

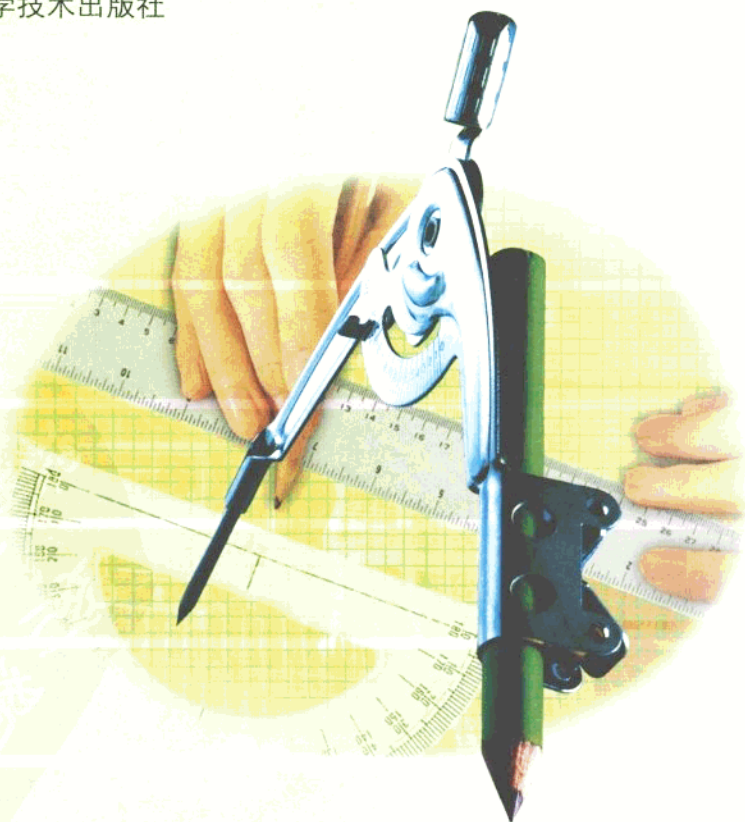
DUIKOU SHENGXUE

对口升学百日冲刺

数学

S H U X U E

■ 顾 问	吴国华	唐超文
■ 策 划	曹爱群	魏志军
■ 总 主 编	黄志文	
■ 本书主编	黄志文	

 湖南科学技术出版社


BAIRI CHONGCI

DUIKOU SHENGXUE

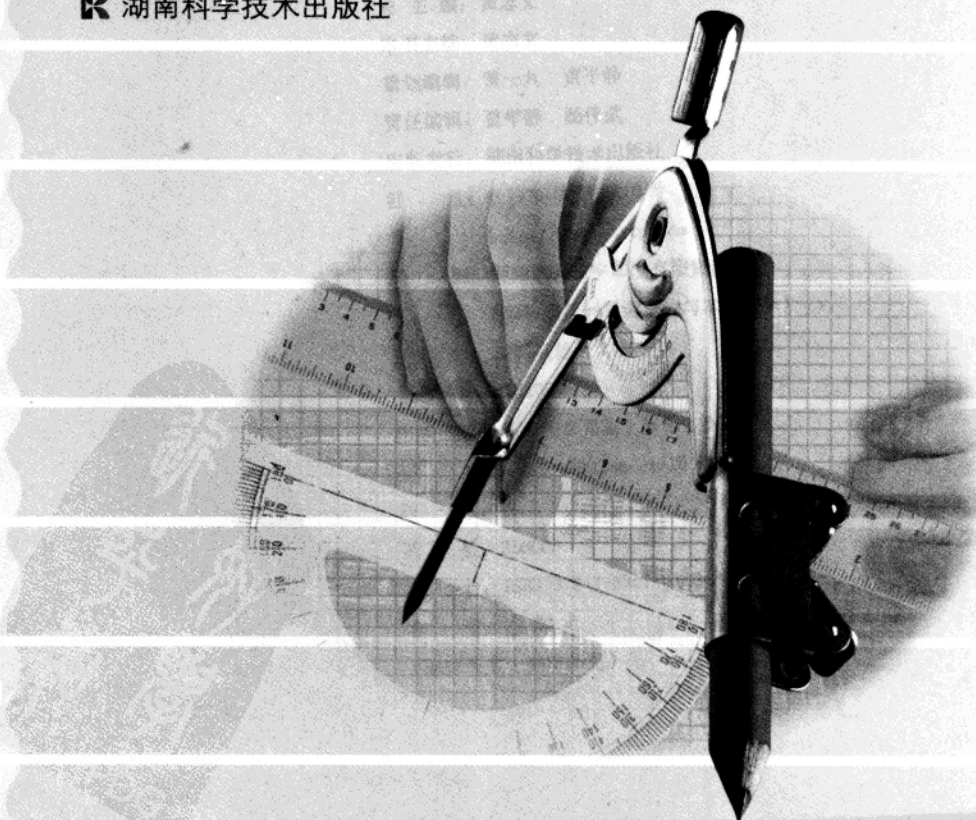
对口升学百日冲刺

数学

S H U X U E

■ 顾问 吴国华 唐超文
■ 策 划 曹爱群 魏志军
■ 总 主 编 黄志文
■ 本书主编 黄志文

■ 湖南科学技术出版社



图书在版编目 (CIP) 数据

对口升学百日冲刺. 数学 / 黄志文主编. —长沙: 湖南科学技术出版社, 2008.1

ISBN 978-7-5357-5140-9

I. 对… II. 黄… III. 数学课—高中—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 003801 号

对口升学百日冲刺

数 学

顾 问: 吴国华 唐超文

策 划: 曹爱群 魏志军

总 主 编: 黄志文

本书主编: 黄志文

策划编辑: 黄一九 贾平静

责任编辑: 贾平静 汤伟武

出版发行: 湖南科学技术出版社

社 址: 长沙市湘雅路 276 号

<http://www.hnstp.com>

印 刷: 湖南航天长字印刷有限责任公司

(印装质量问题请直接与本厂联系)

厂 址: 望城坡航天大院

邮 编: 410205

出版日期: 2008 年 2 月第 1 版第 1 次

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 14.5

字 数: 356000

书 号: ISBN 978-7-5357-5140-9

定 价: 22.00 元

(版权所有·翻印必究)

《对口升学百日冲刺·数学》

编委会名单

顾	问	吴国华	唐超文		
策	划	曹爱群	魏志军		
总	主	编	黄志文		
本	书	主	编	黄志文	
副	主	编	曾奇东	欧斌芳	肖步青
			钟文明	李征辉	巢正奇
			周金辉	朱玉德	李剑志
					刘建民
					张明
					刘志成

前 言

《对口升学百日冲刺》是我们依据最新考试大纲，为满足广大职高类对口升学考试考生的需求，继《对口升学精讲精练》之后，精心打造的又一套精品教学辅导用书。

《对口升学精讲精练·数学》侧重于对职高数学基础知识进行比较全面的回顾和整理，适宜于第一轮复习使用。《对口升学百日冲刺·数学》则严格遵循考纲，侧重于帮助读者了解对口升学命题动态和热点考向，掌握科学的思维方法和解题规律，提升解题能力，培养良好的答题习惯和应考素质，适宜于第二轮和第三轮总复习使用。

《对口升学百日冲刺·数学》由对口升学教学经验丰富的一线数学高级教师和对口升学研究专家依据最新考试大纲，精心策划、认真编写而成。书中内容反映了作者多年来对口升学教学的成功经验以及对口升学考试阅卷和对口升学考试命题研究的最新成果，具有较强的针对性、预测性、实用性和权威性。

本书是目前唯一的一本依据湖南省中等职业学校《数学》教材，紧扣最新对口升学考试大纲，指导师生在第二轮、第三轮复习中科学备考、高效冲刺，轻松夺取高分的教学参考书。全书比较全面、准确地把握了最新考纲所确定的各项基本要求和指导思想，书中立足考试大纲和湖南省中等职业学校《数学》教材，科学地分析、总结和预测了对口升学中的重点、难点和热点，尤其对热点考向作了比较详尽地解析。全书共分十五章，每个章节均按教学流程编排，难易适中、可操作性强，材料新颖、注重原创，讲解透彻、注重启发，力求方法的讲解与技能的训练、能力的提升逐步到位。

全书由三大部分组成。第一部分是考点知识的专题复习，重点突出对考点知识的扼要归纳、灵活运用。每节均由“经典真题演练”、“考点知识扫描”、“热点考向解析”、“限时提速训练”四个栏目组成。第二部分是题型和解题策略的专题复习。以比较经典的往届对口升学考试真题为例，剖析并归纳了选择题、填空题和解答题的解题策略，从方法上给考生以具体的指导。为了帮助考生科学地提高解答这三大题型的速度、能力和效率，书中配备有10套“选择题、填空题专项训练”。每套训练题安排了10道选择题和8道填空题，满分90分，限时45分钟。同时还专门配备了5套“解答题专项训练”，每套训练题安排了6道解答题，满分60分，限时75分钟。第三部分是考前冲刺模拟训练。在这一部

分配备了 10 套与新考试大纲和指定教材完全对接的全真模拟试卷.

本书在策划、编写和审校过程中,得到了有关对口升学的权威人士和省市教研专家的悉心指导,也得到了广大同仁和作者所在单位领导的大力支持,在此深表谢意.

尽管我们在编写和审校本书时,层层把关,仔细推敲,反复修改,但由于时间仓促,水平有限,仍难免有疏漏之处,恳请广大读者批评指正,来信请发电子邮件至 hzw966@126.com.

愿《对口升学百日冲刺·数学》能引领每位考生轻松高效地度过高三最后一个学期的美好时光,预祝每位考生在高考中金榜题名!

主 编

目 录

第一部分 考点知识专题复习

第一章 集合、逻辑用语和不等式	(1)
第一节 集合与逻辑用语	(1)
第二节 不等式及其解法	(5)
达标检测 (1)	(9)
第二章 函数和导数	(11)
第一节 函数的概念和性质	(11)
第二节 指数函数和对数函数	(15)
第三节 函数和导数的应用	(21)
达标检测 (2)	(26)
第三章 平面向量	(29)
达标检测 (3)	(34)
第四章 三角函数	(37)
第一节 三角函数及其运算	(37)
第二节 三角函数的图像和性质	(42)
第三节 正弦定理和余弦定理	(48)
达标检测 (4)	(51)
第五章 复数	(54)
达标检测 (5)	(58)
第六章 平面解析几何	(61)
第一节 直线和圆的方程	(61)
第二节 椭圆、双曲线和抛物线	(65)
达标检测 (6)	(72)
第七章 数列、极限与连续	(75)
第一节 数列	(75)
第二节 极限与连续	(80)
达标检测 (7)	(86)
第八章 排列组合、二项式定理与概率	(89)
第一节 排列、组合与二项式定理	(89)
第二节 概率	(95)
达标检测 (8)	(101)

第九章 立体几何	(104)
达标检测 (9)	(110)

第二部分 题型与解题策略

第十章 选择题的解题策略	(113)
第十一章 填空题的解题策略	(119)
第十二章 选择题、填空题专项训练	(123)
选择题、填空题专项训练 (1)	(123)
选择题、填空题专项训练 (2)	(124)
选择题、填空题专项训练 (3)	(125)
选择题、填空题专项训练 (4)	(127)
选择题、填空题专项训练 (5)	(128)
选择题、填空题专项训练 (6)	(130)
选择题、填空题专项训练 (7)	(131)
选择题、填空题专项训练 (8)	(132)
选择题、填空题专项训练 (9)	(134)
选择题、填空题专项训练 (10)	(135)
第十三章 解答题的解题策略	(137)
第十四章 解答题专项训练	(147)
解答题专项训练 (1)	(147)
解答题专项训练 (2)	(148)
解答题专项训练 (3)	(149)
解答题专项训练 (4)	(151)
解答题专项训练 (5)	(152)

第三部分 考前冲刺模拟训练

第十五章 考前冲刺模拟训练	(154)
考前冲刺模拟试卷 (1)	(154)
考前冲刺模拟试卷 (2)	(158)
考前冲刺模拟试卷 (3)	(162)
考前冲刺模拟试卷 (4)	(166)
考前冲刺模拟试卷 (5)	(170)
考前冲刺模拟试卷 (6)	(174)
考前冲刺模拟试卷 (7)	(178)
考前冲刺模拟试卷 (8)	(182)
考前冲刺模拟试卷 (9)	(186)
考前冲刺模拟试卷 (10)	(190)
参考答案	(194)
对口升学考试常用公式和定理	(216)

第一部分 考点知识专题复习

第一章 集合、逻辑用语和不等式

第一节 集合与逻辑用语

经典真题演练

1. 设集合 $M=\{x|x^2>16\}$, $N=\{x|\log_3 x>1\}$, 则 $M\cap N=$ ()
 A. $\{x|x>3\}$ B. $\{x|x>4\}$
 C. $\{x|x<-4\}$ D. $\{x|x<-4\}\cup\{x|x>4\}$
2. 已知集合 $M=\{x|x^2-9<0\}$, $N=\{x|x=2n, n\in\mathbf{Z}\}$, 则 $M\cap N=$ ()
 A. $\{-2, 0\}$ B. $\{-2, 2\}$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$
3. 命题 $p: 2=3$, $q: 2<3$, 则下列命题正确的是 ()
 A. $p\vee q$ 是真命题 B. $p\wedge q$ 是真命题
 C. $p\wedge\neg q$ 是真命题 D. $\neg p\wedge\neg q$ 是真命题
4. 满足关系 $\{1, 2\}\subsetneq A\subseteq\{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 A 的个数共有 ()
 A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个
5. 已知 $A=\{x|-2<x<7\}$, $B=\{x|x<a\}$, 满足 $A\subseteq B$ 的实数 a 的取值范围是_____ (用区间表示).
6. 设全集 $U=\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, $M=\{-2, 0, 2, 4\}$, $P=\{0, 1, 4\}$, 则 $\complement_U M\cap\complement_U P=$ ()
 A. $\{-2, -1, 1, 2, 3\}$ B. $\{-2, 0, 1, 2, 4\}$
 C. $\{-1, 3\}$ D. $\{0, 4\}$

考点知识扫描

一、集合的基本概念

1. 集合的表示方法: 列举法、描述法、图示法(韦恩图法)、区间法.
2. 元素与集合的关系: 属于 ($a\in A$)、不属于 ($a\notin A$).
3. 集合中元素的性质: 确定性、互异性、无序性.
4. 集合与集合的关系: 子集 ($A\subseteq B$)、真子集 ($A\subsetneq B$)、相等 ($A=B$).
5. 常用数集: 自然数集($\mathbf{N}$)、整数集($\mathbf{Z}$)、有理数集($\mathbf{Q}$)、实数集($\mathbf{R}$)、复数集($\mathbf{C}$).

二、集合的运算性质及重要结论

1. $A\cap A=A$, $A\cap\emptyset=\emptyset$, $A\cap B=B\cap A$, $A\cap\complement_U A=\emptyset$
2. $A\cup A=A$, $A\cup\emptyset=A$, $A\cup B=B\cup A$, $A\cup\complement_U A=U$
3. $A\cap B=A\iff A\subseteq B$, $A\cup B=A\iff B\subseteq A$.
4. 若集合 A 含有 n 个元素, 则它的子集个数为 $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n$, 真子集个数

为 $2^n - 1$, 非空真子集个数为 $2^n - 2$.

三、复合命题的真假与真值表

表 1-1

p	q	非 p ($\neg p$)	p 或 q ($p \vee q$)	p 且 q ($p \wedge q$)
真	真	假	真	真
真	假	假	真	假
假	真	真	真	假
假	假	真	假	假

四、充要条件

对于两个命题 p 和 q , 如果有 $p \Rightarrow q$, 则称 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件; 如果 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$, 即 $p \Leftrightarrow q$, 则称 p 是 q 的充分必要条件, 简称充要条件.

热点考向解析

热点考向一 元素与集合、集合与集合的关系

例 1 设全集 $U = \{1, 8, a^2 - a + 1\}$, $A = \{1, |a| + 7\}$, $\complement_U A = \{3\}$, 求实数 a 的值.

解答 因为 $\complement_U A = \{3\}$, 所以 $3 \in U$ 且 $3 \notin A$. 于是 $a^2 - a + 1 = 3$, 解之得 $a = 2$ 或 $a = -1$. 当 $a = 2$ 时, $|a| + 7 = 9 \notin U$, 不合题意; 当 $a = -1$ 时, $|a| + 7 = 8 \in U$, 符合题意. 故 $a = -1$.

小结 在 $\complement_U A$ 中 A 是 U 的子集, 即 $A \subseteq U$; $\complement_U A = \{3\}$ 表示 $3 \in U$ 且 $3 \notin A$.

例 2 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x > 2\}$, $B = \{x | x^2 > 4\}$, 则下列关系中正确的是 ()

- A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$ C. $A = B$ D. $\complement_U A \cap B = \emptyset$

解答 因为 $B = \{x | x > 2 \text{ 或 } x < -2\}$, 所以 $A \subseteq B$. 故选 A.

小结 本题给定的集合是不等式的解集, 应先化简集合, 再借助数轴求解.

例 3 已知集合 A 满足 $\{3, 5\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 5, 7\}$, 则满足条件的集合 A 的个数为 ____.

解答 由题意可知, A 中至少含有两个元素 3 和 5, 并且 A 是集合 $\{1, 2, 3, 5, 7\}$ 的真子集, 所以集合 A 的个数为 $C_3^3 + C_3^3 + C_3^3 = 7$.

小结 本题也可用列举法, 即写出所有适合条件的集合 A .

热点考向二 集合的运算

例 4 已知 a 为常数, 集合 $M = \{x | ax - 1 > 0\}$, $N = \{x | x > a\}$, 若 $M \cap N = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

解答 若 $a = 0$, 则 $M = \emptyset$, 此时 $M \cap N = \emptyset$; 若 $a > 0$, 则 $M = \{x | x > \frac{1}{a}\}$, $N = \{x | x > a\}$, 此时 $M \cap N \neq \emptyset$; 若 $a < 0$, 则 $M = \{x | x < \frac{1}{a}\}$. 由于 $M \cap N = \emptyset$, 所以 $\frac{1}{a} \leq a$ 且 $a < 0$, 解之得 $-1 \leq a < 0$. 故实数 a 的取值范围是 $[-1, 0]$.

小结 解答本题的关键在于正确地求解不等式 $ax - 1 > 0$, 进而转化为对 a 的取值进行分类讨论.

例 5 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, 若 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

解答 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, 因为 $A \cup B = A$, 所以 $B \subseteq A$.

(1) 当 $B = \emptyset$ 时, 则 $m + 1 > 2m - 1$, 即有 $m < 2$, 此时 $A \cup B = A$.

(2) 当 $B \neq \emptyset$ 时, 则 $m+1 \leq 2m-1$, 即有 $m \geq 2$, 同时 m 满足 $\begin{cases} m+1 \geq -2 \\ 2m-1 \leq 5 \end{cases}$, 解之得 $-3 \leq m \leq 3$, 从而 $2 \leq m \leq 3$.

由 (1) 和 (2) 可知 m 的取值范围是 $(-\infty, 3]$.

小结 题中 $B = \emptyset$ 的情况不能忽视, 在解题过程中应引起重视. 求解这类集合问题的关键之一是正确求解不等式, 以化简集合. 之二是利用数轴这个工具进行集合运算, 特别要注意边界值的取舍.

热点考向三 判断复合命题的真假

例 6 下列各组命题中, 满足 $p \vee q$ 为真, $p \wedge q$ 为假, $\neg p$ 为真的是 ()

- A. $p: 0 \subseteq \emptyset, q: 0 \in \emptyset$
 B. $p: \text{若 } f(x) \text{ 是奇函数, 则 } f(0)=0, q: A \cup \emptyset = \emptyset$
 C. $p: \emptyset \in \{\emptyset\}, q: \{x|x=k^2+2, k \in \mathbf{R}\} = \{x|x=a^2-4a+6, a \in \mathbf{R}\}$
 D. $p: \text{若 } \sin \alpha = \frac{1}{2}, \text{ 则 } \alpha = 30^\circ, q: \triangle ABC \text{ 中, 若 } \sin A > \sin B, \text{ 则 } a > b$

解答 A 中 p 假, q 假; B 中 p 假, q 假; C 中 p 真, q 真; D 中 p 假, q 真. 故选 D.

小结 “非 p ” 形式的复合命题的真假与 p 的真假相反; “ p 且 q ” 形式的复合命题, 当 p 和 q 同为真命题时为真, 其他情况均为假; “ p 或 q ” 形式的复合命题, 当 p 和 q 同为假命题时为假, 其他情况均为真.

热点考向四 充要条件的判定

例 7 “ $\tan \alpha = 1$ ” 是 “ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

解答 $\tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$, 但 $\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan \alpha = 1$, 所以 “ $\tan \alpha = 1$ ” 是 “ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ” 的必要不充分条件. 故选 B.

小结 判断充分必要条件时, 先要分清条件和结论, 进而找到条件与结论之间的逻辑推理关系. 基本的判定方法大体上有四种, 定义法、集合法、逆否法 (等价法) 以及充要关系传递法.

限时提速训练

满分: 100 分 时量: _____ 分钟 得分: _____ 分 _____ 月 _____ 日

一、单选题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

1. 设全集 $U = \{a, b, c, d, e, f, g\}$, $M = \{b, d, e, g\}$, $P = \{a, c, d\}$, 则 $\complement_U M \cap \complement_U P =$ ()

- A. $\emptyset$
 B. $\{f\}$
 C. $\{d\}$
 D. $\{a, b, c, e, f, g\}$

2. 如果命题 $p: x+1 \neq 0, q: x-2=0$, 那么 $p \vee \neg q$ 表示命题 ()

- A. $x \neq -1$ 或 $x \neq 2$
 B. $x \neq -1$ 且 $x \neq 2$
 C. $x = -1$ 或 $x \neq 2$
 D. $x = -1$ 或 $x = 2$

3. 如图 1-1, I 是全集, M, P 是 I 的两个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()

- A. $\complement_I M \cup P$
 B. $M \cup \complement_I P$
 C. $M \cap \complement_I P$
 D. $\complement_I M \cap P$

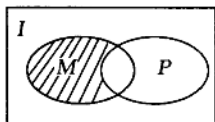


图 1-1

4. 设 $M = \{-5, a, a^2 + 3a\}$, $N = \{2a - 1, a - 4, a^2 + 1\}$, 若 $M \cap N = \{-5\}$, 则实数 $a =$ ()

- A. 0 B. 1 C. -1 D. -2

5. 已知命题 $p: x \neq 0$, 命题 $q: xy \neq 0$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 设 $m, n \in \mathbf{R}$, 集合 $P = \{1, m + n, m\}$, $Q = \{0, \frac{n}{m}, n\}$, 若 $P = Q$, 则 $n - m =$ ()

- A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

7. 已知 $M = \{x | x^2 - 1 = 0\}$, $N = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $N \subseteq M$, 则 $a =$ _____.

8. 已知 $A = \{y | y = x^2 - 4x + 3, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y | y = -x^2 + 2x + 8, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

9. 命题“若 $m < n$, 则 $\lg m \leq \lg n$ ”的逆否命题是_____.

10. 设集合 $A = \{1, 2\}$, 则满足 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ 的集合 B 的个数是_____.

11. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则 A 的真子集的个数是_____.

12. 已知 $A = \{x | x \geq 2 \text{ 或 } x < -3\}$, $B = \{x | -4 \leq x < 5\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.

13. 若命题 $p: x \in A \cup B$, 则 $\neg p$ 是_____.

14. 设全集是实数集 $\mathbf{R}$, $A = \{x | x < 1\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B =$ _____.

三、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 10 分, 共 30 分)

15. 已知集合 $M = \{x | |x - a| < 1\}$, $N = \{x | \frac{2x - 1}{x + 2} < 1\}$, 若 $M \subseteq N$, 求实数 a 的取值范围.

16. 已知 $A = \{2, m, n\}$, $B = \{2m, 2, n^2\}$, 且 $A = B$, 求 m, n 的值.

17. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x = 4\}$, $B = \{x | ax - 2 = 0\}$, 若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的值.

第二节 不等式及其解法

经典真题演练

1. 若 $p: a > b$ 且 $c < 0$, $q: ac < bc$, 则 p 是 q 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. 不等式 $|x-3| \geq 5$ 的解集为 _____.
3. 不等式 $\frac{3x+5}{x} < 0$ 的解集为 ()
 A. $(-\infty, -\frac{5}{3})$ B. $(-\frac{5}{3}, 0)$
 C. $(0, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{5}{3}) \cup (0, +\infty)$
4. 不等式 $|x-2| \leq 1$ 的解集是 ()
 A. $(-\infty, 3]$ B. $(-\infty, 0) \cup [3, +\infty)$
 C. $(1, 3)$ D. $[1, 3]$
5. 不等式 $6-x-x^2 > 0$ 的解集是 ()
 A. $(-3, 2)$ B. $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$
 C. $[-3, 2]$ D. $\{-3, 2\}$
6. 不等式 $\frac{(x+1)(x-5)}{x} < 0$ 的解集是 ()
 A. $(-\infty, -1) \cup (0, 5)$ B. $(0, 5)$
 C. $(0, 5) \cup (5, +\infty)$ D. $(5, +\infty)$

考点知识扫描

一、不等式的性质

1. 性质 1 (对称性) 若 $a > b$, 则 $b < a$; 若 $b < a$, 则 $a > b$.
2. 性质 2 (传递性) 若 $a > b$, $b > c$, 则 $a > c$.
3. 性质 3 (叠加性) 若 $a > b$, 则 $a+c > b+c$.

推论 1 若 $a+b > c$, 则 $a > c-b$.推论 2 若 $a > b$, $c > d$, 则 $a+c > b+d$.推论 3 若 $a > b$, $c < d$, 则 $a-c > b-d$.

4. 性质 4 (叠乘性) 若 $a > b$, $c > 0$, 则 $ac > bc$; 若 $a > b$, $c < 0$, 则 $ac < bc$.

推论 若 $a > b > 0$, $c > d > 0$, 则 $ac > bd$.

二、不等式的解法

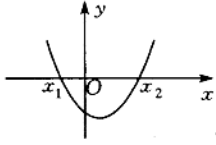
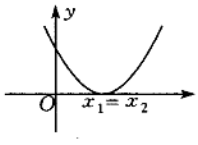
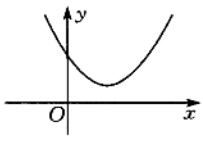
1. 一元一次不等式组的解法

先求出组成不等式组的各不等式的解集, 再取这些解集的交集, 即得原不等式组的解集.

2. 一元二次不等式的解法

(1) 利用二次函数的图像和一元二次方程求解一元二次不等式

表 1-2

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$		$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的图像				
一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根		$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x = -\frac{b}{2a}$	无实数根
一元二次不等式的解集	$ax^2 + bx + c > 0 (a > 0)$	$\{x x < x_1 \text{ 或 } x > x_2\}$	$\{x x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq -\frac{b}{2a}\}$	$\mathbf{R}$
	$ax^2 + bx + c < 0 (a > 0)$	$\{x x_1 < x < x_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

注：表中 $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

(2) 一元二次不等式的求解步骤：①化二次项系数为正数（标准型）；②确定判别式 Δ 的符号，求出方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根；③结合二次函数图像写出不等式的解集。

3. 简单的绝对值不等式的解法

(1) $|x| > a (a > 0) \Leftrightarrow x^2 > a^2 \Leftrightarrow x < -a \text{ 或 } x > a$

(2) $|x| < a (a > 0) \Leftrightarrow x^2 < a^2 \Leftrightarrow -a < x < a$

4. 分式不等式的解法

(1) 形如 $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ 的分式不等式与不等式 $f(x) \cdot g(x) > 0$ 同解；形如 $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$ 的分式不等式与不等式 $f(x) \cdot g(x) < 0$ 同解。

(2) 形如 $\frac{f(x)}{g(x)} > a (a \neq 0)$ 或 $\frac{f(x)}{g(x)} < a (a \neq 0)$ 的分式不等式可转化为 $\frac{h(x)}{t(x)} > 0$ 或 $\frac{h(x)}{t(x)} < 0$ 来求解。

热点考向解析

热点考向一 不等式的性质

例 1 下列命题正确的是

()

A. 若 $m > n$, 则 $mc^2 > nc^2$

B. 若 $m > n$, $c > d$, 则 $mc > nd$

C. 若 $\frac{m}{c^2} > \frac{n}{c^2}$, 则 $m > n$

D. 若 $m > n$, $mn \neq 0$, 则 $\frac{1}{m} < \frac{1}{n}$

解答 A 错误，当 $c = 0$ 时不成立；B 错误，当 m, n, c, d 均为正数时成立；C 正确，由已知可知 $c^2 \neq 0$ 且 $c^2 > 0$ ，在不等式 $\frac{m}{c^2} > \frac{n}{c^2}$ 的两边同乘以 c^2 ，即得 $m > n$ ；D 错误， $m = 1, n = -1$ 时不成立。故选 C。

小结 解答这类问题的依据是不等式的性质，解题时就是看是否满足性质所需要的条件；要判断一个命题不成立，可用举反例的方法。

热点考向二 解不等式

例 2 $|x + 3| < -1$ 的解集是_____， $|3x + 1| > -1$ 的解集是_____。

解答 $|x + 3| < -1$ 的解集为 $\emptyset$ ， $|3x + 1| > -1$ 的解集为 $\mathbf{R}$ 。

小结 当 $a \leq 0$ 时, $|x| < a$ 的解集为 $\emptyset$, 当 $a < 0$ 时, $|x| > a$ 的解集为 $\mathbf{R}$.

例 3 解不等式 (1) $\frac{x-5}{x+1} \geq -1$ (2) $x+1 \leq \frac{2}{x}$

解答 (1) 原不等式可化为

$$\frac{x-5}{x+1} + 1 \geq 0, \text{ 即 } \frac{2(x-2)}{x+1} \geq 0. \text{ 所以 } x \geq 2 \text{ 或 } x < -1.$$

故原不等式的解集为 $\{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$.

(2) 原不等式可化为

$$\frac{x^2+x-2}{x} \leq 0, \text{ 即 } \frac{(x+2)(x-1)}{x} \leq 0$$

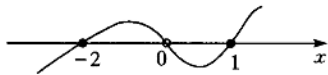


图 1-2

如图 1-2, 用数轴标根法得原不等式的解集为 $\{x | x \leq -2$
或 $0 < x \leq 1\}$.

小结 当 $a > b$ 时, $\frac{x-a}{x-b} > 0$ 的解集为 $\{x | x > a \text{ 或 } x < b\}$, $\frac{x-a}{x-b} < 0$ 的解集为 $\{x | b < x < a\}$; 解分式不等式时, 必须考虑分母不能为 0; 求解含多个因式的不等式, 用数轴标根法比较简捷.

例 4 解关于 x 的不等式 $x^2 - mx + m < x (m \in \mathbf{R})$.

解答 原不等式可化为 $x^2 - (m+1)x + m < 0$, 即 $(x-1)(x-m) < 0$.

当 $m=1$ 时, $(x-1)^2 < 0$, 原不等式的解集为 $\emptyset$;

当 $m > 1$ 时, 原不等式的解集为 $\{x | 1 < x < m\}$;

当 $m < 1$ 时, 原不等式的解集为 $\{x | m < x < 1\}$.

小结 求解含字母参数的不等式或方程, 必须对字母参数的取值进行讨论.

例 5 解不等式 $\frac{\sqrt{x-2}}{x^2-5x+6} \leq 0$.

解答 原不等式可化为 $\begin{cases} x^2-5x+6 < 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$, 所以 $\begin{cases} 2 < x < 3 \\ x \geq 2 \end{cases}$.

即有 $2 < x < 3$. 故原不等式的解集为 $\{x | 2 < x < 3\}$.

小结 求解较复杂的不等式, 一般先将它转化为较简单的不等式或不等式组. 在转化过程中要充分挖掘隐含的限制条件.

限时提速训练

满分: 100 分 时量: _____ 分钟 得分: _____ 分 _____ 月 _____ 日

一、单选题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

1. 若 $a > b$, 且 $ab \neq 0$, 则下列各式正确的是 ()

A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$ C. $a^3 > b^3$ D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

2. 已知 $a = -x^2 + x$, $b = -x + 1$, 则 ()

A. $a < b$ B. $a \leq b$ C. $a > b$ D. $a \geq b$

3. 若 $0 < x < 1$, 则 x 、 $\frac{1}{x}$ 、 x^2 的大小关系为 ()

A. $x < x^2 < \frac{1}{x}$ B. $x^2 < \frac{1}{x} < x$ C. $\frac{1}{x} < x^2 < x$ D. $x^2 < x < \frac{1}{x}$

4. 不等式 $2 < |x| < 3$ 的解集为 ()
 A. $\{x \mid 2 < x < 3\}$ B. $\{x \mid 2 < x < 3 \text{ 或 } -3 < x < -2\}$
 C. $\{x \mid -2 < x < -1\}$ D. $\{x \mid -3 < x < 3\}$
5. 不等式 $|x+1|(1-2x) \leq 0$ 的解集为 ()
 A. $\{x \mid -1 \leq x \leq \frac{1}{2}\}$ B. $\{x \mid x \geq \frac{1}{2}\}$
 C. $\{x \mid x \geq \frac{1}{2} \text{ 或 } x = -1\}$ D. $\{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq \frac{1}{2}\}$
6. 不等式 $(m-2)x^2 + 2(m-2)x - 4 > 0$ 的解集为 $\emptyset$, 则 m 的取值范围是 ()
 A. $[-2, 2]$ B. $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$
 C. $(-2, 2)$ D. $(-\infty, +\infty)$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

7. 不等式 $ax^2 + bx + 3 > 0$ 的解集为 $\{x \mid -1 < x < 3\}$, 则 $a+b =$ _____.
8. 不等式 $\left| \frac{x}{x^2-9} \right| > \frac{x}{x^2-9}$ 的解集为 _____.
9. 已知集合 $M = \{x \mid x < 3\}$, $N = \{x \mid \log_2 x > 1\}$, 则 $M \cap N =$ _____.
10. 不等式 $|x-2| \geq |x|$ 的解集为 _____.
11. 不等式组 $\begin{cases} |x-1| < 3 \\ m-2x > 0 \end{cases}$ 的解集为 $\{x \mid -2 < x < 4\}$, 则 m 的取值范围是 _____.
12. 若 $a=0$ 且 $b>0$, 则关于 x 的不等式 $ax < b$ 的解集为 _____.
13. 若关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x+2} < 0$ 的解集为 $\{x \mid -3 < x < -2\}$, 则实数 $a =$ _____.
14. 不等式组 $\begin{cases} |5-3x| > 1 \\ x+1 > 0 \end{cases}$ 的解集是 _____.

三、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 10 分, 共 30 分)

15. 解不等式. (1) $\frac{3x^2+x-2}{\sqrt{x}} \leq 0$ (2) $\frac{3x+1}{x-4} \geq 2$
16. 解不等式组.
 (1) $\begin{cases} \left| 1 - \frac{1}{2}x \right| < 1 \\ x^2 + x + 1 > 0 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \frac{x^2+3x-10}{x+4} \leq 0 \\ \sqrt{x} > 0 \end{cases}$

17. 若对任意实数 x , 均有 $kx^2 + kx + k + 2 > 0$, 求实数 k 的取值范围.

达标检测 (1)

时量: 100 分钟 满分: 150 分 得分 _____

一、单选题 (本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分)

1. 已知集合 $A = \{(x, y) | x + y = 0\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 2\}$, 则 $A \cap B$ 是 ()
 A. $(1, -1)$ B. $\{-1, 1\}$ C. $\{(1, -1)\}$ D. $\{(-1, 1)\}$
2. 设集合 $A = \{x | x > -1\}$, $B = \{x | -2 < x < 2\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $\{x | x > -2\}$ B. $\{x | x > -1\}$
 C. $\{x | -2 < x < -1\}$ D. $\{x | -1 < x < 2\}$
3. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 集合 $\{1, a+b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$, 则 $b-a =$ ()
 A. 1 B. -1 C. 2 D. -2
4. 不等式 $\frac{x-2}{x^2-16} > 0$ 的解集为 ()
 A. $(-4, 2)$ B. $(4, +\infty)$
 C. $(-4, 2) \cup (4, +\infty)$ D. $(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$
5. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()
 A. $\{2\}$ B. $\{3\}$ C. $\{1, 2, 4\}$ D. $\{1, 4\}$
6. 不等式 $|2-x| > 1$ 的解集是 ()
 A. $\{x | x < 3\}$ B. $\{x | -1 < x < 3\}$
 C. $\{x | x < 1\}$ D. $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$
7. 已知 $A = \{x | x < a\}$, $B = \{x | 1 < x < 2\}$, 且 $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a < 1$ B. $a \leq 1$ C. $a > 2$ D. $a \geq 2$
8. “ $|x| < 2$ ” 是 “ $x^2 - x - 6 < 0$ ” 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
9. 给出命题 p : 若 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} < 0$, 则 $\triangle ABC$ 为锐角三角形. 命题 q : 若实数 a, b, c 满足 $b^2 = ac$, 则 a, b, c 成等比数列. 下列结论正确的是 ()
 A. p 且 q 为真, p 或 q 为假 B. p 且 q 与 p 或 q 均为真
 C. p 且 q 为假, p 或 q 为真 D. p 且 q 为假, p 或 q 为假
10. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$, $B = \{x | \frac{x-1}{x} < 0\}$, 则 ()
 A. $A \cup B = \mathbf{R}$ B. $A \cap B = \emptyset$ C. $\complement_U B = A$ D. $\complement_U B \subseteq A$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

11. 不等式 $x^2 \geq x$ 的解集是 _____.
12. 已知 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
13. 不等式 $\frac{1}{x} \leq 3$ 的解集是 _____.
14. 若不等式 $(a^2 - 1)x^2 + (a - 1)x - 1 < 0$ 对任意实数 x 都成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.