



普通高等教育“十一五”国家级规划教材
高等数学模块化系列教材

总主编 俞瑞钊

概率与统计方法

GAILÜ YU TONGJI FANGFA

◆ 郑 英 吴 勇 杨慈燕 编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

021/314

2007

总主编 俞瑞钊

概率与统计方法

GAILÜ YU TONGJI FANGFA

◆ 郑 英 吴 勇 杨慈燕 编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率与统计方法 / 俞瑞钊主编; 郑英, 吴勇, 杨慈燕
编. —杭州: 浙江大学出版社, 2007. 12
(高等数学模块化系列教材)
ISBN 978-7-308-05591-8

I. 概… II. ①俞…②郑…③吴…④杨… III. ①概率论—
高等学校—教材②数理统计—高等学校—教材 IV. 021

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 153620 号

概率与统计方法

郑 英 吴 勇 杨慈燕 编

责任编辑 邹小宁

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail.hz.zj.cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>

<http://www.press.zju.edu.cn>)

排 版 浙江大学出版社电脑排版中心

印 刷 杭州杭新印务有限公司

开 本 787mm×960mm 1/16

印 张 10

字 数 177 千

版 次 2007 年 12 月第 1 版 2007 年 12 月第 1 次印刷

印 数 0001—3000

书 号 ISBN 978-7-308-05591-8

定 价 15.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88072522

内容简介

本书是“高等数学模块化系列教材”之一,是适合作为经济管理、理工类各专业的公共课教材。本书讲解概率与统计的相关知识,共分为六章:第1章随机事件及其概率;第2章随机变量;第3章样本及抽样分布;第4章参数估计;第5章假设检验;第6章相关回归分析。前面两章介绍概率论的基本知识,后面四章介绍数理统计的部分内容。书中打“*”号的内容供学生自学,每节后面都有练习题,每章后面有复习题,帮助学生复习巩固所学知识。此外,本书最后附有数学实验(介绍 Excel 在数理统计中的简单应用)和习题参考答案。

本书第1章、第2章、附录1由吴勇编写,第3章、第4章、第5章由郑英编写,第6章、附录2、附录3由杨慈燕编写。

高等数学模块化系列教材编委会

主 任 俞瑞钊

成 员 吴淇泰 曾凡金 周 念
王显金 单一峰

前 言

中国高等教育在“十一五”期间的一个主题是走向内涵发展的道路。对每个高等职业技术学院来讲,最重要的任务除了要建设一支具有相当水平的师资队伍,要构建一个对人才培养必须具备的高效的产学研结合体系之外,就是要有一个与高职定位相吻合的高等职业技术课程技术。这其中,基础课,特别是数学课是我们不可能回避、又是极为重要的课程。

在高等教育的精英阶段发展起来的高等专科学校,数学课遵循的是“必需、够用”的原则。当时,数学基本上就是“微积分”、“线性代数”、“概率论与数理统计”三门课,学时也都在 150~200 学时之间,内容基本上是本科生内容的简化。当高等教育进入大众化阶段后,高等职业技术学院的定位发生了很大变化,学生生源发生了很大变化。我们培养的人才社会上各类岗位的技能型、应用型人才,而学生的数学基础明显薄弱,单凭主观想象和判断来对数学内容进行取舍就会遇到许多矛盾。因此,数学课的改革便成为高职教育的重要课题。

“必需、够用”在这种新形势下如何赋予新的内涵,并在此方针下进行数学课的改革是非常重要的。我们以为“必需、够用”不能以数学自身的学科系统来衡量,不能由数学教师的爱好来决定,也不能由学校统一规定课程的学时和内容。“必需、够用”要由每个专业的职业岗位需求来决定,要由每个专业的专业要求来决定,要由学生的实际基础来决定。为此,近几年来,我们进行了数学课的实用化、小型化、模块化的改革探索。这套系列教材便是这种改革的阶段性成果。

本系列教材将高等数学分为 5 个小型化模块,分别为:《微积分》、《矩阵方法》、《概率与统计方法》、《集合初步》和《图的方法》,除了《微积分》为 36 学时外,其他课程均为 18 学时,前三门课程提供给任一专业选择,后两门课主要是

为大量的信息类专业选择。为了满足有兴趣并需要提高的学生的要求,我们又组织编写了《应用数学基础》,内容包括多元微积分、微分方程、矩阵特征值与特征向量、矢量代数和空间解析几何、无穷级数等。

本系列教材具有以下鲜明特点:

1. 注重实用性

系列教材力求从实际问题出发,从学生容易理解的角度自然地、直观地引入数学概念和定义,淡化数学严密的理论体系,突出培养学生的知识应用能力;并借助于常用数学软件训练学生的实际动手操作能力,注重数学作为工具的实用性。

2. 小型化、模块化,兼顾包容性和可选择性

我们根据高职院校对数学知识的要求,对数学课内容进行重组,总共设立了5个模块。各专业可根据自己的专业特点和相应职业岗位的需求选择不同的模块进行教学,把“必需、够用”的尺度掌握在各专业自己手中,更好地发挥数学知识为专业服务的功能。同时,每本教材都精选了大量例题,涵盖几何学、经济学、力学、工程学和电学等方面内容,任课教师可根据专业需要和学生基础选讲其中的合适例题,真正做到因材施教。

3. 注重学生逻辑思维能力的培养

通过数学课如何培养学生的逻辑思维能力仍是一项重要任务。根据高职教育的特点,我们着重直观地讲解推理过程,尽量少用抽象的严密的逻辑,同时通过对学生学习过程中常见错误的纠正,培养学生正确的逻辑思维方法。

如何选择数学课的内容,如何让学生对数学产生兴趣,并让学生掌握今后工作和学习需要的数学知识和抽象思维能力,都需要我们通过实践不断改进和提高。由于改革和探索的时间较短,加上水平的限制,定有许多不足甚至错误之处,敬请老师和同学们不吝赐教。

编 者

2007年5月

目 录

第 1 章 随机事件及其概率	1
1.1 随机事件	1
1.1.1 随机现象	1
1.1.2 随机试验和随机事件	2
1.1.3 事件的关系和运算	2
习题 1.1	6
1.2 事件的概率	7
1.2.1 概率的统计定义	7
1.2.2 概率的古典定义	7
习题 1.2	10
复习题	11
第 2 章 随机变量	14
2.1 随机变量的概念	14
习题 2.1	16
2.2 离散型随机变量及其分布列	16
2.2.1 离散型随机变量及其密度函数	16
2.2.2 几种常见的离散型随机变量及其分布	18
习题 2.2	21
2.3 连续型随机变量及其概率分布	22
2.3.1 连续型随机变量及其密度函数	22
2.3.2 几种常见的连续型随机变量及其分布	23

习题 2.3	26
2.4 分布函数	27
2.4.1 分布函数的概念	27
2.4.2 分布函数的性质	27
2.4.3 离散型随机变量的分布函数	28
2.4.4 连续型随机变量的分布函数	29
习题 2.4	31
2.5 随机变量的数字特征	32
2.5.1 数学期望	32
2.5.2 方差	35
习题 2.5	38
复习题	39
第 3 章 样本及抽样分布	43
3.1 总体与样本	43
3.1.1 总体与样本	44
3.1.2 简单随机样本	45
3.1.3 样本的数字特征	46
习题 3.1	49
3.2 统计量与抽样分布	49
3.2.1 统计量	49
3.2.2 抽样分布	50
习题 3.2	55
复习题	57
第 4 章 参数估计	59
4.1 点估计	59
4.1.1 点估计	59
4.1.2 估计量的评选标准	61
习题 4.1	62
4.2 区间估计	63
4.2.1 置信区间	63
4.2.2 正态总体均值的区间估计	64

4.2.3 正态总体方差的区间估计	71
习题 4.2	74
复习题	75
第 5 章 假设检验	78
5.1 假设检验的概念及基本思想	78
5.1.1 假设检验的概念	78
5.1.2 假设检验的基本思想	79
5.1.3 假设检验的基本步骤	80
习题 5.1	82
5.2 单个正态总体参数的假设检验	82
5.2.1 总体均值的假设检验	82
5.2.2 总体方差的假设检验	85
*5.2.3 单边假设检验	87
习题 5.2	89
5.3 两个正态总体参数的假设检验	91
习题 5.3	95
5.4 假设检验的两类错误	96
习题 5.4	97
复习题	97
第 6 章 相关回归分析	100
6.1 一元线性回归	100
6.1.1 相关回归分析的概念	100
6.1.2 回归函数和散点图	101
6.1.3 回归系数 a, b 的估计	102
习题 6.1	105
6.2 一元线性回归的相关性检验	106
6.2.1 相关性检验的统计假设	106
6.2.2 方差分析检验法	106
6.2.3 相关性检验	107
习题 6.2	111
复习题	112

附录 1 数学实验	114
附录 2 习题参考答案	120
附录 3 附表	131
附表 1 标准正态分布表	131
附表 2 t -分布表	132
附表 3 χ^2 -分布表	134
附表 4 F -分布表	137
参考文献.....	144

第 1 章 随机事件及其概率

概率论是研究随机现象的一般规律的学科,是数理统计学的理论基础.事件和概率是概率论中最基本的两个概念.在这一章中,我们将以深入浅出的方式介绍这些概念,并介绍概率计算的几个基本公式.

1.1 随机事件

1.1.1 随机现象

在现实世界中,我们观察到的现象多种多样,但是按照结果能否预测可以大致分为两类:一类是确定性现象,即在一定条件下,必然会发生某一种结果或者必然不发生某一种结果的现象;另一类是随机现象,即在同样的条件下,可能发生也可能不发生某一结果的现象.比如举例:

例 1 抛掷一枚硬币,必往下落.

例 2 抛掷一枚硬币,落下后,可能正面向上,也可能反面向上.

例 3 太阳从西边升起.

例 4 某篮球运动员投篮一次,其结果可能命中,也可能不命中.

例 5 从某厂的一批产品中,随机抽取 4 件进行检查,抽到的次品数可能是 0,1,2,3,4.

其中,例 1 和例 3 是确定性现象,例 2、例 4 和例 5 是随机现象.

确定性现象的特征是条件完全决定结果;随机现象的特征是条件不能完全决定结果.

1.1.2 随机试验和随机事件

为了研究随机现象,就要对客观事物进行观察.观察的过程称为试验.在概率论中我们把具有以下三个特征的试验称为随机试验:

- ① 在相同的条件下,试验可以重复进行.
- ② 每次试验的结果具有多种可能性,但在试验之前可以明确试验的所有可能结果.
- ③ 在每次试验前不能准确地预言该次试验将出现哪一种结果.

为了便于研究,我们把随机试验的一种结果,称为该试验的随机事件,简称事件,用大写拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 表示.如例 2 中,“正面向上”、“反面向上”等就是随机事件.概率论和数理统计就是通过随机试验中的随机事件来研究随机现象的.

在一定的研究范围内,不能再分的事件(即随机试验的每一个基本结果),称为基本事件.由两个或两个以上的基本事件组合而成的事件,称为复合事件.在一定的条件下,必然发生的事件,称为必然事件,记作 Ω (它由全体基本事件组成),也称为样本空间,其中的基本事件也称为样本点.在一定的条件下,必然不发生的事件,称为不可能事件(空集),记作 $\emptyset$.

1.1.3 事件的关系和运算

在某些问题的研究中,我们讨论的往往不只是一个事件,而是多个事件,而这些事件又存在着一定的联系.下面引进事件之间的几种主要关系以及作用在事件上的运算.

1. 事件的关系和运算

(1) 包含关系

如果事件发生必然导致事件 B 发生,则称事件 B 包含事件 A ,或称事件 A 被事件所包含,记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$.

包含关系具有以下性质:

① $A \subset A$.

② 若 $A \subset B, B \subset C$, 则 $A \subset C$.

③ $\emptyset \subset A \subset \Omega$.

(2) 相等关系

如果事件 B 包含事件 A , 同时事件 A 包含事件 B , 即 $A \subset B$ 和 $B \subset A$ 同时成立, 则称事件 A 与事件 B 相等, 记作 $A = B$.

(3) 互斥关系

如果事件 A 和事件 B 不能同时发生, 则称事件和是互斥或互不相容.

特别地, 若事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 为两两互不相容的事件, 并且 $A_1 + A_2 + \dots + A_n = \Omega$, 称 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 构成一个完备事件组.

(4) 事件的和(并)

事件 A 和事件 B 至少有一个发生, 即“ A 或 B ”, 称为事件 A 与事件 B 之和, 记作 $A + B$ 或 $A \cup B$.

这里应该注意的是: $A + B$ 表示“ A 和 B 至少有一个发生”, 与“ A 和 B 恰有一个发生”(即 A 发生, B 不发生; 或者 B 发生, A 不发生) 是不同的.

(5) 事件的积(交)

事件 A 和事件 B 同时发生, 即“ A 且 B ”, 称为事件 A 和事件 B 之积, 记作 AB 或 $A \cap B$. 显然, A, B 互斥 $\Leftrightarrow AB = \emptyset$.

(6) 对立关系

如果事件 A 与 B 满足: $A + B = \Omega$ 且 $AB = \emptyset$, 则称 A, B 互为对立事件或互为逆事件, 记作 $B = \bar{A}$ 或 $A = \bar{B}$.

显然, A 的对立事件 $\bar{A}$, 表示 A 不发生, 且有

$$A\bar{A} = \emptyset, \quad A + \bar{A} = \Omega, \quad \bar{\bar{A}} = A$$

由定义可知, A, B 互为对立事件, 要求 $A + B = \Omega$ 与 $AB = \emptyset$ 两个等式同时成立; 而 A 和 B 两事件互不相容, 仅要求后一个等式成立. 所以, 对立事件一定是互不相容事件, 但互不相容事件未必是对立事件.

(7) 事件的差

事件 A 发生而事件 B 不发生, 称为事件 A 与 B 的差, 记作 $A - B$.

显然, $A - B = A\bar{B}$.

2. 事件的运算规律

(1) 和与积的交换律

$$A + B = B + A, AB = BA$$

(2) 和与积的结合律

$$A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C)$$

$$ABC = (AB)C = A(BC)$$

(3) 积对和的分配律

$$A(B + C) = AB + AC$$

和对积的分配率

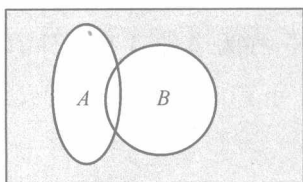
$$A + BC = (A + B)(A + C)$$

(4) 事件运算的摩根定律

$$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

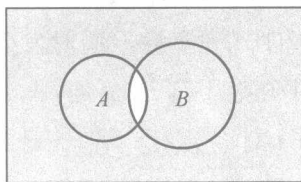
$$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$$

摩根定律可以用图形很直观地表示出来, 如图 1-1, 1-2 所示.



$$\overline{A+B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

图 1-1



$$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$$

图 1-2

3. 事件运算的简单性质

$$\textcircled{1} A + A = A$$

$$AA = A$$

$$\textcircled{2} A + \emptyset = A$$

$$\textcircled{3} A + \Omega = \Omega$$

$$\textcircled{4} A\Omega = A$$

$$\textcircled{5} A\emptyset = \emptyset$$

根据概率论的基础理论,事件就是由基本事件构成的集合,因此事件的关系和运算就对应着集合的关系和运算,所以为了直观,人们经常用图形表示事件.一般的,用平面上某一个矩形区域表示必然事件,矩形内的一些封闭图形表示一些随机事件.各事件的关系和运算如图 1-3 所示.

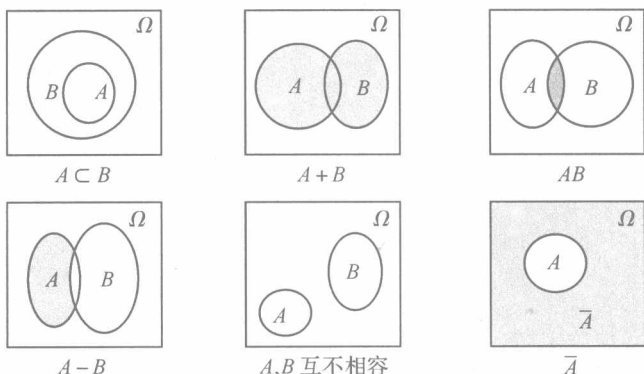


图 1-3

例 6 设 A, B, C 为三事件,试用事件 A, B, C 的运算表示下列事件:

- (1) A 发生, B, C 不发生;
- (2) B, C 发生, A 不发生;
- (3) A, B, C 恰好有一个发生;
- (4) A, B, C 至少有一个发生;
- (5) A, B, C 一个也不发生;
- (6) A, B, C 恰好有两个发生;
- (7) A 发生, B 与 C 中有一个发生,但不同时发生;
- (8) A, B, C 都发生.

解

- (1) $A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
- (2) $\bar{A}BC$
- (3) $A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$
- (4) $A + B + C$
- (5) $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
- (6) $AB\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC$
- (7) $AB\bar{C} + \bar{A}BC$
- (8) ABC

常见错误

(1) 在理解事件之间关系时对于互斥关系与对立关系混淆概念.

(2) 在进行事件的运算时,公式运用出现错误.例如利用事件运算的摩根定律的时候就经常出现形如 $\overline{A+B} = \overline{A} + \overline{B}$ 或 $\overline{AB} = \overline{A} \cdot \overline{B}$ 这样的错误.

习题 1.1

1. 说明以下两式各 A, B 之间有什么关系?

(1) $A + B = A$;

(2) $AB = A$.

2. 事件 A 表示“5 件产品中至少有 1 件是废品”,事件 B 表示“5 件产品中合格品不多于 3 件”,则 $A + B, AB$ 各表示什么事件? A, B 之间有什么关系?

3. 随机抽检 3 件产品,设

A 表示“3 件中至少有 1 件是废品”;

B 表示“3 件中至少有 2 件是废品”;

C 表示“3 件都是废品”.

问 $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}, A + B, AC$ 各表示什么事件?

4. 若 A_i 表示第 i 个射手击中目标($i = 1, 2, 3$),问如何表示以下几个事件:“3 个射手都击中目标”、“3 个射手至少有 1 个击中目标”、“3 个射手都没有击中目标”.

5. 用 A_k 表示“第 k 次击中靶子”($k = 1, 2, 3$). 问以下式子分别表示什么含义:

$$\overline{A_1} + \overline{A_2} + \overline{A_3}, \overline{A_1 + A_2}, A_1 A_2 \overline{A_3} + \overline{A_1} A_2 A_3 + A_1 \overline{A_2} A_3$$