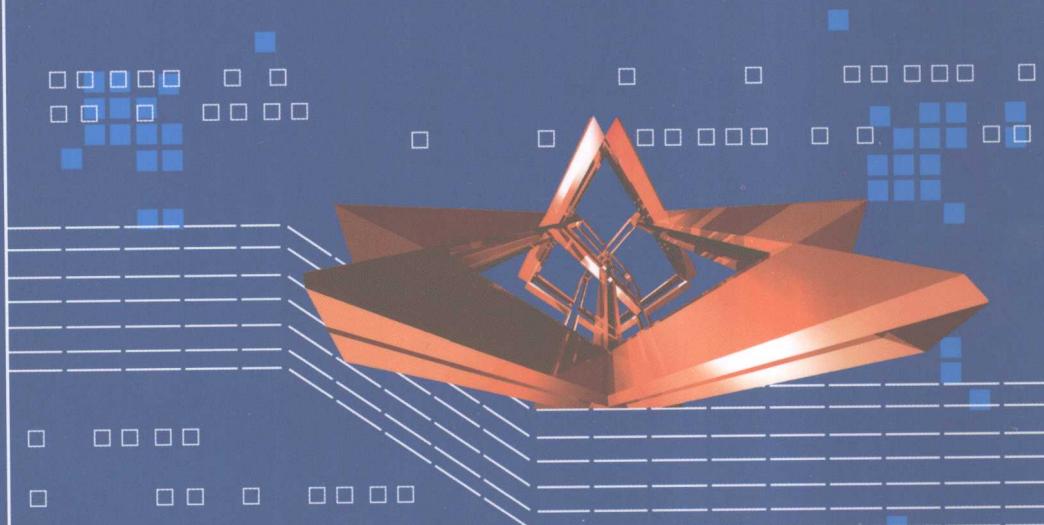


模糊鲁棒滤波与控制理论

Fuzzy Robust Filtering and Control Theory

伦淑娴 张明君 著



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

模糊鲁棒滤波与控制理论

伦淑娴 张明君 著

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

模糊鲁棒滤波与控制理论 / 伦淑娴, 张明君著. —大连:

大连理工大学出版社, 2007.12

ISBN 978-7-5611-3661-4

I. 模… II. ①伦…②张… III. 鲁棒控制—研究 IV. TP273

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第113558号

大连理工大学出版社出版

地址: 大连市软件园路80号 邮编: 116023

发行: 0411-84707464 邮购: 0411-84703636 传真: 0411-84701466

E-mail: dzcb@dutp.cn URL: <http://www.dutp.cn>

大连理工印刷有限公司印刷

大连理工大学出版社发行

幅面尺寸: 185mm×260mm 印张: 15.25 字数: 352千字

2007年12月第1版

2007年12月第1次印刷

责任编辑: 高智银

责任校对: 达理

封面设计: 宋蕾

ISBN 978-7-5611-3661-4

定价: 48.00元

作者简历



伦淑娴，生于1972年1月。2005年8月获东北大学控制理论与控制工程专业博士学位。1998年7月至今在渤海大学任教，2004年晋升为教授。目前主要从事非线性系统的控制、智能控制、信号处理方向的研究和教学工作。参与编著“九五”规划教材一本，主编教材一部，发表或被录用学术论文二十多篇，其中1篇被SCI收录，15篇论文被EI收录，4篇论文被ISTP收录，参加了多项国家、省市及国内企事业委托科研课题。



张明君，生于1966年3月。2006年获东北大学控制理论与控制工程专业博士学位。现任大连理工大学城市学院自动化系主任，2005年晋升为教授。近年来，主要从事模糊控制与智能控制、自适应控制、电力系统自动化方向的研究和教学工作。发表中英文论文二十多篇，其中，16篇被SCI、EI、ISTP三大国际检索收录，出版《电力系统微机保护》专著一部，主编高校教材二部、参编教材三部，参加了多项国家、省市及国内企事业委托科研课题。

内容简介

本书主要介绍非线性系统的模糊鲁棒滤波问题和控制问题的前沿发展理论和应用，包括了两位作者的部分最新研究成果。具体内容分为三大部分。第一部分（第1章至第3章）为基础篇。介绍鲁棒滤波的发展概述、模糊控制的发展概述、非线性系统的鲁棒自适应模糊控制的发展概述及有关基础知识。第二部分（第4章至第8章）研究滤波问题（滤波器的设计）。第4章针对一类多时滞离散非线性系统，根据李亚普诺夫稳定性理论，设计了时滞独立型和时滞依赖型的模糊 H_{∞} 滤波器。第5章针对多时滞连续非线性系统，分别设计了时滞独立型和时滞依赖型的模糊 H_{∞} 滤波器。第6章针对连续非线性系统，研究基于模糊双曲正切模型的模糊双曲 H_{∞} 滤波问题。另外，又将此方法进行扩展，研究一类时滞连续非线性系统和离散非线性系统的模糊双曲 H_{∞} 滤波器设计问题。第7章针对时滞连续非线性系统，研究基于模糊双曲正切模型的模糊双曲 H_{∞} 滤波问题。第8章针对多时滞离散非线性系统，根据非二次型李亚普诺夫稳定理论，研究了模糊 H_{∞} 滤波问题。第三部分（第9章至第12章）研究控制问题（控制器设计）。第9章针对一类具有时滞的非线性不确定系统，讨论了模糊双曲保成本控制器的设计问题。第10章针对一类含有不确定性的连续非线性系统，提出了一种基于广义模糊双曲正切模型的鲁棒直接自适应模糊控制算法。第11章针对一类含有不确定性的连续非线性系统，研究了鲁棒间接自适应控制算法。第12章针对上一章同一类非线性系统，研究了一种基于观测器的模糊输出反馈控制方法。本书可以作为自动控制、电气工程、电子信息等专业的研究生教材，也可供从事上述专业的科研人员和工程技术人员参考。

责任编辑：高智银 封面设计：宋 蕉

Fuzzy Robust Filtering and Control Theory

Lun Shuxian Zhang Mingjun

Dalian University of Technology Press

本书由

渤海大学学科建设出版基金

渤海大学博士启动基金

资助出版

辽宁省教育厅项目(项目编号: 05L016)

The published book is supported by

The Subject Construction Publication Foundation

of Bohai University

The Doctor Start-up Foundation of Bohai University

and

The Foundation of the Education Department

of Liaoning Province (No. 05L016)

序 言

最近，越来越多的学者开始关注非线性系统的滤波问题和鲁棒控制问题。可是，针对上述两个问题的研究著作并不多，特别是非线性时滞系统鲁棒问题的研究更少。对此，我们把针对非线性系统滤波问题和鲁棒控制问题的最新研究成果总结为本书，分为三大部分介绍给广大读者。第一部分(第1章至第3章)为基础篇。介绍鲁棒滤波的发展概述、模糊控制的发展概述、非线性系统的鲁棒自适应模糊控制的发展概述及有关基础知识。本书的第二部分(第4章至第8章)研究多变量非线性系统的模糊 H_{∞} 滤波问题，即滤波器的设计方法。在此部分中，分别针对多时滞离散非线性系统、连续非线性系统和不确定性系统；研究时滞独立型、时滞依赖型的模糊 H_{∞} 滤波器设计方法。由于Riccati方程不便于参数的调整，而线性矩阵不等式可方便参数的调整，还可处理各种附加约束，具有很好的鲁棒性。因此本书主要采用线性矩阵不等式方法来确定滤波器的参数，即滤波器的设计被转化成为求解LMI的可行解问题，采用凸优化技术，如内点法，进行求解。本书的第三部分(第9章至第12章)的研究主题是非线性系统的模糊鲁棒控制问题。本书滤波问题和控制问题的研究对象都是含有不确定性的非线性系统，我们均用模糊建模手段对系统进行数学描述，两个问题的对象和建模的思路是一致的，但为了设计方便，在具体数学表达和数学处理上会有所差别。本书中滤波器和控制器的设计，都是基于Lyapunov稳定性理论。在给读者提供的几种滤波器设计方法和控制器设计方法中，除了采用T-S模糊模型外，还采用了一种新型的模糊模型，即模糊双曲模型。基于上述几点共性，我们把非线性系统的模糊 H_{∞} 滤波问题和模糊鲁棒控制问题的部分最新研究成果同时奉献给广大的读者，力争给读者提供更多的解决此类问题的思路和方法。

本书主要包括以下研究内容及成果：

1. 针对多时滞离散非线性系统，研究了模糊 H_{∞} 滤波方法。主要包括以下两方面内容：

(1)根据Lyapunov稳定性理论，设计时滞独立型 H_{∞} 滤波器。首先，采用T-S模糊模型来描述多时滞离散非线性系统。然后得到模糊 H_{∞} 滤波器存在的一个充分条件，这个充分条件是与时滞大小无关的矩阵不等式，它能够保证滤波器满足 H_{∞} 性能指标和渐近稳定性的要求。为了得到滤波器的待求参数矩阵，通过引入一个非奇异矩阵，并根

据矩阵不等式的性质，将矩阵不等式转化为线性矩阵不等式。那么，滤波器的设计问题被转化为求解LMI的可行解问题。为了得到性能更好的模糊 H_∞ 滤波器，需要求解满足LMI条件的最小的噪声抑制水平。可以采用具有全局收敛能力的凸优化技术求解滤波器的参数矩阵。另外，在滤波器设计时考虑了系统模糊建模时的模型误差，因此该模糊 H_∞ 滤波器具有一定的鲁棒性和实用性。

(2)根据Lyapunov稳定性理论，设计时滞依赖型模糊 H_∞ 滤波器。首先，采用模糊T-S模型来描述这一类多时滞离散非线性系统。然后根据依赖时滞的Lyapunov稳定性理论，得到模糊 H_∞ 滤波器存在的一个充分条件，这个充分条件是与时滞大小有关的矩阵不等式，与上述时滞独立型模糊 H_∞ 滤波器设计类似，滤波器的设计问题被转化为求解LMI的可行解问题。

2. 针对多时滞连续非线性系统，研究了时滞独立型和时滞依赖型模糊 H_∞ 滤波方法。设计方法与上述离散系统的情况相类似，但是由于寻求滤波器参数矩阵时采用奇异值分解方法，可以有多种解，没有系统的方法可以得到最优解。因此，本书中引入了局部模糊滤波器的传递函数定义。由于每条模糊规则表示一个局部线性化模型，因此为了确定参数矩阵的惟一性，利用局部模糊滤波器的传递函数，经过一定的转化，可得到惟一的滤波器参数矩阵。另外，又着重研究降低依赖时滞型模糊 H_∞ 滤波的保守性方法。该方法使得在Lyapunov泛函的推导过程中，不出现系统矩阵与Lyapunov矩阵的乘积项，这样的结果极其容易地就扩展到含有多凸不确定系统中。这不仅避免了在处理Lyapunov泛函的稳定性时的困难和复杂性，而且得到具有更小保守性的结果。再有，我们研究了非零初始条件下的新型 H_∞ 性能指标，并且传统的零初始条件的 H_∞ 性能指标是这种新型性能指标的一个特例。

3. 针对一类连续非线性系统，研究了基于模糊双曲正切模型(FHM)的模糊 H_∞ 滤波方法。首先采用模糊双曲正切模型来描述非线性系统。与模糊T-S模型类似，FHM也能够用来建立一类未知复杂系统的模型。其滤波器设计过程与第一部分的描述相类似。为了降低滤波器设计的保守性，引入广义的 ε -block、 λ -block和其相应的等价形式的概念。在位置准则和维数准则下，通过广义的 ε -block、 λ -block被其相应的等价形式替代来简化LMI。另外，在此使用的 H_∞ 性能指标是一种适合FHM特色的 H_∞ 新型性能指标。并且已证明该指标与传统的 H_∞ 性能指标的关系。由于模糊双曲正切模型是一种有效的全局描述，因此，当采用FHM来描述系统时，仅需要求解一个矩阵不等式来得到正定矩阵 P ，与基于T-S模糊模型的 H_∞ 滤波器设计相比，降低保守性的同时，大大减小了计算量，适合在线实时估计信号。又将此方法进行扩展，研究时滞连续非线性系统和离散非线性系统的模糊双曲 H_∞ 滤波器设计问题。

4. 针对时滞连续非线性系统，研究了基于模糊双曲正切模型的模糊 H_{∞} 滤波方法。假定系统的非线性模糊双曲模型与标称线性模型之间的距离满足一定的界，这与非线性函数的李普希兹条件类似。然后将滤波误差动态非线性系统转化为标称形式的线性模型与模型误差（非线性模型与标称线性模型之差）的和。然后根据Lyapunov稳定性理论和线性矩阵不等式性质，将滤波器的设计问题被转化为求解LMI的可行解问题。

5. 针对第4章的多时滞离散非线性系统，根据非二次型Lyapunov稳定理论，研究模糊 H_{∞} 滤波问题。模糊模型的稳定性研究通常采用二次型Lyapunov函数，可是当需要大量的模糊规则来逼近一个复杂的非线性系统时，就导出与模糊规则数有关的大量LMIs，这可能会导致正定矩阵P不存在。为了降低保守性，研究采用非二次型Lyapunov函数设计模糊 H_{∞} 滤波器问题。

6. 针对一类不确定系统，研究了基于模糊双曲正切模型的保成本控制方法。与滤波器设计思想类似，基于线性矩阵不等式方法，研究了时滞独立型保成本控制器设计方法。

7. 针对一类含有不确定性的连续非线性系统，提出了一种基于广义模糊双曲正切模型的鲁棒直接自适应模糊控制算法。所提的控制器由两部分组成，一部分是广义模糊双曲正切模型结构的模糊控制器，另一部分是用来消除系统中不确定项的双曲正切函数形式的鲁棒补偿器。应用Lyapunov稳定理论推得的反馈控制律和参数自适应控制律保证了闭环系统的稳定性，同时获得了很好的跟踪性能。在此基础上，将该方法推广到多输入多输出不确定非线性系统中。

8. 针对一类含有不确定性的连续非线性系统，设计了鲁棒间接自适应控制算法。首先，根据被控对象的已知信息得到非线性系统的模糊模型，即广义模糊双曲模型，这样容易把先验知识结合到控制器设计中。之后，在包括模糊逼近误差和外部干扰的系统不确定项有界但未知的假设条件下，设计了这个界的自适应估计参数项，并在此基础上设计了一个鲁棒间接自适应控制器。根据Lyapunov 稳定理论证明了整个控制策略保证了控制系统跟踪误差收敛到原点的一个很小的邻域内，且闭环系统的所有信号最终一致有界。本书所提控制策略的主要特点是，在每个子系统中只有一个自适应参数需要在线调节，因此，在线计算负担很小；而且，所提的控制策略为一光滑无抖振控制。

9. 针对一类含有不确定性的非线性系统，研究了一种模糊输出反馈控制方法。此方法不必假设所有的状态变量完全可测，通过构造基于严格正实Lyapunov设计方法的观测器来获得系统的状态变量，从而实现了一种新的鲁棒自适应输出反馈控制策略。

本书由伦淑娴和张明君著写。其中第1章、第4章、第5章、第6章、第7章、第8章、第9章由伦淑娴编写，第2章、第3章、第10章、第11章和第12章由张明君编写。全书由伦淑娴统稿。

本书是本人和张明君教授近年来的研究成果，汇聚了当前模糊鲁棒滤波与控制问题的最新研究进展。在本书正式出版之际，要衷心感谢我的博士生导师张化光教授和博士后合作导师王飞跃教授对我的悉心指导。在写作过程中，参考了大量文献，作者尽可能一一注明，但由于文献较多，疏漏在所难免，在此向被遗漏的作者表示歉意，并向所有的参考文献作者表示由衷的感谢。另外，我更要向我的丈夫许春辉和儿子许文夫表示由衷的感激，他们在我的研究中给予我无微不至的关爱和全力以赴的帮助。最后感谢渤海大学学科建设出版基金资助、渤海大学博士启动基金资助和辽宁省教育厅项目（项目编号：05L016）的资助以及大连理工大学出版社对本书出版的大力支持。

由于作者理论水平有限以及研究工作的局限性，特别是非线性系统的鲁棒滤波理论正处在起步阶段，书中难免存在一些不足和错误，恳请广大读者批评和指正。

伦淑娴

2007年11月

目 录

第 1 章 非线性系统的鲁棒滤波理论发展现状	1
1.1 引言	1
1.2 H_∞ 滤波的发展概述	2
1.3 非线性系统 H_∞ 滤波的发展概述	3
1.3.1 非线性系统鲁棒滤波的发展概述	4
1.3.2 非线性时滞系统 H_∞ 滤波的发展概述	6
第 2 章 模糊控制与非线性系统的鲁棒控制理论发展现状	8
2.1 引言	8
2.2 模糊控制理论的发展概述	8
2.2.1 模糊集合理论的产生	8
2.2.2 模糊控制的定义及特点	8
2.2.3 模糊控制的发展历程	9
2.3 非线性系统的鲁棒自适应模糊控制的发展概述	12
2.3.1 非线性系统的鲁棒控制研究	12
2.3.2 非线性系统的鲁棒自适应模糊控制研究	13
第 3 章 模糊模型	16
3.1 T-S模糊模型	16
3.1.1 T-S模糊模型的构成	16
3.1.2 T-S模糊模型的输出	16
3.2 模糊双曲正切模型和广义模糊双曲正切模型	17
3.2.1 模糊双曲正切模型	18
3.2.2 广义模糊双曲正切模型	21
第 4 章 多时滞离散非线性系统模糊H_∞滤波器设计	26
4.1 引言	26
4.2 离散非线性系统滤波问题的描述	27
4.3 多时滞离散非线性系统的时滞独立型模糊 H_∞ 滤波器设计	27
4.3.1 多时滞离散非线性系统的T-S模糊模型描述	28
4.3.2 基于T-S模糊模型的模糊 H_∞ 滤波器分析	30
4.3.3 模糊 H_∞ 滤波器设计	42
4.3.4 仿真例子	47
4.3.5 结论	52

4.4	多时滞离散非线性系统的时滞依赖型模糊 H_{∞} 滤波器设计	52
4.4.1	基于T-S模糊模型的时滞依赖型模糊 H_{∞} 滤波分析	52
4.4.2	时滞依赖型模糊 H_{∞} 滤波器设计	58
4.4.3	仿真例子	61
4.4.4	结论	64
4.5	本章小结	65
第 5 章	多时滞连续非线性系统模糊H_{∞}滤波器设计	66
5.1	引言	66
5.2	连续非线性系统滤波问题的描述	66
5.3	连续非线性系统的时滞独立型模糊 H_{∞} 滤波器设计	67
5.3.1	问题描述	67
5.3.2	连续非线性系统的时滞独立型模糊 H_{∞} 滤波器分析	69
5.4	连续非线性系统的时滞依赖型模糊 H_{∞} 滤波器设计	75
5.4.1	时滞依赖型模糊 H_{∞} 滤波器分析	75
5.4.2	时滞依赖型模糊 H_{∞} 滤波器设计	79
5.5	连续非线性系统的新型模糊 H_{∞} 滤波器设计	82
5.5.1	问题描述	82
5.5.2	模糊 H_{∞} 滤波分析	82
5.5.3	时滞依赖型模糊 H_{∞} 滤波器设计	89
5.5.4	时滞独立型 H_{∞} 滤波器设计	94
5.6	本章小结	95
第 6 章	连续非线性系统模糊双曲H_{∞}滤波器设计	97
6.1	引言	97
6.2	连续非线性系统模糊双曲 H_{∞} 滤波器设计	97
6.2.1	预备知识	98
6.2.2	模糊双曲 H_{∞} 滤波器分析	99
6.2.3	系统参数具有不确定性时模糊双曲 H_{∞} 滤波器分析	105
6.2.4	模糊双曲 H_{∞} 滤波器设计	111
6.2.5	仿真例子	120
6.2.6	结论	123
6.3	时滞连续非线性系统模糊双曲 H_{∞} 滤波器设计	124
6.3.1	时滞连续非线性系统模糊双曲 H_{∞} 滤波器分析	124
6.3.2	仿真例子	126
6.3.3	结论	126

6.4	时滞连续非线性系统的新型模糊双曲 H_{∞} 滤波器设计	127
6.4.1	模糊双曲 H_{∞} 滤波器分析	128
6.4.2	模糊双曲 H_{∞} 滤波器设计	131
6.4.3	仿真例子	133
6.4.4	结论	135
6.5	本章小结	135
第 7 章	时滞离散非线性系统模糊双曲H_{∞}滤波器设计	136
7.1	引言	136
7.2	预备知识	136
7.3	模糊双曲 H_{∞} 滤波器分析	137
7.4	模糊双曲 H_{∞} 滤波器设计	140
7.5	仿真例子	144
7.6	本章小结	145
第 8 章	基于非二次型Lyapunov稳定理论的模糊H_{∞}滤波器设计	146
8.1	引言	146
8.2	模糊 H_{∞} 滤波器分析	146
8.3	模糊 H_{∞} 滤波器设计	149
8.4	本章小结	154
第 9 章	时滞独立型模糊双曲保成本控制器设计	155
9.1	引言	155
9.2	具有时滞的不确定系统保成本控制问题的描述	155
9.3	状态反馈模糊双曲保成本控制器设计	156
9.4	仿真例子	159
9.5	本章小结	161
第 10 章	连续非线性系统的鲁棒直接自适应控制	162
10.1	引言	162
10.2	预备知识	163
10.3	一类SISO非线性系统的鲁棒直接自适应控制	164
10.3.1	问题描述	164
10.3.2	鲁棒直接自适应模糊控制	165
10.3.3	仿真例子	170
10.4	一类MIMO非线性系统的鲁棒直接自适应控制	171
10.4.1	MIMO非线性系统的描述	171
10.4.2	鲁棒直接自适应模糊控制	176

10.4.3 仿真例子	182
10.5 本章小结	184
第 11 章 连续非线性系统的鲁棒间接自适应控制	185
11.1 引言	185
11.2 一类SISO系统的鲁棒间接自适应控制	186
11.2.1 系统描述	186
11.2.2 模糊状态反馈控制律的设计	187
11.2.3 仿真例子	189
11.3 一类MIMO系统的鲁棒间接自适应控制	190
11.3.1 问题描述	190
11.3.2 模糊状态反馈控制律的设计	193
11.3.3 仿真例子	196
11.4 本章小结	198
第 12 章 基于观测器的输出反馈控制	199
12.1 引言	199
12.2 基于观测器的SISO非线性系统输出反馈控制	199
12.2.1 预备知识	199
12.2.2 问题描述	200
12.2.3 反馈控制律设计	200
12.2.4 仿真例子	204
12.3 基于观测器的MIMO非线性系统输出反馈控制	205
12.3.1 问题描述	205
12.3.2 反馈控制律设计	207
12.3.3 仿真例子	211
12.4 本章小结	214
参考文献	215

第1章 非线性系统的鲁棒滤波理论发展现状

1.1 引言

滤波问题就是从被噪声污染的观测信号中过滤噪声，尽可能消除噪声的影响，求未知真实信号或系统状态的估计。这类问题广泛出现在通信、信号处理和控制领域。噪声污染源或来自信号检测仪表，或来自检测装置本身的误差，或来自其他的干扰。由于系统的特性不同，所采用的滤波手段就不同。对于确定信号，其具有确定的频谱特性，可根据信号与噪声所处频带的不同，设计具有相应频率特性的滤波器，它使有用信号无衰减地通过，而噪声信号受到抑制。这种滤波器可以是低通的，也可以是带通的或高通的，这要根据有用信号及噪声的相对频率而定。对确定信号的滤波处理通常称为常规滤波。对于随机信号，其具有确定的功率谱特性，可根据有用信号和噪声信号的功率谱密度的不同设计滤波器。此类滤波器在对信号进行选通和抑制上与常规滤波器是相似的。

但是当信号谱与噪声谱相互重叠时，这种常规滤波器方法失效。这个问题首先被Wiener(1949)和Kolmogorov(1941)所研究，他们采用统计和频域的思想，提出了经典的Wiener滤波理论。由于Wiener当时是为了研究火炮控制系统的需要才提出的Wiener滤波理论，由于军事保密原因，直到1949年才公开发表这个理论。Wiener滤波是采用频域法，仅能处理平稳随机过程。它通过功率谱分解和平稳随机过程的谱展式解决了随机系统的最优滤波问题，所得的Wiener滤波器是物理上不可实现的。为了得到物理上可实现的Wiener滤波器，需要求解维纳-霍普方程，计算量较大，需要大量的存储空间来存储全部的历史数据。上述缺点及其局限限制了Wiener滤波在工程上的应用。到了20世纪60年代初，随着空间技术和电子技术的发展及高速电子计算机的出现，要求处理复杂的多变量系统、时变系统及非平稳随机过程，要求滤波器具有实时、快速计算能力。于1960年，R. E. Kalman突破了经典Wiener滤波理论和方法的局限性，提出了离散Kalman滤波；次年，他与R. S. Bucy合作，把这一滤波方法推广到连续时间系统，从而形成Kalman滤波估计理论。这种滤波方法采用了与Wiener滤波相同的估计准则。但是，Kalman滤波是一种时域滤波方法，采用状态空间方法描述系统，算法采用递推形式，数据存储量小，不仅可以处理平稳随机过程，也可处理多维和非平稳随机过程。由于Kalman滤波具有上述的一些优点，因此一经提出，立即应用到实际工程。阿波罗登月计划和C-5A飞机导航系统的设计是早期应用中最成功的实例。随着电子计算机的迅速发展和广泛应用，Kalman滤波在工程实践中，特别在航空航天技术中迅速得到应用。目前，Kalman滤波理论作为一种最重要的最优估计理论被广泛应用到各种领域，如惯性导航、组合导航、制导系统、全球定位系统、目标跟踪、通信与信号处理、金融、电机等。Kalman最初提出的滤波理论只适用于线性系统，并要求观测方程也必须是线性的。在此后的十多年时间里，Bucy和Sunahara等人致力于

研究Kalman滤波理论在非线性系统和非线性观测器下的扩展，提出了扩展Kalman滤波(Extended Kalman Filter, EKF)方法，拓宽了Kalman滤波的适用范围。但由于传统的Kalman滤波是建立在模型精确和随机噪声信号统计特性已知基础上的，对于一个实际系统，往往存在着模型不确定或(和)噪声信号统计特性不完全已知，这些不确定因素使得传统的Kalman滤波算法失去最优性，估计精度大大降低，严重时会引起滤波发散。另外，由于计算机的字长有限，在计算中舍入误差积累过大，造成误差协方差阵失去对称正定性，影响数值稳定性。由于Kalman滤波方法具有上述缺点，因此研究Kalman滤波算法的收敛性以及如何使Kalman滤波算法收敛成为人们研究的热点^[1, 2]。

1.2 H_∞ 滤波的发展概述

虽然Kalman滤波被广泛应用，但是它的缺点也十分明显，原因之一是它要求对噪声有先验的了解，这在许多场合不易实现，从而促使一些学者开始在极小化 H_∞ 范数的意义下研究最优滤波器的设计。

当系统噪声(包括过程噪声和测量噪声)的统计特性难以确定时，可以将其看做是具有有限能量的任意信号，而不必是高斯信号。因此可以用噪声输入到估计误差的传递函数的 H_∞ 范数作为滤波器的性能指标，通过使这一性能指标小于某个给定的值来设计系统的 H_∞ 滤波器。 H_∞ 滤波实际上是一个极大极小估计问题，通常是指当所有噪声的能量达到最大时，信号估计误差的能量达到最小。可以证明当外部信号的能量谱密度具有不确定性时， H_∞ 性能是最理想的性能指标。与Kalman滤波相比， H_∞ 滤波的优点如下：

(1) 不需要对噪声信号做任何的统计假设，且使得最坏噪声情况下估计误差最小。在大多数实际过程中噪声信号的统计特征是未知的，或时变的，或有色噪声， H_∞ 滤波器仍能够收敛且具有很高的估计精度。这意味着 H_∞ 滤波将比Kalman滤波具有更好的鲁棒性。

(2) 传统的Kalman滤波是 H_∞ 滤波的一个特例，当噪声抑制水平 $\gamma \rightarrow \infty$ 时， H_∞ 滤波所满足的Riccati递推方程将简化为Kalman滤波的递推方程，这就暗示传统的Kalman滤波器的 H_∞ 范数将变得很大，同时鲁棒性较差。

(3) 当模型中存在诸如测量噪声、时滞和结构不确定等外部不确定时， H_∞ 滤波器具有一定的鲁棒性。

H_∞ 滤波器的实现方法有五种：多项式技术^[3](Polynomial Equation)，插值法^[4](Interpolation)，代数Riccati方程^[5~7](the Algebraic Riccati Equation, ARE)，对策理论^[8, 9](Game Theoretic)和线性矩阵不等式方法^[10](Linear Matrix Inequality, LMI)。其中，多项式技术和插值法都是直接采用传递函数，因此属于频域方法。当系统的频域信息如零点、极点、带宽等已知时，这两种方法特别适用。但是频域法的表达形式十分复杂，特别是多变量的情况下尤为突出。而代数Riccati方程和