

21世纪应用型本科系列教材

大学物理实验

(多学时)

李寿岭 编著



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

21世纪应用型本科系列教材

大学物理实验

(多学时)

李寿岭 编著



西安交通大学出版社

XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

· 西安 ·

内容提要

本书由误差及数据处理、常用物理量的测量及测量仪器。实现方法与测量技术、基础实验、开放性实验和附录六部分组成。基础实验在传统实验的基础上,向实用和电子技术做了扩展,以期贴近应用型人才培养的要求。开放性实验是一个新的尝试,力图使学生在在校期间有一个理论联系实际,开发思维、独立完成一个项目(产品)的真实过程,这对应用型本科教育似应有益的。

本书可作为应用型高等学校理工类本科物理实验课程教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验:多学时 / 李寿岭编著. —西安:西安交通大学出版社, 2007. 8

(21世纪应用型本科系列教材)

ISBN 978-7-5605-2533-4

I. 大… II. 李… III. 物理学—实验—高等学校—教材
IV. O4-33
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007) 第 121142 号

书 名: 大学物理实验(多学时)

编 著: 李寿岭

出版发行: 西安交通大学出版社

地 址: 西安市兴庆南路 10 号(邮编: 710049)

电 话: (029)82668357, 82667874(发行部)

(029)82668315, 82669096(总编办)

印 刷: 陕西江源印刷科技有限公司

字 数: 328 千字

插 页: 1

开 本: 727mm×960mm—1/16

印 张: 17.75

版 次: 2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷

印 数: 000 1~3 000

书 号: ISBN 978-7-5605-2533-4/O·264

定 价: 24.00 元

版权所有 侵权必究

前 言

本书是在总结了三届教学实践的基础上修订出版的工科物理教材。

按照教育部制定的物理实验课程基本要求,具体落实到培养应用型本科学生的教材建设,根据近几届学生的实际情况,在这次编写和修订中做了如下调整:

在与物理实验有关的基本知识和理论中,我们做了一些删节,以求精炼和实用;

在实验的选题方面,我们有意向中学内容做了一点延伸,以希望填补中等教育不足和有利于和本科要求的衔接。对近代部分,适当的压缩,以便和理论教学内容配合,又有意地把日常生活和工作中的一些具体问题引入实验中来,以便能有更多的机会和具体应用结合起来。

仪器的配置是比较困难的,面对大量现代化、自动化的教学仪器的涌现,而物理实验本身研究的还是最基础最原始的现象,要求学生面对的是直观的过程和现象,分析和解决的也都是些很实在的问题,过分的现代化、自动化,剥夺了学生直观学习的机会,显然是不可取的,保留个别配置,主要用于扩展眼界,打开思路。

为了创造一些有利于学生自学和探索的条件,我们尝试编写了开放实验(第5章)的内容,并相应组建了一个开放实验室,提供给有兴趣的学生来选做。这里要求学生自己确定命题,独立组织实验,教师仅仅起到助手和服务的作用。同时希望他们真正的能够做成几样仪器,这对培养学生素养和能力应该是有益的。

计算机的普及为检索和查询提供了极大的方便,但是我们还是编写了一些附表,便于查询数据,以保证预习、实验和教学过程的顺利进行。

实验教材建设历来是实验室全体人员共同劳动的结晶,本书是在王小克、刘会玲和牛海波等人的合作下完成的,特别是刘会玲同志为本书的绘图、录入、排版做了大量工作,特予致谢!

虽然,准备了很久,但不断学习、不断研讨,也就不断修改、变化,所以差错谬误在所难免,恭请同行和读者不吝指正。

编 者
2007 年 7 月

目 录

绪 论	(1)
第1章 误差与实验数据处理	(5)
第1节 测量误差及其分类	(5)
第2节 直接测量结果的误差估算	(11)
第3节 间接测量结果的误差估算	(14)
第4节 关于误差估算的总结	(18)
第5节 关于测量的不确定度的概念	(20)
第6节 有效数字及其运算	(23)
第7节 用列表法和作图法处理数据	(27)
第8节 逐差法处理数据	(30)
第9节 最小二乘原理	(32)
第1章附录 与随机误差有关的概率和统计初步知识	(36)
习 题	(41)
第2章 常用物理量的测量及测量仪器	(44)
第1节 单位制	(44)
第2节 长度的测量	(46)
第3节 时间的测量	(55)
第4节 质量和压力的测量	(59)
第5节 温度的测量	(66)
第6节 电磁学量的测量	(73)
第3章 实验方法与测量技术	(81)
第1节 实验装置的基本调整	(82)
第2节 比较测量法	(86)

第3节	放大测量法	(89)
第4节	补偿法	(90)
第5节	零示法	(94)
第6节	模拟法	(95)
第7节	替代法	(96)
第8节	非电量的电测技术	(98)
第9节	光测技术简介	(101)
第10节	实验设计的基础知识	(102)
第4章	基础实验	(108)
4.0	基本操作与数据处理	(108)
4.1	物质密度的测定	(111)
4.2	液体粘滞性的认识	(118)
4.3	三线悬摆的研究	(125)
4.4	固体材料线膨胀系数的测定	(129)
4.5	冷却法测固体的比热容	(132)
4.6	弦振动研究	(134)
4.7	金属材料的弹性模量	(137)
4.8	分压电路及分压特性研究	(144)
4.9	电表的改装和校准	(148)
4.10	非线性电阻伏安特性的研究	(156)
4.11	桥式电路及金属材料的电阻温度系数	(159)
4.12	金属材料的电阻率的测定	(163)
4.13	直流电位差计的应用	(165)
4.14	用稳恒电流场模拟静电场	(171)
4.15	霍尔效应与磁场的测量	(175)
4.16-1	日光灯电路的研究	(178)
4.16-2	日光灯起辉器的研究	(180)
4.17	居里点与温度控制电路	(181)
4.18	示波器的应用	(184)
4.18-1	用示波器观察整流滤波电路	(190)
4.18-2	用示波器测量时间	(195)
4.18-3	脉冲电路的观察与研究	(199)
4.19	电振动的合成与示波器的应用	(203)

4.20	交流电路的串联谐振·····	(206)
4.21	RC 串联电路暂态过程的研究·····	(210)
4.22	透镜焦距的测定·····	(213)
4.23	含光计的应用和玻璃折射率的测定·····	(216)
4.24	等厚干涉·····	(224)
4.25	光栅衍射与波长测量·····	(230)
4.26	光电效应·····	(233)
4.27	用密立根油滴实验测电子电荷 e ·····	(237)
4.28	传感器的应用·····	(245)
第5章	开放性实验·····	(253)
5.1	单摆研究·····	(253)
5.2	温控电路及温控器·····	(254)
5.3	水的沸点与压力的关系·····	(255)
5.4	粉粒状固体的密度测定·····	(255)
5.5	计数计时器·····	(256)
5.6	冲击摆测速·····	(256)
5.7	照明设备的红外线控制·····	(257)
5.8	表面温度计的设计与制作·····	(257)
5.9	熔丝熔断电流的标定·····	(258)
5.10	金属材料线胀系数的研究·····	(258)
5.11	研究与制作伽尔顿板·····	(259)
5.12	内摩擦现象的研究·····	(259)
5.13	路灯的自动控制·····	(260)
5.14	照度计设计·····	(260)
附录一	中国法定计量单位·····	(262)
附录二	常用物理数据·····	(265)

绪 论

一、物理实验课程的基本要求

物理学是研究客观世界物质运动规律的科学。最初它是从自然现象开始,具体到力、热、声、光、电等各个领域,从庞大的地球、天体、宇宙到细微的分子、原子内部的所有的自然科学范畴,发展到后来的历史、人文、经济等各个领域,它已经涉及和影响到社会科学的各个方面,这就促使人们不得不重新认识它。

实践是一切认识的开始,又是它的终结。人们通过对大量客观现象的观察、分析,再经过深入地思考,形成一种认识,这种认识一般先停留在假设这一初级阶段。为了得到确切而肯定的结论,过去人们只能消极的等待这一现象的再现。随着科学技术的进步,人们不再安于等待,而是积极地进取——主动再现人们欲知的过程,去验证其认识和结论的正确性。这就是实验(实践)的初衷。实验之所以有旺盛的生命力,是因为一旦欲知的过程再现和发生,就把人们的思维与认识推到一个崭新和充满希望的境界。在这里不仅可以思考过去,还可以展望未来;既可以验证某些待定的结论,更可以发现新的问题;不仅可以修正错误或不足,更可以找到更新更好的方法。其中的奥妙和乐趣,只有身临其境并深入其中的人才可以体会到。正因为如此,近一二百年来,特别是上世纪初至今,实验物理学得到人们的普遍重视和飞速地发展,形成了一门新的完整的学科。

在物理实验中,为了再现和得到准确可靠的结果,不仅要真实地再现完整的物理过程,还要精确地量化,只有这样,得到的结论才能正确、有效。物理实验中的再现过程不是简单的重复,而是究其内核与关键的过程,是从不同角度去实现目的的过程。随着科学技术的进步和人们认识的提高,对于同一实验引出了不同的实验方法;而为了更精确地量化各种现象,促使了测量仪器和测量技术的不断进步。有了实验方法和测量技术的有力支撑,物理实验课从上世纪80年代初逐渐发展成为高等教育的一门重要的基础课。物理实验课的内容不再限于验证几个定律,测定几个常数,而是要通过对实验方法的研究和测量技术的学习,去掌握用实验手段来研究、探索自然界,乃至社会实践的系列课程。这是非常诱人的工作,是既复杂又严谨的工作。

无论是再现预期的过程,还是量化其值的物理实践,都会遇到困难,是坚毅不拔地钻研下去还是半途而废;面对错综复杂的数据是剥茧抽丝,探索源头,还是简单草率。这些都是对实验者的考验和锻炼。这使我们想到那句名言:在科学的道路上是没有捷径可寻的。只有那些不畏艰难险阻的人,才有可能攀登到顶峰。培养这种正确的科学态度和基本素养,是本课程的首要任务。

上世纪 50 年代,就在不同学校中开设了物理实验的教学环节,不过它主要的使命是验证理论。在中学物理课中,理论讲述某一定律,然后做个实验。由于当时多数条件较差,而物理定律都是在一定理想条件下得出的,所以根本无法验证或者误差很大,做得不好可能还有反作用。因而物理实验仅仅限定在很小的范围。就是大学也只是在验证同时多了一个“加深物理概念的理解”的目的,就是这点也往往做不到,因为达不到理论要求的(无限大,无限小,光滑无摩擦,均匀等)条件,所观察到的现象也都有很大的差异,因而长期停留在可有可无的状态。

随着科技进步,再现物理过程有了较好的条件,使得过去大量想做的实验,可以高精度的再现。而测量技术和测量仪器的发展,更为实验的量化,提供了严格准确的可能性,而最重要的是由于实验过程的准确和测试数据的精密,再现实验不只是验证,而是发现了过去未知的现象和问题,促进了物理学的发展。因而能否再现某一物理过程,精确测量并计算出其结果,进而预见其发展和未来,这样一套完整的科学实验能力和素质,就成了现代科学技术对其工作人员的基本要求。

1986 年国家教委制定了“高等工科院校物理实验课程基本要求”。依我们的实践来看,有没有物理思想,有没有这样一套方法和能力,对社会科学和其它人文科学都是很有用处的。

现在可以清楚的看到,物理实验做为一门独立的课程是有其极大的生命力和坚实的实践基础的。

物理实验课程的基本要求和目的如下:

1. 学习认识和研究再现物理过程的方法和途径,并努力在理论上论述其可行性和等效性。
2. 借助仪器、设备和相关条件,量化物理过程的各个参量,做到正确、有效和可信。
3. 通过对实验方法和测量技术的研讨,学习用实验的方法去探索、分析研究各种客观现象,并建立客观规律的函数表达式。
4. 完成上述使命所必须具备的实事求是、严肃认真、独立钻研、努力进取的科学人才。

二、物理实验课的基本程序

物理实验是一门最大限度的要求学生独立探求知识的课程。实验室将提供足够使用的仪器、设备和环境,教师提供指导或帮助,而整个实验过程(从准备、操作观察、记录及数据处理)由学生本人独立完成。

物理实验是一门独立的课程,与其他理论教学并行。它要求学生不仅要了解掌握物理学理论知识,还要求学生自己去寻找和研究相关的内容。课程在实验室规定的时间、地点来完成。为确保课程顺利进行,应按下述顺序,依次进行。

1. 做好预习。在进入实验室以前,认真阅读教材和相关资料,务必明确本次实验的目的,实验依据的理论和方法,再现物理过程的条件,使用的仪器设备,要观察的应该是什么样的现象,要记录哪些数据,并准备好记录用的纸张和文具,画好数据表格,写出可行的预习报告。

2. 进入实验室开始实验前,先要清点仪器,核对数量、规格及仪器的原始状态,并记录之(若有不符或差异,应及时向教师提出,否则将承担责任)。

3. 按照自己准备好的步骤,对仪器装置进行调整,按图(机械装置、电路、光路)联结,构成完整的实验装置,报告指导教师,请求核查。

4. 经教师准许后,方可开始进行实验。注意观察现象,若过程允许,可先粗略地演示一遍,观察数据变化及范围,有无异常情况。记录数据必须注意条件、数值的有效数字,特别注意初始值(注意:在实验中“0”是一种状态,不是什么都没有),完成全部操作之后,要仔细核对,有无遗漏,有无笔误,并交指导教师签字认可。

5. 复原所用仪器设备,整理好环境卫生,切断电源,向指导教师报告后方可离去。

6. 按照实验要求,用规定的纸张,按规定的格式,书写实验报告,并按约定的时间上交。对已发还的实验报告,要认真阅读,特别是教师指出的地方及所有的不当或错误,应与教师讨论清楚后,认真更正。

上述第2~5项应在实验室进行,第1,6二项若有可能,最好也在实验室进行。

三、关于实验报告的具体要求

1. 原始记录是实验过程最基本的数据文件,必须在实验过程中同时记录完成,不允许实验完成之后再补记和抄袭。应记录时间、实验人、主要仪器及相关条件和说明。

原始数据必须使用专用的记录纸,用钢笔书写(铅笔无效),错误和笔误等处可用细线划掉重写,不许涂改,不得使用涂改液等覆盖。

原始数据记录应书写清楚、整洁,表格清晰,单位、符号、有效数字正确,并经指

导教师确认和签字。

2. 实验报告应在实验完成后,才能正式书写,先写报告,后做实验是错误的。

实验报告应列出以下诸项内容:

实验名称:日期、实验人、环境条件;

实验目的:(含要求);

实验仪器:(含主要仪器及试样编号);

实验原理:包括基本原理、主要电路(光路、机械装置等)图,测试条件及主要计算公式;

实验步骤:特别注意几个关键的步骤,否则将会影响实验结果;

实验数据处理:

(1)整理原始数据,归结为基本运算过程;

(2)必须的数据表格和相关图线(作图必须用标准坐标纸,曲线必须用曲线板以光滑细线绘图);

(3)数据处理过程应遵循有效数字处理规则;

(4)按照目的要求算出各项误差及列出完整的结果。

结果分析及报告:对实验结果应做出肯定或否定的报告、说明及适用条件和置信概率。

原始数据:应附在报告正文最后,并装订;无原始数据的报告,做无效处理。

3. 实验报告应在规定时间交教师批阅。对退回更正的报告,应与教师讨论清楚,更正后重新交教师批阅。

四、实验室规则(摘录)

1. 按时上课,迟到超过十分钟,停止实验,按课内不及格登记;

2. 每个实验要有预习报告,交教师评阅,无预习报告者不准进行实验;

3. 所有实验均按每人一套独立进行,有问题由教师解答,不允许私自更换仪器和样品;

4. 上课时自带文具(纸、笔、尺等),不允许随意走动及讲话,保持室内安静、整洁。

第 1 章 误差与实验数据处理

第 1 节 测量误差及其分类

1.1.1 测量与真值

任何一个物理量,在一定的条件下都有一个客观存在的值,叫做真值,例如某一物体在常温条件下的几何形状及其质量。真值是一个抽象的概念,一般来说无法得到这个值,通常测量所得到的值总是和真值有一定的差异。为了实际应用方便,一般对真值以下述几种方式来约定:理论真值(如四边形内角和为 360°)、公认真值、计量约定真值和标准器的相对真值等。在以后讲到的误差计算中还常常用多次测量的算术平均值来代替真值。我们在实际应用中,将根据要求和可能在相应的手册及标准中找到所需要的真值。

测量是用实验的方法通过一定的量具(或仪器)寻找真值的一组操作。一般的过程是用选定的标准量和被测量在一定条件下进行比较,用被测量是标准量的倍数和标准量的单位来表征测量的结果。因此,测量的必要条件应该是被测物体、标准量及操作者,测量结果应是一组数字和单位,以及与之相关的测量手段及条件。例如测量一段金属丝的直径,体现标准量的是千分尺,由人来操作,如果得到的结果是以毫米为单位标准的 3.257 倍,则直径的测量值即为 3.257mm,量具为千分尺,测量环境温度为 20.0°C 。

凡是能够找到与被测量同一量纲而且可以通过直接进行比较得到结果的一组操作,叫做直接测量,例如用米尺测量物体的长度、用天平称量质量等。但是更多的物理量很难直接找到单一的与之相比较的标准量,例如物质的密度、某地的重力加速度等。为了测得这些物理量,常常借助某些直接测得量,通过一定的函数运算求出被测量,这样一组操作和运算过程叫做间接测量。例如某一金属立方体的密度是通过对其质量、长、宽及高的测量,根据密度的定义式

$$\rho = \frac{m}{l \cdot b \cdot h}$$

求出的。式中 m 表示质量, l, b, h 分别表示长、宽、高, ρ 表示该金属材料的密度。由于材料的密度和它的温度有关, 因此, 这个测量结果还应注明测量过程的条件参数——环境温度, 这个结果才是完整而且有意义的。

上述分析为我们提供了一个重要的思路, 即在实际测量中, 对于那些难于直接测量的物理量, 我们可以在与之相关的所有函数表达式中选择最方便可行的一个, 作为测量的依据, 在后面的实验中我们可以充分体会和理解这点。又因为这类函数表达式常常不是唯一的, 就出现了多种方法和手段。例如, 根据欧姆定律的表达式可以用伏安法测电阻, 根据电桥平衡原理可以用电桥法测电阻; 根据替代原理可以用替代法(比较法)测量电阻等等。

一般来说, 测量结果都是由一组数据和单位组成, 所选用的单位, 由于物理学发展过程中出现过不同的单位制, 为了统一, 国际计量大会于 1960 年制定了通用的国际单位制(即 SI), 我国已采用, 并根据我国具体情况作了一些补充(见附录一), 在今后的所有测量中必须按此规定执行。

1.1.2 误差的定义及分类

误差的定义是指测量值和真值的差异。设某被测量的真值为 X_0 , 测量值为 X , 则其误差 ΔX 表示为

$$\Delta X = X - X_0 \quad (1.1)$$

在实际测量中, 由于真值不可知的缘故, 除了可选用前述的某种相对真值外, 常常用多次测量的算术平均值代替真值 X_0 , $(X - \bar{X})$ 将不再是误差而叫做偏差。由于真值的不可知性, 就决定了误差无法计算, 也就是说实际能计算的只有偏差, 因而在实际应用中也就不再细分二者的差异而统称误差了。

1. 绝对误差和相对误差

由式 1.1 所计算的结果叫做绝对误差, 它的数值可正可负, 它是两个相同物理量之差, 所以它是有量纲的, 它表示测量值偏离真值的程度。例如测量某一物体的长度, 它的标称值 $L_0 = 75.00 \text{ mm}$, 测量值是 $L = 74.95 \text{ mm}$, 根据定义, 其测量误差 $\Delta L = 74.95 - 75.00 = -0.05 \text{ mm}$, 它表示该次测量值偏离真值是 0.05 mm 。同样测量一块金属板的厚度, 它的标称值 $d_0 = 1.00 \text{ mm}$, 测量值 $d = 1.05 \text{ mm}$, 其绝对误差 $\Delta d = 0.05 \text{ mm}$ 。显然, 对不同物理量的测量, 它们的绝对误差可能相同, 但直观结果告诉我们, 对测量结果的影响是不同的。为了更全面地表征测量结果, 我们引入一个相对误差的概念, 用 E 表示, 定义为

$$E = \frac{\Delta X}{X} \times 100\% \quad (1.2)$$

例如上面物体长度测量时, 它的相对误差 E_L 表示为

$$E_L = \frac{-0.05}{74.95} \times 100\% \approx -0.07\%$$

而薄板厚度测量的相对误差 E_d 表示为

$$E_d = \frac{0.05}{1.05} \times 100\% \approx 4.8\%$$

由于分子分母是同量纲的,因此相对误差是一个没有量纲的百分数;显然 $E_d > E_L$,这说明虽然两组测量的绝对误差大小相同,但其相对误差却大不一样,这就客观地说明长度测量的精度要比厚度测量的精度高得多。还要说明的是有的在计算相对误差时是以真值 X_0 作分母,且把这个定义为百分误差,由于测量值、平均值及相对真值差异不是很大,在计算相对误差时常常不易区分,所以在较多的情况下,常常将二者合而为一,不再区别。

综上所述,从计算和表示的形式来看,误差可分为绝对误差(有量纲)和相对误差(无量纲的纯百分数)两种,它们分别表示了误差绝对值的大小和测量精度的差异。

2. 随机误差和系统误差

测量误差以其产生的原因及处理的方法不同可分为两大类,一类是无规律、随机变化的,但当测量次数无限增加时,它有一个大致的分布,可以用统计的方法来处理。另一类是有一定的规律或特征,一般都可找到原因并可设法减小乃至消除的。

第一类误差叫做随机误差,它是由一些不可控制的原因造成的。例如水银温度计的毛细管直径不均匀,其变化带有一定的随机性,测量时,虽然相同的温升引起水银体积相同的变化,但由于管径不均匀,其示值可能有一定涨落。也包含测量者和测量条件不可控的因素造成的误差,如读数时每次眼睛的视角并不完全一致引起的读数误差,测量仪器放置的位置并不完全相同,测量时环境温度、风速及电磁场的变化等,都可能使测量结果产生一定的变化。但当尽量保持测量条件不变而将测量次数增加时,将会发现如下特点:

第一,从绝对误差的数值来看,数值小的比数值大的出现的可能性大,且数值愈小,出现的可能性愈大;

第二,从绝对误差的符号来看,出现正误差和负误差的可能性大致相同,因此当测量次数增加时,它们将可能正负抵偿;

第三,绝对误差值很大的误差出现的可能性很小,甚至趋于零。

这就是通常所说的随机误差的单峰性、对称性、有界性和抵偿性。随机误差的特点,符合数学上的正态分布,因此可以用正态分布来表达并且进行数学处理。可以证明,在修正或消除第二类误差之后,若测量次数无限增加,则其多次测量的平

均值将无限趋近于真值。这就是可以用多次测量平均值当做真值的原因。

第二类误差包含系统误差及其它一切不能用统计方法处理的误差。

系统误差是指在相同条件下多次重复测量同一量时,误差的大小和符号(正、负)均保持不变或按某一确定的规律变化的误差。例如由于所依据的原理在使用中的近似所造成的(如伏安法测电阻时电表内阻引起的误差),或者由于仪器本身(含使用条件变化)缺陷造成测量结果偏大(或偏小)。这些误差一般情况下都可以找到原因并予以修正,所以又叫做可修正系统误差。在仔细分析时,常常将系统误差归纳为方法误差、仪器误差及环境或条件误差几部分。需要特别指出的是,在仪器误差中也含有一定的随机成分的误差,如刻度的不均匀、测量机构的非线性或不均匀等,它们是无法预先修正的,在处理时应归入第一类误差。

1.1.3 随机误差的估算

对千分尺校零后,测量一个钢球直径,数据如下:

测量次数 n	1	2	3	4	5	6	7
测量值 d/mm	2.145	2.148	2.150	2.138	2.152	2.144	2.147

对于这样一系列测量值,随机误差的估算通常有两种方法。

1. 平均误差(又叫算术平均误差)

在相同的条件下,在修正了可修正系统误差之后对被测量 X 进行 n 次测量,测量值为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 则其算术平均值 $\bar{x}$ 为

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.3)$$

单次测量的绝对误差 Δx_i 为

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1.4)$$

显然, Δx_i 的值其大小和正负各不相同,如果把各次测量值的绝对误差相加并求其平均,就得到平均绝对误差 $\overline{\Delta x}$

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{n}(|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta x_i| \quad (1.5)$$

同样可以计算相对误差 E_d

$$E_d = \frac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1.6)$$

将前述测量数据代入,可求得

$$\bar{d} = 2.146 \text{ mm}, \quad \Delta d = 0.003 \text{ mm}, \quad E_d = 0.14\%$$

2. 标准误差(方均根误差)

将各次测量的绝对误差 Δx_i 平方后求和,再求其平均而后开方,所得到的误差叫做标准误差,其表达式为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.7)$$

严格地讲,上式是在 $n \rightarrow \infty$ 时成立,但实际测量中 n 总是有限次,则上式 σ 变换为 S

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n-1}} \quad (1.8)$$

同理,其相对误差 E_s ,为

$$E_s = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1.9)$$

将前述数据代入以上诸式,就可求得

$$\bar{x} = 2.146 \text{ mm}, \quad S = 0.005 \text{ mm}, \quad E_s = 0.23\%$$

标准误差的意义是指这个测量列中单次测量值 x_i 的标准误差的大小。有时要求表征多次测量平均值 $\bar{x}$ 的标准误差,则其表达式为 $S_{\bar{x}}$

$$S_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} S = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2} \quad (1.10)$$

将前列测量数据代入,可得 $S_{\bar{x}} = 0.002 \text{ mm}$

3. 两种误差的比较

从前列计算可以看出同样一组测量数据,其平均误差为 $\Delta d = 0.003 \text{ mm}$,标准误差为 $S = 0.005 \text{ mm}$,仔细分析上列数据,不难看出平均误差只是粗略地反映了误差的大小,而标准误差则反映了误差的分布,为了进一步说明这一问题,我们再引入两组测量数据。

$$\text{A 组} \quad x_i = 1.255, 1.256, 1.251, 1.250 \quad \bar{x}_A = 1.253$$

$$\text{B 组} \quad x_i = 1.253, 1.258, 1.253, 1.248 \quad \bar{x}_B = 1.253$$

$$\overline{\Delta x_A} = 0.03, \quad E_A = 0.24\%$$

$$\overline{\Delta x_B} = 0.03, \quad E_B = 0.24\%$$

$$\overline{S_A} = 0.003, \quad E_A = 0.24\%$$

$$\overline{S_B} = 0.004, \quad E_B = 0.32\%$$

对前列 A、B 两组数据,如果都用平均误差计算,则其绝对误差和相对误差都是一样的,没有区别。若用标准误差计算,则它们的绝对误差和相对误差都不一样。仔