



文登考研数学系列
全国硕士研究生入学统一考试

2007版

数学一

模拟考场15套

陈文灯 黄先开 曹显兵 施明存 殷先军 编 著

陈文灯教授讲数学的七大特点

强调基础

强调系统

强调题型

强调训练

强调速度

强调方法

强调技巧

附
赠

- 考研数学基础过关100道好题（现场领取）
- 考研数学冲刺卷（11月30日后领取）

世界图书出版公司



013-44/208
:2007(1)
2006



文登考研数学系列
全国硕士研究生入学统一考试



聚骄公司专业策划

数学一 **2007版**

模拟考场 15 套

陈文灯 黄先开 曹显兵 施明存 殷先军 编 著

陈文灯教授讲数学的七天特点

强调基础

强调系统

强调题型

强调训练

强调速度

强调方法

强调技巧

$7 \cdot 1 = 24$

兴界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

数学模拟考场. 1/陈文灯等编著. —北京:世界图书出版公司北京公司, 2005. 7 (2006. 7 修订)

ISBN 7-5062-5453-0

I. 数… II. 陈… III. 高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料
IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 055393 号

数学一·模拟考场 15 套

编 著:陈文灯 黄先开 曹显兵 施明存 殷先军

责任编辑:李根宾

装帧设计:林娜娜 郑宝芬 任关强

出 版:世界图书出版公司北京公司

发 行:世界图书出版公司北京公司

(北京朝内大街 137 号 邮编:100010 电话:010-88861708)

销 售:各地新华书店

印 刷:北京忠信诚胶印厂印刷

开 本:787×1092 毫米 1/16

印 张:16

字 数:374 千字

版 次:2006 年 7 月第 3 版 2006 年 8 月第 2 次印刷

ISBN 7-5062-5453-0/H·498

定价:22.50 元

服务热线:010-88861708

“学而不思则罔，思而不学则怠”，本书旨在将《数学复习指南》中的理论概念转化为训练概念，进而转化为条理清晰的技巧训练与模拟演练概念。为此，我们通过对历年考研真题的深入研究和本人多年的辅导经验总结，精编了这 15 套难度与真题相当、技巧性较强、基本概念较丰富的、题型多样的模拟训练试题。由于各种考研辅导书中选了大量的真题作为例题讲解，所以只有通过模拟试题的训练，才能更真实地检验自己的复习效果，真正起到查漏补缺的作用。

本书中每套试卷完全根据 2007 年全国硕士研究生入学统一考试样卷比例编写，对每套模拟试卷中的每道题给出了详尽的解析，包括**解题切入点提示、答案详解、知识点的链接及对解题技巧的评注**。对于每套试卷，请读者严格掌握在 3 个小时内独立完成，然后再看答案解析中的解题过程。通过与答案对照，看看自己在哪些方面还存在不足，及时突破提高。

一、做模拟题失分原因分析

失败是成功之母，研究失败是为了避免重犯错误，通过对近几年大量数学试卷的分析和统计，我们归纳了考生失分的原因，主要有以下四个方面：

✧对基础知识的记忆不够清晰和准确

数学试题特别注意对基础知识的考查，选择题和填空题所占比例高达 45%，而且计算题也特别重视与基础知识的结合。从近年来阅卷后的统计数据来看，考生基础知识不扎实，记忆不准确的问题是相当严重的。

✧基本技能不够熟练

解题缺乏思路，基本解题方法掌握和运用不熟练，填空题和选择题一般考查考生对基础知识的掌握能力，由于解答没有过程只有答案，准确率要求较高，但很多同学做这两种题时耗时长而准确率低或解题思路正确、方法对头但运算失误，造成无谓失分。

✧运算能力不强

从历届考试的情况来看，试卷上运算失误过多的原因大致可以归纳为：①使用方法不当；②计算不够缜密；③对错误的运算结果识别、判断的能力差，十分令人痛惜。运算是数学的主要任务，实际上也是一种综合能力，有些试题，只有依据题设条件与正确的分析和推理，以求发现最简捷、合理的巧妙解法，这必将可以避免大量繁琐的推演和盲目的计算，从而减低运算的失误率。

✧格式和方法不规范，推理不严谨

解答题中，解答是按步给分的，因此必须规范地写出推理论证过程及运算的步骤，但相当多的考生在解答计算题时，思维不连贯、表达含混、以偏概全，把特例当一般，忽视试题中的限制条件，这必将会增加失误。

二、做模拟题前应做哪些准备

✧熟记书中的定理、结论及公式及其使用的前提条件,注意全面分析。数学中的定理公式都是在一定条件下成立的,要相对地看待问题。而考生往往忽略前提,只记结论,而使论证或解题出现错误。

✧注重平时做题时加强充分和必要条件的训练。充分和必要条件在我们学习中经常遇到,可以从一道题的充分条件进行发散性思维,举一反三,联想到它的必要条件、等价条件等。只有平时多注意这方面的训练,考试时才能准确把握题设的微小差别,避免出现错误。

✧在全面仔细地判断问题时要注意防止思考不全或以特殊代替一般等错误的发生。

三、模拟题该怎么做

模拟题犹如一面镜子。通过做模拟题,考生可以准确的了解自身的水平,以便合理地安排复习时间。本书15套模拟题完全依据最新考研大纲编写,考生需在标准时间180分钟内完成。为了你更好地完成本书15套模拟试卷,你还需掌握以下策略:

✧单项选择题的特点及应对策略

每套试卷中单项选择题一共10道,每道4分,共40分。在单项选择题中,对数一考生来讲,一般高数6道,线代2道,概率统计2道;对数二考生来讲,一般高数8道,线代2道。

单项选择题要求准确率高,它主要考查考生的判断分析能力。

选择题如果按照解答题来做,很可能浪费时间。解答选择题应掌握以下技巧:

(1) 利用选择项提供的信息,比如是方程的解,可以将解反代回去进行检验等。

(2) 排除法。通过否定其他三个选项来选择正确答案。

(3) 利用图形的性质。比如做函数的积分类题目时可利用函数图形的对称性,奇偶性等性质;判断函数的图形时可利用单调性、渐近性等性质,而概率可用文氏图等。

✧填空题的特点及应对策略

每套试卷中填空题一共6道,每道题4分,共24分。在填空题中,对数一考生来讲,一般高数4道题,线代1道,概率统计1道;对数二考生来讲,高数5道,线代一道。填空题一般考查考生对基本概念、定理的理解及简单的计算能力,要求计算速度快并且准确。所以考生在做完填空题后,迅速检查一遍,看看计算是否有误或抄写是否正确。

✧解答题的特点及应对策略

每套试卷中解答题一共8道题,共86分。在解答题中,对数一考生来讲,一般高数4道,线代2道,概率统计2道;对数二考生来讲,一般高数6道,线代2道。

解答题包含证明题和综合计算题,下面分别来讲:

①证明题

高数中的证明题一般会出在中值定理、定积分等式和不等式的证明上;线性代数中的证明题一般出在线性相关、线性无关、线性方程组。二次型及概率方面也可能出证明题,但都

不是重点。

很多学生反映证明题不会做,这其实还是基础知识不牢的缘故。数学中的前后知识有紧密的联系,如果前面的知识掌握得不好,后面就很可能理解不透、甚至不懂。证明题对概念及定理的理解要求较高,考生在这些方面要注意加强训练。

做证明题时,首先审清条件和结论,分析条件和结论的关系,看能否利用相关的定理或结论,如果不能直接使用,就要想能否通过等价转化条件或通过辅助元素转化成自己会做的题。做证明题一定要注意逻辑严密。

②综合计算题的特点及应对策略

现在每年的考研真题中综合题的比重在逐年递增,考查考生对多个知识点的判断、推理和分析的综合能力。做综合题时我们必须认识到基础知识、基本技能是解综合题的基础,解综合题的关键是找出基础知识之间的内在联系。解综合题的方法,常常采取“化整为零”,将综合题转化为基础题,同时要对其实施分析与综合的方法,寻找已知和未知的“连接点”。因此,掌握数学思想方法是解决好综合题的灵魂,下面用几种数学思想方法的运用来举例说明:

(1) **数形结合思想** 通过将函数与图形结合起来或相互转化,比较容易求解。

(2) **转化思想** 在解题时,常把有待解决或难以解决的问题通过某种转化手段,使它转化成已经解决或比较容易解决的问题,从而求得原问题的解答。这种转化思想不止用于解方程的换元,在解几何证明及解综合题也经常用到。

(3) **分类讨论思想** 分类讨论是一种数学思想,是分析问题、解决问题的一种能力体现,其实质是对基础知识的理解。

分类讨论的步骤为:确定对象、分类讨论、归纳综合,比如讨论含参数的方程组的解的情况。

编者

2006年7月

目 录

模拟考场(一)	(1)
● 分析·详解·评注	(99)
模拟考场(二)	(7)
● 分析·详解·评注	(107)
模拟考场(三)	(14)
● 分析·详解·评注	(116)
模拟考场(四)	(20)
● 分析·详解·评注	(125)
模拟考场(五)	(26)
● 分析·详解·评注	(135)
模拟考场(六)	(32)
● 分析·详解·评注	(144)
模拟考场(七)	(38)
● 分析·详解·评注	(155)
模拟考场(八)	(44)
● 分析·详解·评注	(165)
模拟考场(九)	(51)
● 分析·详解·评注	(175)
模拟考场(十)	(58)
● 分析·详解·评注	(186)
模拟考场(十一)	(65)
● 分析·详解·评注	(196)
模拟考场(十二)	(72)
● 分析·详解·评注	(207)

模拟考场 (十三)	(79)
● 分析 · 详解 · 评注	(217)
模拟考场 (十四)	(86)
● 分析 · 详解 · 评注	(228)
模拟考场 (十五)	(92)
● 分析 · 详解 · 评注	(237)

知识.

模拟考场 (一)

考生注意: (1) 本试卷共 24 大题, 满分 150 分.

(2) 根据国家标准, 试卷中的正切函数、余切函数、反正切函数、反余切函数分别用 $\tan x$ 、 $\cot x$ 、 $\arctan x$ 和 $\operatorname{arccot} x$ 表示.

一、选择题 (本题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

(1) 设函数 $f(x)$ 是在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续的单调增加的奇函数, $F(x) = \int_0^x (2t-x)f(x-t)dt$,

则 $F(x)$ 是

(A) 单调增加的非奇非偶函数.

(B) 单调减少的非奇非偶函数.

(C) 单调增加的奇函数.

(D) 单调减少的奇函数.

【 】

(2) 设在全平面上有 $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} < 0$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} > 0$, 则在下列条件中使 $f(x_1, y_1) < f(x_2, y_2)$

成立的是

(A) $x_1 < x_2, y_1 < y_2$.

(B) $x_1 < x_2, y_1 > y_2$.

(C) $x_1 > x_2, y_1 < y_2$.

(D) $x_1 > x_2, y_1 > y_2$.

【 】

(3) 设 $f(x, y)$ 为连续函数, 则使 $\iint_{x^2+y^2 \leq 1} f(x, y) dx dy = 4 \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$ 成立的充分条件是

(A) $f(-x, -y) = f(x, y)$.

(B) $f(-x, -y) = -f(x, y)$.

(C) $f(-x, y) = f(x, -y) = -f(x, y)$.

(D) $f(-x, y) = f(x, -y) = f(x, y)$.

【 】

(4) 设函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 的某邻域内连续, 在 $x = x_0$ 处可导, 则函数 $f(x) | f(x) |$ 在 $x = x_0$ 处

(A) 可导, 且导数为 $2f(x_0)f'(x_0)$.

(B) 可导, 且导数为 $2f(x_0) | f'(x_0) |$.

(C) 可导, 且导数为 $2 | f(x_0) | f'(x_0)$.

(D) 不可导.

【 】

(5) 设 α 是实数, $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-1)^\alpha} \cos \frac{1}{1-x} & x > 1 \\ 0 & x \leq 1 \end{cases}$

$f(x)$ 在 $x = 1$ 处可导, 则 α 的取值为

(A) $\alpha < -1$

(B) $-1 \leq \alpha < 0$

(C) $0 \leq \alpha < 1$

(D) $\alpha \geq 1$

【 】



(6) 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$ 与广义积分 $\int_0^{+\infty} e^{(p-2)x} dx$ 均收敛, 则 p 的取值范围是

- (A) $p > 2$; (B) $p < 2$;
(C) $p > 0$; (D) $0 < p < 2$ 【 】

(7) 若 $\frac{x^2 + ax + b}{(1+x)^2(1+x^2)}$ 的原函数 $f(x)$ 的表达式中不包含对数函数, 则常数 a, b 的取值为

- (A) $a = 1, b$ 任意. (B) a 任意, $b = 2$.
(C) a 任意, $b = 1$. (D) $a = 0, b = 2$. 【 】

(8) 设 n 阶方阵 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), B = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n), AB = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$, 记向量组 I: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, II: $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, III: $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$. 如果向量组 III 线性相关, 则

- (A) 向量组 I 线性相关.
(B) 向量组 II 线性相关.
(C) 向量组 I 与 II 都线性相关.
(D) 向量组 I 与 II 至少有一个线性相关. 【 】

(9) 设 A 与 B 是 n 阶方阵, 齐次线性方程组 $Ax = 0$ 与 $Bx = 0$ 有相同的基础解系 ξ_1, ξ_2, ξ_3 , 则在下列方程组中以 ξ_1, ξ_2, ξ_3 为基础解系的是

- (A) $(A+B)x = 0$. (B) $ABx = 0$. (C) $BAx = 0$. (D) $\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} x = 0$. 【 】

(10) 设两事件 A, B , 已知 $AB = \overline{AB}$, 则必有

- (A) A 与 B 独立. (B) $A \supset B$. (C) $A = B$. (D) A 与 B 对立. 【 】

二、填空题(本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分. 把答案填在题中横线上)

$$A \cup B = \int L B? \quad \bar{A} = B$$

计算. (11) 设 $a > 0$, 则 $\int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} \ln \frac{x + \sqrt{1+x^2}}{3} dx =$ _____.

(12) 设曲线 $x = \int_1^t \frac{\cos u}{u} du, y = \int_1^t \frac{\sin u}{u} du$, 则自原点到此曲线右边第一条垂直于 x 轴的切线之间的弧长为 _____.

量. (13) 设 $y_1 = e^x - e^{-x} \sin 2x, y_2 = e^{-x} \cos 2x + e^x$ 是某二阶常系数非齐次线性方程的两个解, 则该方程是 _____.

(14) 设三阶实对称矩阵 A 有三个不同的特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. λ_1, λ_2 所对应的特征向量分别为 $\alpha_1 = (1, a, 1)^T, \alpha_2 = (a, a+1, 1)^T$, 则 λ_3 所对应的特征向量 $\alpha_3 =$ _____.

(15) 已知 (X, Y) 的联合分布函数为 $F(x, y), F_X(x), F_Y(y)$ 分别为关于 X, Y 的边缘分布函数, 则用 $F(x, y), F_X(x), F_Y(y)$ 表示概率 $P\{X > x_0, Y > y_0\}$ 为 _____.

(16) 设随机变量 $X \sim N(0, \sigma^2), X_1, X_2, \dots, X_{10}$ 是取自总体 X 的简单随机样本, 已知统计量

$$F = a \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{X_5 + X_6 + \dots + X_{10}} \text{ 服从分布 } F(4, b), \text{ 则 } a = \text{_____, } b = \text{_____}.$$



三、解答题(本题共8小题,满分86分,解答应写出文字说明、证明过程演算步骤).

(17)(本题满分10分)

设 $f(x)$ 是可导的偶函数,它在 $x=0$ 的某邻域内满足关系式 $f(e^{x^2}) - 3f(1 + \sin x^2) = 2x^2 + o(x^2)$,求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线方程.

(18)(本题满分11分)

设函数 $f(x)$ 满足条件:(1) $a \leq f(x) \leq b$, (2) $|f(x) - f(y)| \leq k|x - y|$,
 $x, y \in [a, b]$, $0 < k < 1$. 取 $x_0 \in [a, b]$, 构造序列: $\{f_n(x_0)\}$: $f_1(x_0) = f(x_0)$,
 $f_{n+1}(x_0) = f[f_n(x_0)]$, $n = 1, 2, \dots$.

证明:(1) $\sum_{n=1}^{\infty} [f_{n+1}(x_0) - f_n(x_0)]$ 绝对收敛; (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x_0)$ 存在.

→ 即证 $\sum_{n=1}^{\infty} |f_{n+1}(x_0) - f_n(x_0)|$ 收敛. (正项级数)

答案方法,也可直接用正项级数的值判别法证明. 但: x 与 y 有可能相等, $\therefore$ 不能比. 还得用归递的级法.



(19) (本题满分 10 分)

设一底半径为 r , 高为 h 的圆锥形容器被隔成左右对称不相连通的两部分, 两部分都盛满水, 水的比重为 ρ . 若把右半部分的水抽出一部分, 使容器的中间隔板的左边所受的压力 F_1 为右边所受的压力 F_2 的 8 倍, 求抽掉右边那部分水克服重力所作的功.

$$p = F/s \quad F = ps \quad p = \rho gh$$

(20) (本题满分 11 分)

设函数 $\varphi(y)$ 具有连续导数, 在围绕原点的任意分段光滑简单闭曲线 L 上, 曲线积分 $\oint_L \frac{\varphi(y)dx + 2xydy}{2x^2 + y^4}$ 的值恒为同一常数.

(I) 证明: 对右半平面 $x > 0$ 内的任意分段光滑简单闭曲线 C , 有 $\oint_C \frac{\varphi(y)dx + 2xydy}{2x^2 + y^4} = 0$;

(II) 求函数 $\varphi(y)$ 的表达式.



(21) (本题满分 11 分)

已知 2 维非零向量 x 不是 2 阶方阵 A 的特征向量.

(1) 证明: x, Ax 线性无关.

(2) 若 $A^2x + Ax - 6x = 0$, 求 A 的特征值并讨论 A 可否相似对角化.

~~NO ANSWER~~

(22) (本题满分 11 分)

设二维随机变量 (X, Y) 服从区域: $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ 上的均匀分布, 求二次曲面 $x_1^2 + 2x_2^2 + Yx_3^2 + 2x_1x_2 + 2Xx_1x_3 = 1$ 为椭球面的概率.

条件? 已知解答

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & \\ 1 & 2 & 0 & \sim \\ 1 & 0 & Y & \end{array}$$



(23) (本题满分 11 分)

一条自动生产线连续生产 n 件产品不出故障的概率为 $\frac{\lambda^n}{n!}e^{-\lambda}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), 假设产品为优质品的概率为 p ($0 < p < 1$), 如果各件产品是否为优质品相互独立.

(1) 求生产线在两次故障间生产 k 件优质品的概率.

(2) 若已知在某两次故障间该生产线生产了 k 件优质品, 求它共生产 m 件产品的概率.

理解题意.

不故障也生产不优质品.

(24) (本题满分 11 分)

设 Y_1, Y_2, Y_3 独立, 且都服从参数为 p 的 0-1 分布. 令 $X_k = \begin{cases} 1, & Y_1 + Y_2 + Y_3 = k \\ -1, & Y_1 + Y_2 + Y_3 \neq k \end{cases}, k = 1, 2.$

求: (1) (X_1, X_2) 的联合分布律. (2) p 为何值时, $E(X_1 X_2)$ 最小.

刮出 Y_1, Y_2, Y_3 的八种情况.

模拟考场 (二)

120 ↑

考生注意: (1) 本试卷共 24 大题, 满分 150 分.

(2) 根据国家标准, 试卷中的正切函数、余切函数、反正切函数、反余切函数分别用 $\tan x$ 、 $\cot x$ 、 $\arctan x$ 和 $\operatorname{arccot} x$ 表示.

一、选择题 (本题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

(1) 设函数 $f(x)$ 有连续导数, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + f'(x)}{1 - e^{-x}} = 1$, 则当 $f(0) = 0$ 时,

- (A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值. (B) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值.
(C) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值. (D) 不能判定 $f(0)$ 是否为 $f(x)$ 的极值.

【 】

(2) 设 $f(x)$ 是在 $(-\infty, +\infty)$ 上以 T 为周期的连续函数, 则下列函数中也是以 T 为周期的是

- (A) $\int_0^x f(t) dt$. (B) $\int_{-x}^0 f(t) dt$.
(C) $\int_0^x f(t) dt - \int_{-x}^0 f(t) dt$. (D) $\int_0^x f(t) dt + \int_{-x}^0 f(t) dt$

【 】

(3) 设函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上有定义, 在 $x = 0$ 处可导, 则 $f'(0) = 0$ 是级数 $\sum_{n=1}^{\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$ 收敛的

- (A) 充分条件. (B) 必要条件.
(C) 充分必要条件. (D) 既非充分又非必要条件.

$x \ln x$

$\sum \Rightarrow \left\{ f\left(\frac{1}{n}\right) \right\}$

(4) 由 $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases} (0 < t < \frac{\pi}{2})$ 所确定的函数 $y = y(x)$ 的图形在 $(0, 1)$ 内

- (A) 单调下降且向下凹. (B) 单调下降且向上凹.
(C) 单调上升且向下凹. (D) 单调上升且向上凹.

【 】

(5) 设 $f(x)$ 是连续函数, 且 $f(0) = f'(0) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{|x|} = -2$, 则以下结论正确的是

(A) 存在实数 $\delta > 0$, 使得 $\int_{-\delta}^{\delta} f(x) dx > 0$

(B) 存在实数 $\delta > 0$, 使得 $\int_{-\delta}^{\delta} f(x) dx < 0$

(C) 存在实数 $\delta > 0$, 使得 $\int_{-\delta}^{\delta} f(x) dx = 0$

(D) 对于任意实数 $\delta > 0$, 使得 $\int_{-\delta}^{\delta} f(x) dx$ 的符号不能确定

【 】



(6) 若 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛域是 $(-8, 8]$, 则 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n x^n}{n(n-1)}$ 的收敛半径及 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{3n}$ 的收敛域分别是

- (A) $8, (-2, 2]$; (B) $8, [-2, 2]$;
(C) 不定, $(-2, 2]$; (D) $8, [-2, 2)$. 【 】

(7) 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 且 $\int_0^{2x+3y+1} f(t) dt = F(x, y)$, L 为从原点到点 $(1, 1)$ 的

任意简单光滑曲线, 则积分 $\int_L f(2x+3y+1)(2dx+3dy) =$

- (A) $f(6) - f(1)$. (B) $F(1, 1) - F(0, 0)$.
(C) $f(1) - f(0)$. (D) $F(6, 6) - F(1, 1)$. 【 】

(8) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 是四维非零列向量组, $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$, A^* 为 A 的伴随矩阵, 已知方程组 $Ax = 0$ 的基础解系为 $k(1, 0, 2, 0)^T$, 则方程组 $A^*x = 0$ 的基础解系为

- (A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.
(B) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4$.
(C) $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$.
(D) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1$. 【 】
- ~~秩为 3~~ $n=4$
 A^* 秩为 1

(9) 设 $M_i(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ 为 xoy 面上 n 个不同的点, 令 $A = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ x_n & y_n & 1 \end{pmatrix}$, 则点 $M_1,$

$M_2, \dots, M_n (n \geq 3)$ 在同一条直线上的充要条件是

- (A) 秩 $(A) = 1$. (B) 秩 $(A) = 2$.
(C) 秩 $(A) = 3$. (D) 秩 $(A) < 3$. 【 】

(10) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其分布函数为 $F(x)$, 随机变量 $Y = F(x)$, 则

$P\{Y \leq \frac{1}{2}\}$ 的值

- (A) 与参数 μ 和 σ 有关.
(B) 与参数 μ 有关, 但与 σ 无关.
(C) 与参数 σ 有关, 但与 μ 无关.
(D) 与参数 μ 和 σ 均无关. 【 】

二、填空题(本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分. 把答案填在题中横线上)

(11) 函数 $y = f(x)$ 在点 $(1, 0)$ 处有 $\Delta y = \Delta x + o(\Delta x)$, 则极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_1^{e^x} f(t) dt}{\ln(1+x^2)} =$ _____.

(12) 设 $f(x, y)$ 为连续函数, 且 $f(x, y) = x \iint_{x^2+y^2 \leq a^2} f(x, y) dx dy + y^2$, 则 $f(x, y) =$ _____.



计算量

(13) 设 $u = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}$, 则向量场 $\text{grad } u$ 通过球面 $\Sigma: x^2 + y^2 + (z - \frac{R}{2})^2 = R^2$ 向外的通量为_____.

(14) 设向量 $\alpha = (1, 0, -1)$, 矩阵 $A = \alpha^T \alpha$, 且有 $A^3 + pA + qE = 0$, 其中 E 为单位矩阵, 则微分方程 $y''' + py' + qy = 0$ 的通解为_____.

(15) 设某仪器有 3 只独立工作的同型号电子元件, 其使用寿命 X (单位: 小时) 均服从同一

指数分布 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{600} e^{-\frac{x}{600}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 则该仪器在使用的最初 200 小时内, 至少有 1 只

电子元件损坏的概率为_____.

(16) 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为取自 X 的样本, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,

$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$, 则 $D(S^2) =$ _____.

$D(\chi^2) = 2n \quad \chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \quad D\left[\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right] = 2(n-1)$

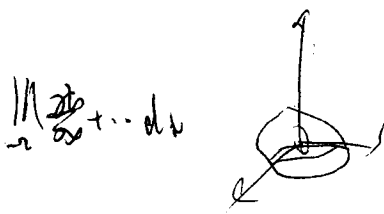
三、解答题(本题共 8 小题, 满分 86 分, 解答应写出文字说明、证明过程演算步骤).

(17) (本题满分 10 分)

设函数 $f(x, y)$ 可微, 且 $\frac{\partial f}{\partial x} = -f$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{f(0, y + \frac{1}{n})}{f(0, y)} \right)^n = e^{\cot y}$, $f(0, \frac{\pi}{2}) = 1$, 求 $f(x, y)$.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -f \quad \text{即} \quad \frac{f'_x}{f} = -1 \quad \ln f = -x + \ln \varphi(y) \quad \text{这里}$$

$$f = e^{-x} \varphi(y)$$



$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx$$

$$\frac{x \varphi(y)}{x^2 + y^2 + z^2}, \gamma = 0$$

$$\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1) \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

$$\frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$