主要内容.....	13
1.4.1 研究内容的组织	13
1.4.2 主要成果与创新点	13
2 图像的 Gap 统计特性	15
2.1 引言.....	15
2.2 Gap 定义.....	16
2.2.1 Gap 一般定义	16
2.2.2 分布函数 Gap 算子	18
2.2.3 分布函数特征 Gap 算子	33
2.2.4 转移概率 Gap	35
2.2.5 秩和 Gap	37
2.2.6 一般 Gap 与具体 Gap 的关系.....	38
2.3 边缘检测的 Gap 统计模型	39
2.3.1 边缘检测的一致性标准	39
2.3.2 图像处理实例	40

基于 Gap 统计的图像分割理论与算法研究

2.3.3	图像处理结果分析	41
2.4	本章小结	42
3	图像多尺度边缘检测的点 Gap 模型	43
3.1	引言	43
3.2	点 Gap	43
3.2.1	半邻域	43
3.2.2	相对半邻域	44
3.2.3	点 Gap 的定义	45
3.2.4	点分布 Gap	45
3.2.5	点转移 Gap	47
3.2.6	点顺序秩和 Gap	48
3.3	基于点 Gap 特征的图像边缘检测模型	48
3.3.1	图像边缘分类	48
3.3.2	图像边缘的点 Gap 特征	49
3.3.3	图像边缘模型	51
3.4	离散区域的邻域	52
3.4.1	离散内邻域和内半邻域	53
3.4.2	离散外邻域和外半邻域	54
3.5	基于点 Gap 的图像边缘检测算法	56
3.6	点分布 Gap 的图像多尺度边缘检测	57
3.6.1	点分布 Gap 优化算法	57
3.6.2	实验结果与分析	59
3.7	点顺序秩和 Gap 的图像多尺度边缘检测	67
3.7.1	边缘隶属度	67
3.7.2	边缘检测的隶属度模型	67
3.7.3	边缘隶属度模型的特点	69
3.8	本章小结	70

4 图像多尺度边缘检测的加权邻域 Gap 模型	72
4.1 引言.....	72
4.2 Markov 随机场和 Gibbs 随机场	72
4.2.1 Markov 随机场简介	72
4.2.2 Gibbs 随机场简介	76
4.3 邻域权重函数.....	77
4.3.1 邻域权重密度函数	78
4.3.2 邻域权重的可分离密度函数	78
4.3.3 邻域的尺度	79
4.3.4 加权经验分布函数	81
4.3.5 加权样本	81
4.4 加权图像边缘检测模型与算法.....	81
4.4.1 相对半平面	81
4.4.2 半平面加权分布函数	82
4.4.3 基于加权邻域 Gap 模型的图像边缘检测 模型算法	82
4.5 实例与分析.....	83
4.5.1 不同尺度下检测出的边缘图	83
4.5.2 加权模型抗噪声特点	83
4.5.3 加权模型与非加权模型的比较	85
4.5.4 Sobel 算子与 Gap 算子的比较	85
4.6 本章小结.....	87
5 图像分割的 Gap 统计模型	88
5.1 引言.....	88
5.2 图像分割的假设.....	89
5.3 图像函数间隙.....	91

基于 Gap 统计的图像分割理论与算法研究

5.3.1	图像函数的特征	91
5.3.2	图像函数总间隙	92
5.3.3	图像函数全间隙	93
5.4	图像分割的 Gap 统计模型	94
5.4.1	Gap 统计模型	94
5.4.2	图像模型的正则与奇异部分	94
5.4.3	区域特征自相似图像分割模型分析	95
5.4.4	图像 Gap 统计分割模型与 Gap 统计方法	96
5.4.5	Gap 模型与 Mumford-Shah 模型比较	97
5.5	基于 Gap 统计模型的图像分割算法	97
5.5.1	分割算法实现的基本思想	97
5.5.2	区域合并的判断准则	98
5.5.3	区域合并的数据结构	98
5.5.4	区域合并的算法流程	100
5.5.5	运行结果	102
5.6	本章小结	106
结论		107
致谢		109
参考文献		110

绪 论

1.1 研究的目的是和意义

图像处理与模式识别是一门前沿的交叉学科,其中边缘检测、图像分割以及目标的表达等都是该学科的主要研究方向。而图像分割又是图像处理、模式识别和人工智能等领域中一个十分重要的研究课题,也是图像理解的基础和计算机视觉领域低层次视觉的经典研究难题。

由于图像分割理论与技术的迅猛发展,目前图像分割已广泛地应用于遥感、工业检测、机器人视觉、军事、生物医学、地质、海洋、气象、农业、灾害治理、货物检测、邮政编码、金融、公安、银行、工矿企业、冶金、渔业、机械、交通、电子商务、多媒体网络通信等领域,图像分割的应用小到检查癌细胞、精密零件表面缺陷检测,大到处理卫星拍摄的地形地貌照片等。在所有这些应用领域中,最终很大程度上依赖于图像分割的结果。因此为了对物体进行特征提取和识别,首先需要把待处理的物体(目标)从背景中划分出来,即图像分割。例如:在汽车车型自动识别系统中,从 CCD 摄像头获取的图像中除了汽车之外还有许多其他的物体和背景,为了进一步提取汽车特征、辨识车型,图像分割是必须的。在一些复杂的问题中,现有的分割技术都不能得到令人满意的结果,原因在于计算机图像处理技术是对人类视觉的模拟,而人类的视觉系统是一种神奇的、高度自动化的生物

图像处理系统。目前,人类对于视觉系统生物物理过程的认识还不够深入,计算机图像处理系统要完全实现人类视觉系统、形成计算机视觉,还有一个很长的研究过程,因此从原理、应用和效果的评估上深入研究图像分割技术是十分重要的。

由于图像边缘检测、图像分割等问题的重要性和复杂性,从 20 世纪 70 年代起就吸引了许多专家、学者进行研究,并为之付出了巨大的努力。至今已提出了上千种算法,而且近几年每年都有上百篇相关的研究成果报导。理论研究方面,主要有随机统计模型、几何分析模型以及计算机视觉感知模型。在随机统计建模方面,有多种随机模型以及其他各种统计模型。近几年来,基于数据挖掘技术的方法也普遍被学术界认可,在实际中得到了广泛的应用。通过使用这种技术,存在于海量信息中的新的、有用的信息可以被及时、有效的发现。

当前图像处理与机器视觉实用化系统的研究虽已取得了不少成果,如基于内容的图像检索系统、智能监视系统、视觉引导的智能交通系统、手写体字符/人脸/指纹/虹膜识别系统等,但相关的理论研究并没有取得突破性的进展。图像分割是图像处理与计算机视觉必不可少的重要环节,也是图像处理理论发展的瓶颈之一^[1]。

鉴于 Gap Statistic(Gap 统计)在数据挖掘领域的脱颖而出及其在日本投资模式分析中的成功应用,本书首次运用 Gap Statistic 思想,系统深入地研究了图像边缘检测和图像分割的理论与算法,并提出了一系列 Gap 函数理论及基于 Gap 统计方法的图像边缘检测和分割的模型,即基于点 Gap 的图像边缘检测的 Gap 统计模型、多尺度加权邻域 Gap 统计图像边缘检测模型、图像分割的 Gap 统计模型等。

1.2 图像分割理论的研究现状

1.2.1 图像分割随机统计模型

1975年 Hunt 提出了 Gauss 随机场模型,它假定图像是先验的多变量 Gauss 分布^[2,3]。针对特殊的短曝光天文图像、医学 CT 图像等,研究者们提出了 Poisson 随机场模型^[4]。1925年,德国的 Ising 提出了 Gibbs 随机场模型^[5]。20世纪70年代,Averintsev 和 Besag 等人的 Hammersley-Clifford 定理(即 Markov 随机场和 Gibbs 随机场等价)将 Gibbs 随机场(Gibbs Random Fields,GRF)的大量研究成果推广到 Markov 随机场(Markov Random Fields,MRF)^[6~9],从而使 Markov 随机场、Gibbs 随机场以及 Markov-Gibbs 随机场(Markov-Gibbs Random Fields,MGRF)成为最具影响力的模型。MRF 理论的研究起源于20世纪60年代,而将 MRF 理论应用于图像建模最早是由 Cross 和 Jain 提出的^[10],在 Geman D. 和 Geman S. 发表了采样 Gibbs 分布的随机松弛算法研究论文后,该模型就受到了图像处理领域研究者的广泛关注。该研究论文详细地讨论了 MRF 的邻域系统、能量函数和 Gibbs 采样等各种问题,提出用模拟退火算法来极小化能量函数的方法,并给出了模拟退火算法收敛性的证明,为基于 MRF 模型的图像处理提供了理论基础。同时 Geman S. 和 Geman D. 提出包括线过程的 Markov 随机场模型。Markov 随机场理论可广泛应用于图像处理,包括纹理合成、图像分割和纹理分析,但由于对于合并相隔很远的像素有一定的困难,因而其效果受到一定的影响。Mumford 等人从信号的一个稀疏表示出发建立了 Markov 随机场模型,如小波域 Markov 随机场模型。由于小波变换多分辨率的特征允许建立包含近程和远程相关性的 MRF 模型^[11],近年来提出的分层 MRF 模型,在层与层之间建立了

基于 Gap 统计的图像分割理论与算法研究

因果关系^[12,13]。1998 年 Crouse M. S. 等人将小波变换与隐 Markov 模型相结合,建立了小波域隐 Markov 模型^[14]。

比较常用的统计模型还有混合概率分布模型,这种模型将图像中每一个像素的灰度值看作是几个概率分布,通过优化基于最大化后验概率的目标函数来估计这几个概率分布的参数和它们之间的比例。Giordana N. 等人讨论了一种利用隐 Markov 链模型的混合分布^[15]。Gupta L. 等人给出 Gaussian 混合分布模型^[16]。Michael J. B. 以图像的梯度信息作为分析样本,认为边缘是只在少量时间内出现、不同于平坦区域分布且具有另一种分布的数据,称为异常值;而对于存在异常值的序列,使用一般的最小二乘将导致极不稳定的分析和处理结果。他们分析了各向异性扩散与鲁棒性估计理论之间的关系,特别是分析了 Perona-Malik 各向异性扩散方程中边缘停止函数与鲁棒性范数之间的关系^[17,18]。

阈值分割技术是经典的、流行的图像分割方法之一,也是最简单的一种图像分割方法,这种方法的关键在于寻找适当的灰度阈值。阈值分割可以通过全局的信息如整个图像的灰度直方图,或者局部信息来实现。如果在整个图像中只使用一个阈值,则这种方法叫做全局阈值法。反之,如果这个图像被分割成几个区域,针对每一个区域均有一个阈值,则这种方法叫做局部阈值法。一些学者认为也可以把阈值分割技术分为单阈值法和多阈值法。在单阈值法中,整个图像分成两个区域,即目标对象和背景;当整个图像由几个带有不同特征的对象组成时(对于灰度图像,表示具有不同灰度值的目标)需要几个不同的阈值,这就是多阈值法。在这种情况下,我们的目的是获得一个阈值集合 (t_1, t_2, \dots, t_k) ,使得所有灰度值满足 $f(x, y) \in [t_i, t_{i+1}]$ 的像素点构成第 i 个区域,其中 $i=0, 1, \dots, k$ 。阈值分割法也可以看成是一个分类问题,比如单阈值分割中,相当于把所有像素点分成两类:目标和背景。

基于目标几何与统计模型的分割方法,是将目标分割与识别集成在一起的方法,常称作为目标检测或提取^[19~27]。其基本思想是将有关目标的几何与统计知识表示成模型,将分割与识别变为匹配或监督分类。常用的模型有模板模型、特征矢量模型、基于连接的模型等。模板通常是根据目标的几何形状特征定义的,有固定和可变两种类型,人脸检测中的“特征脸”就是一种典型的模板。成像条件的变化会影响图像中物体的形状,因此基于固定模板的分割适应性较差。目前的解决方案有两种:一是充分考虑可能出现的各种成像条件,对一种目标定义多个不同的模板;二是采用可变模板。基于特征矢量模型的分割采用了传统的统计分类思想,对训练图像集进行特征提取后构成目标的特征矢量模型,分割时对输入图像的像素或区域进行基于最近距离的监督分类,以检测所需目标的位置。

1.2.2 图像分割几何分析模型

图像分割能够通过检测不同区域的边缘来获得。灰度图像的边缘一般是指那些灰度发生突变的点集。Davis 把边缘检测技术分成两类:串行技术和并行技术。串行技术依赖于边缘检测算子对前一点判断的结果;并行技术则依赖于当前点及其邻域点。常见的边缘检测方法有差分法和模板匹配法。边缘灰度变化规律一般体现为阶梯状或者脉冲状,对于阶梯状边缘可以用梯度下降算子、Roberts、Prewitt、Sobel 等一阶差分算子得到差分值,对于脉冲状边缘可用二阶差分算子如拉普拉斯(Laplacian)算子等得到差分值。由于拉普拉斯算子对于灰度值变化呈阶梯状时有一个过零点,因此,对于角点、线和孤立点的检测效果较好。Marr 和 Hildreth 提出的拉普拉斯高斯(Laplacian Gaussian, LG)算子也是一种典型的边缘检测算子,其算子的高斯(Gaussian)部分相当于低通滤波器,LG 算子的拉普拉斯部分相当于高通滤波器。

区域增长也是一种计算机视觉领域中的图像分割方法,适合于

分割纹理图像,既可以用灰度与局部特征值信息进行简单的聚类,也可以用统计均匀性检测进行复杂的分裂与合并处理。图像分割中的区域增长技术^[28~46]是一种适用于高反差的简单图像的分割技术,但不能满足灰度渐变或以某种纹理来表征不同区域的复杂图像的分割。这种方法是把一幅图像分成许多小区域开始的,这些初始的小区域可能是小的邻域甚至是单个像素。在每个区域中,通过计算能反映一个物体内部像素一致性的特征,作为区域合并的判断标准。这些用于区分不同物体内部像素一致性的特征包括平均灰度值、纹理,或者颜色信息等。区域合并的第一步是赋给每个区域一组参数(即特征),这些参数能够反映区域属于哪个物体。接下来对相邻区域的所有边界进行考查,相邻区域的特征值之间的差异是计算边界强度的一个尺度。如果给定边界两侧的特征值差异明显,那么这个边界很强,反之则弱。强边界允许继续存在,而弱边界被消除,相邻区域被合并。因此区域合并是一个迭代过程,每一步都将重新计算被扩大区域的物体内部各像素一致性的特征,并消除弱边界。没有可以消除的弱边界时,区域合并过程结束,这时,图像分割也就完成。这个过程使人感觉一个物体内部的区域不断增长直到其边界对应于物体的真正边界为止的“生长”过程。

1992年,Rudin和Osher等人提出了有界变差(Bounded Variation, BV)图像模型^[47]。图像的全变差被定义为 Radon 测度上的积分,将有界变差和有界振幅结合起来,即将图像建模为具有典型水平集和有限长度的“轮廓”。Mumford和Shah提出了Mumford-Shah模型,即“目标与边缘模型”,该模型认为理想的图像应该是由分片均匀的目标与正则的边缘曲线组成^[48,49]。Giorgi证明了Mumford-Shah模型是BV空间中求解能量函数的最优解。BV模型较好地刻画了图像中视觉重要的边缘结构。2001年小波理论的奠基人之一Meyer.Y进一步提出了基于“ $u+v$ ”模式(u 称为图像的卡通部分, v 表示图像的部分纹理)的全变差最小和振动模式的纹理建模理

论^[50]。人们提出了一系列与 BV 模型和 Mumford-Shah 模型类似的变分模型。由于变分模型往往可以导出非线性 PDE, 而图像处理中的偏微分方程往往能找到相应变分泛函形式。因此基于变分模型和基于 PDE 的图像处理方法, 统称为变分 PDE 方法。著名的图像处理 PDE 有 Perona-Malik 各向异性扩散方程^[17]、Catté F. 提出的规整化 Perona-Malik 方程^[51]、Osher 和 Rudin 提出的图像增强型 Shock 滤波器^[52]和 Weichert 提出的基于张量方法的各向异性扩散方程^[53~56]。1987 年, Alvarez、Guichard、Lions、Morel 等人提出的尺度空间理论, 建立了尺度空间理论与 PDE 之间桥梁^[57]。1987 年, Kass 和 Terzopoulos 提出了 Snake 模型^[58]。Cohen 提出了 Balloon 模型^[59, 60], Xu Chenyang 提出了基于梯度矢量流的 GVF (Gradient Vector Flow) 模型和推广的 GVF 模型^[61]。基于 Snakes 模型的图像分割^[62~69]可用于描述分割目标的动态轮廓。由于 Snakes 模型的能量函数采用积分运算, 具有较好的抗噪性, 对目标的局部模糊也不敏感, 因而适用性很广。但这种分割方法容易收敛到局部最优, 因此要求初始轮廓应尽可能靠近真实轮廓。此外, 这种分割方法的收敛速度较慢。为克服局部最优问题, 文献[63]采用一个两层感知器网络来近似所需轮廓点的特征; 文献[64]采用了内外两个初始轮廓, 迭代过程中对能量函数较大的轮廓增加驱动力, 使其靠近另一个轮廓, 直到两个轮廓收敛到同一个解, 从而增加了逃离局部最优的能力, 允许初始轮廓远离真实轮廓。为加快算法的收敛速度, 提出了基于邻域搜索的 Greedy 算法^[66]、快速 Greedy 算法^[70]。对 Snakes 模型和分割算法的其他改进还有: 刘剑函等人增加了一个与形状有关的约束项, 并对 Greedy 算法进行了改进, 增强了算法的稳定性^[67]; Cohen 等人通过在模型中增加一个膨胀力, 使轮廓能够更好地避开伪边缘^[59]; Poon 等人增加了有关区域信息的约束条件, 并采用模拟退火算法以得到全局最优解^[68]; McInerney 等人提出了一种拓扑自适应的 Snakes 模型, 能够得到具有分支或由若干闭合曲线构成的复杂