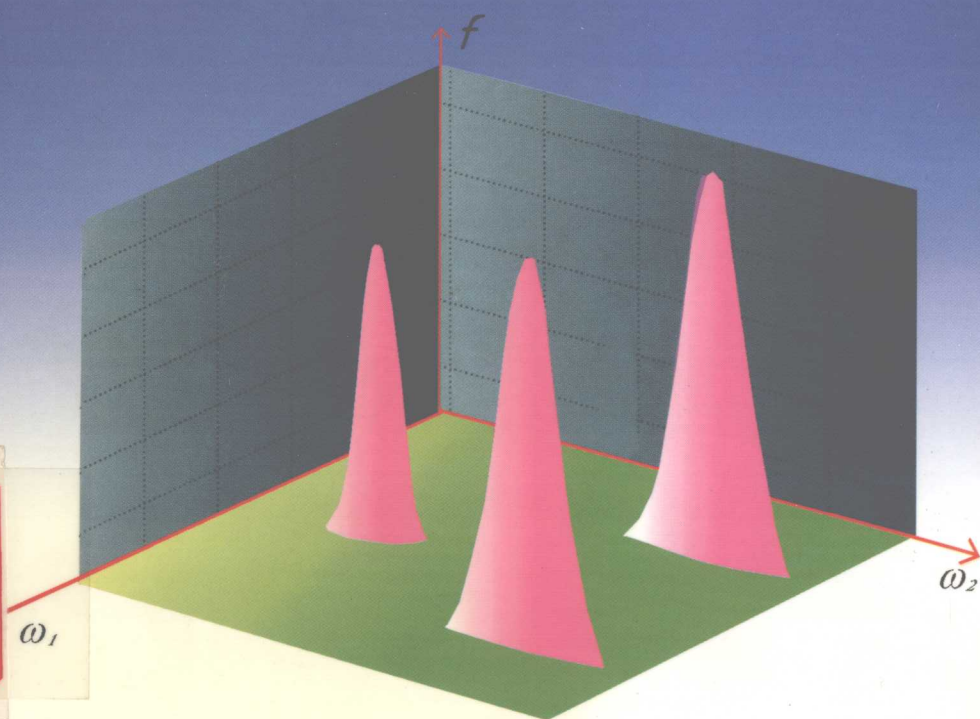


中国地质大学“211工程”学术著作出版基金资助

高阶统计量与 随机信号分析

李宏伟 程乾生 著



中国地质大学出版社

中国地质大学“211 工程”学术著作出版基金资助

高阶统计量与随机信号分析

李宏伟 程乾生 著



中国地质大学出版社

内容提要:本书以统计分析为基础,论述了高阶统计量的理论和方法及其在几个典型的随机信号分析问题中的应用。全书共分八章,内容包括:矩、累积量和高阶谱,累积量及其谱的估计,循环平稳随机过程与混合时间平均,乘性和加性噪声中的谐波恢复,调幅混合相位信号分析,几乎周期 MA 信号分析,谐波信号混合累积量估计的收敛性分析,多项式相位信号参数估计的收敛性分析。

本书可作为应用数学、信息与计算科学、信号与信息处理、系统理论、自动控制等专业的大学教师、研究生和高年级大学生的教学参考书,同时对从事时间序列分析和信号处理理论与应用研究的科技工作者有参考和使用价值。

图书在版编目 (CIP) 数据

高阶统计量与随机信号分析/李宏伟,程乾生著. —武汉:中国地质大学出版社, 2002.12

ISBN 7-5625-1730-4

I. 高…

II. ①李…②程…

III. 随机信号-信号分析-统计分析

IV. O211.61, TN911.6

高阶统计量与随机信号分析

李宏伟 程乾生 著

责任编辑:赵来时

责任校对:明 高

出版发行:中国地质大学出版社(武汉市洪山区鲁磨路 31 号) 邮编:430074

电话:(027)87482760 传真:87481537 E-mail: cbo@cug.edu.cn

开本:880 毫米×1230 毫米 1/32

字数:210 千字 印张:6.625

版次:2002 年 12 月第 1 版

印次:2002 年 12 月第 1 次印刷

印刷:武汉市科普教育印刷厂

印数:1—500 册

ISBN 7-5625-1730-4/O·56

定价:18.00 元

如有印装质量问题请与印刷厂联系调换

序 言

随机信号分析与处理是众多学科发展的重要基础之一，基于高阶统计量的理论和方法进行随机信号分析是当前信号与信息处理领域的一个前沿课题。目前，在相关的国内外著名刊物和国际会议上，每年都有大量的研究成果发表。当前对于高阶统计量的研究，不仅体现在具体的信号处理问题的应用上，而且还包括其本身的理论完善和方法的发展。

本书作者多年来从事高阶统计量理论和应用的研究工作，作为作者之一的程乾生教授是我国最早从事这方面研究工作的学者之一，他早在 1986 年的全国信号处理大会上就作过关于随机信号高阶累积量分析的大会报告。经过多年的潜心研究，他们取得了一系列高水平的研究成果，多数发表在国际、国内著名刊物上，受到国内外学者的关注。这些研究工作的积累，为著述本书奠定了很好的基础。

本书的特点之一是在论述高阶统计量的数学理论基础的同时，对现代随机信号分析涉及的几个典型问题的最新研究成果进行介绍；特点之二是重视各种估计的统计性质分析，在较高层次上论述高阶统计量的理论和方法；特点之三是既保持数学上的严谨性，又具有应用上的广泛性，理论分析和方法应用并重。

本书比较系统地介绍了高阶统计量的理论基础和作者的研究成果，结构合理，既可供从事高阶统计量理论和应用两方面研究工作的科技工作者参考，又可作为教师和学生的参考书和教材。

我衷心希望本书的出版能够进一步普及高阶统计量的理论和方法，推动这一理论和方法在随机信号分析领域中的应用和发展。

李启虎

2002 年 11 月

前 言

信号与信息处理是信息科学领域近十几年来发展最为迅速的学科之一。作为其重要组成部分的随机信号分析与处理的发展更是引人注目,且越来越受到国内外学术界的重视。现代随机信号分析与处理的一个显著特征是研究非高斯、非线性、非最小相位、非平稳及有色噪声信号,其主要的数学工具之一是高阶统计量(包括高阶循环统计量),这是近年来得到迅速发展和广泛应用的一种随机信号分析的新工具。

众所周知,传统的功率谱和相关函数(二阶统计量)在研究高斯信号和线性因果最小相位系统时是适用的。但是,随着应用领域的扩大和科学技术的进一步发展,人们面临着许多非高斯、非线性、非最小相位、和非平稳的信号或系统的研究问题,同时背景噪声往往是(高斯或非高斯)有色的。对于这些问题,功率谱方法难以适用,这是由于信号或过程的二阶统计量仅包含振幅信息而不包含相位信息。而高阶统计量的一个最大特点是同时包含了振幅信息和相位信息。与传统的二阶统计量相比较,高阶统计量主要有如下显著优点:能抑制功率谱未知的加性有色高斯噪声的影响;能辨识非因果、非最小相位系统和重构非最小相位信号;能检测和表征信号的非线性性质和辨识非线性系统;能检测和表征信号的循环平稳性质、抑制

平稳噪声，等等。正是这些优点使得高阶统计量大大超越功率谱和相关函数而成为现代随机信号分析与处理的一种强有力的工具。

近十几年来，高阶统计量的研究处于蓬勃发展阶段，不仅形成了其基本的理论，而且在通信、雷达、声纳、图像处理、语音处理、振动分析、地质信息处理、地球物理、生物医学、管理工程和经济学等众多领域获得了广泛而又成功的应用。由于高阶统计量在随机信号处理问题中所显示的巨大潜力，广大科技工作者对在相关研究领域应用高阶统计量的理论和方法表现出了浓厚的兴趣。为了系统总结高阶统计量的理论和方法，使更多的科技工作者、大学教师、研究生和高年级大学生学习、掌握和使用高阶统计量，了解它在随机信号处理领域的研究进展和动态，推动这一新领域的研究工作，作者撰著本书。

与国内外已出版的少量同类书籍相比较，本书以随机过程的基本理论为指导，介绍高阶统计量的理论和方法，注重阐述各个概念的数学定义、理论和方法的数学原理，将统计分析的观点贯穿于全书，对于各种估计的统计性质进行较为全面的讨论，并重点讨论了随机信号分析中的几个典型问题的处理方法。本书比较系统地介绍了作者近年来从事高阶统计量的理论和应用研究的成果，这些成果大部分发表在国内外刊物上。因此，本书包含了作者对在随机信号分析领域应用高阶统计量的见解和体会。从一定的意义上说，它也是作者所做的一系列理论和应用研究工作的总结。

全书共八章。第一章是全书的基础，主要介绍平稳随机过程的矩、累积量及其谱的定义与性质。第二章论述累积量和累积量谱的

估计及其统计性质。第三章介绍循环平稳随机过程的矩、累积量及其谱,重点讨论估计的强收敛性质。第四章讨论乘性和加性噪声中谐波恢复的循环统计量方法。第五章利用循环统计量讨论调幅混合相位信号的参数估计方法。第六章介绍几乎周期 MA 信号的参数估计方法。第七章讨论有噪声污染的确定性相位谐波信号混合累积量的单一记录估计,重点探讨估计的强收敛性质。第八章讨论基于高阶模糊函数的多项式相位信号的参数估计及其统计性质。

高阶统计量理论具有严密的数学基础和鲜明的物理意义,本书试图兼顾将要涉足和正在从事高阶统计量理论与应用研究两方面读者的需要,论述时尽量做到既保持数学上的严谨性又容易理解。但由于作者水平所限,书中缺点和错误在所难免,敬请读者批评指正。

中国科学院院士李启虎研究员热情关心本书的出版,并为本书作序。作者在完成本书过程中,得到了北方交通大学袁保宗教授的大力支持和悉心指导。中国地质大学王家映教授和苑金臣教授热情推荐本书出版,并提出了许多宝贵的意见。作者在此谨向他们致以衷心的感谢。另外,我们还要诚挚地感谢中国地质大学出版社的赵来时博士,他为编辑本书做了大量工作。

作者在本书中的研究工作得到了国家自然科学基金、高等学校博士学科点专项科研基金和国土资源部第一批年轻教师资助计划等的资助。最后,我们要特别感谢中国地质大学“211 工程”学术著作出版基金对本书给予的出版资助。

李宏伟 程乾生

2002 年 11 月

目 录

第一章 矩、累积量和高阶谱	1
1. 1 矩和累积量	1
1. 1. 1 随机变量的特征函数	2
1. 1. 2 矩和累积量的定义	7
1. 1. 3 矩和累积量的关系	10
1. 2 矩和累积量的性质	15
1. 3 高斯随机过程的矩和累积量	19
1. 3. 1 随机变量的情形	19
1. 3. 2 随机过程的情形	21
1. 4 矩谱和累积量谱	22
1. 4. 1 矩谱和累积量谱的定义	22
1. 4. 2 线性非高斯随机过程的累积量谱	27
参考文献	31
第二章 累积量及其谱的估计	33
2. 1 累积量的估计	33
2. 1. 1 矩估计及其统计性质	33
2. 1. 2 累积量估计及其统计性质	38
2. 2 累积量谱的估计	41

2. 2. 1 间接估计	41
2. 2. 2 Brillinger-Rosenblatt 高阶谱估计	43
2. 3 附录	46
2. 3. 1 定理 2.1 的证明	46
2. 3. 2 定理 2.3 的证明	51
参考文献	56
第三章 循环平稳随机过程与混合时间平均	58
3. 1 循环平稳随机过程的基本概念	58
3. 2 一般复过程的强大数律	66
3. 3 混合时间平均的收敛性	70
3. 4 时变的和循环的矩和累积量的估计	75
参考文献	79
第四章 乘性和加性噪声中的谐波恢复	81
4. 1 信号模型与循环累积量	82
4. 2 循环矩估计的一致收敛性质	88
4. 3 谐波信号参数估计与收敛性质	93
4. 3. 1 基于一阶循环累积量的谐波参数估计	93
4. 3. 2 基于二阶循环累积量的谐波参数估计	97
4. 3. 3 基于三阶循环累积量的谐波参数估计	101
4. 4 附录	104
4. 4. 1 定理 4.1 的证明	104
4. 4. 2 定理 4.3 的证明	110
4. 4. 3 推论 4.3 的证明	112

参考文献	114
第五章 调幅混合相位信号分析	116
5.1 信号模型与循环累积量	116
5.2 基本定理	119
5.3 循环多谱估计的参数方法	123
5.3.1 AR 模型参数估计	123
5.3.2 MA 模型参数估计	126
5.3.3 ARMA 模型参数估计	130
5.4 估计计算中的两个问题	131
参考文献	134
第六章 几乎周期 MA 信号分析	136
6.1 信号模型与累积量	136
6.2 闭式递推估计	140
6.3 法方程方法	144
6.4 定阶方法	147
6.4.1 基于时变累积量的模型定阶	148
6.4.2 基于循环累积量的模型定阶	150
参考文献	154
第七章 谐波信号混合累积量估计的收敛性分析	156
7.1 信号模型与混合累积量	157
7.2 几个引理	159
7.3 混合自相关函数估计的收敛性分析	164
7.4 四阶混合累积量估计的收敛性分析	166

7. 4. 1 谐波的四阶遍历条件	166
7. 4. 2 谐波信号的四阶遍历性	171
7. 4. 3 四阶混合累积量估计的强收敛性	174
参考文献	178
第八章 多项式相位信号参数估计的收敛性分析	180
8. 1 信号模型与高阶模糊函数	181
8. 2 估计的强收敛性分析	183
8. 3 系数估计的强收敛速度	185
参考文献	191

CONTENTS

CHAPTER 1	MOMENTS , CUMULANTS AND THEIR SPECTRUM	1
1. 1	MOMENTS AND CUMULANTS	1
1. 1. 1	Characteristic Functions of Random Variables	2
1. 1. 2	Definitions of Moments and Cumulants	7
1. 1. 3	Relationship Between Moments and Cumulants	10
1. 2	PROPERTIES OF MOMENTS AND CUMULANTS	15
1. 3	MOMENTS AND CUMULANTS OF GAUSSIAN PROCESSES	19
1. 3. 1	Case of Random Variable	19
1. 3. 2	Case of Stochastic Process	21
1. 4	MOMENT SPECTRA AND CUMULANT SPECTRA	22
1. 4. 1	Definitions of Moment Spectra and Cumulant Spectra	22
1. 4. 2	Cumulant Spectra of Non-Gaussian Linear Processes	27

REFERENCES	31
CHAPTER 2 ESTIMATION OF CUMULANT AND ITS SPECTRA	33
2. 1 ESTIMATION OF CUMULANTS	33
2. 1. 1 Estimates of Moments and Their Statistical Properties	33
2. 1. 2 Estimates of Cumulants and Their Statistical Properties	38
2. 2 ESTIMATION OF CUMULANT SPECTRA	41
2. 2. 1 Indirect Estimate	41
2. 2. 2 Brillinger-Rosenblatt Higher Order Spectral Estimator	43
2. 3 APPENDIX	46
2. 3. 1 Proof of Theorem 2.1	46
2. 3. 2 Proof of Theorem 2.3	51
REFERENCES	56
CHAPTER 3 CYCLOSTATIONARY STOCHASTIC PROCESSES AND MIXED TIME AVERAGES	58
3. 1 BASIC CONCEPTS OF CYCLOSTATIONARY STOCHASTIC PROCESSES	58
3. 2 STRONG LAW OF LARGE NUMBERS FOR COMPLEX-VALUED PROCESSES	66
3. 3 CONVERGENCE OF MIXED TIME AVERAGES	70

3. 4 ESTIMATES OF TIME-VARYING AND CYCLIC MOMENTS AND CUMULANTS	75
REFERENCES	79
CHAPTER 4 HARMONIC RETRIEVAL IN MULTIPLICATIVE AND ADDITIVE NOISE	81
4. 1 THE SIGNAL MODEL AND CYCLIC CUMULANTS	82
4. 2 UNIFORMLY CONVERGENCE OF THE ESTIMATES OF CYCLIC MOMENTS	88
4. 3 ESTIMATION FOR HARMONIC PARAMETERS AND CONVERGENCE	93
4. 3. 1 Harmonic Parameters Estimation Based on 1st Order Cyclic Cumulants	93
4. 3. 2 Harmonic Parameters Estimation Based on 2nd Order Cyclic Cumulants	97
4. 3. 3 Harmonic Parameters Estimation Based on 3rd Order Cyclic Cumulants	101
4. 4 APPENDIX	104
4. 4. 1 Proof of Theorem 4.1	104
4. 4. 2 Proof of Theorem 4.3	110
4. 4. 3 Proof of Corollary 4.3	112
REFERENCES	114
CHAPTER 5 ANALYSIS OF AM MIXED PHASE SIGNALS	116

5. 1	THE SIGNAL MODEL AND CYCLIC CUMULANTS	116
5. 2	BASIC THEOREMS	119
5. 3	PARAMETRIC METHODS OF CYCLIC POLYSPECTRAL ESTIMATION	123
5. 3. 1	Parameter Estimation of AR Model	123
5. 3. 2	Parameter Estimation of MA Model	126
5. 3. 3	Parameter Estimation of ARMA Model	130
5. 4	TWO PROBLEMS IN ESTIMATION	131
	REFERENCES	134
 CHAPTER 6 ANALYSIS OF ALMOST PERIODIC MA SIGNALS		
6. 1	THE SIGNAL MODEL AND CUMULANTS	136
6. 2	CLOSED-FORM RECURSIVE ESTIMATION	140
6. 3	NORMAL EQUATION APPROACHES	144
6. 4	ORDER DETERMINATION	147
6. 4. 1	Time-Varying Cumulants Based Order Determination	148
6. 4. 2	Cyclic Cumulants Based Order Determination	150
	REFERENCES	154
 CHAPTER 7 CONVERGENCE ANALYSIS OF MIXED CUMULANT ESTIMATES OF HARMONIC SIGNALS		
		156

7. 1	THE SIGNAL MODEL AND MIXED CUMULANTS	157
7. 2	SOME LEMMAS	159
7. 3	CONVERGENCE ANALYSIS OF MIXED AUTOCORRELATION FUNCTION ESTIMATES	164
7. 4	CONVERGENCE ANALYSIS OF FOURTH ORDER MIXED CUMULANT ESTIMATES	166
7. 4. 1	The Fourth Order Ergodic Conditions of Harmonics	166
7. 4. 2	The Fourth Order Ergodicity of Harmonic Signals	171
7. 4. 3	Strong Convergence of Fourth Order Mixed Cumulant Estimates	174
	REFERENCES	178

CHAPTER 8 CONVERGENCE ANALYSIS OF PARAMETER ESTIMATES OF POLYNOMIAL PHASE SIGNALS 180

8. 1	THE SIGNAL MODEL AND HIGHER ORDER AMBIGUITY FUNCTIONS	181
8. 2	STRONG CONVERGENCE ANALYSIS OF THE ESTIMATES	183
8. 3	STRONG CONVERGENCE RATE OF THE COEFFICIENT ESTIMATES	185
	REFERENCES	191