

固 体 力 学

王 维 襄 编 著

武汉地质学院

一九八四年十月

内 容 提 要

本书系统阐述固体力学的基本概念、基本理论、计算方法及其在地学中的初步应用。

全书可分三个部份,共二十章。第一部份主要介绍固体力学的基本概念、假设、分析问题的方法,基本变形—拉伸、压缩、剪切、扭转、弯曲、屈曲的解析理论,固体的力学性质、实验方法及固体变形的微观机理;第二部份介绍应力与应变的一般分析原理;第三部份介绍固体的弹性变形、塑性变形、粘性流动、流变、断裂和有限变形的一般解析理论和方法。

本书在写法上注意固体力学理论的纯正性、严密性和系统性,在选材上主要考虑当代地学发展的特点,同时也注意理论联系实际。为此,在每阐述一个重要的理论之后,都通过相应的实例或某一具体问题的分析和计算,阐明运用理论解决问题的途径和方法。为加深对理论的理解和对理论运用能力的训练,书中附有相当数量的习题和答案,以便于读者自学。

本书可供地学各有关专业:地质力学、地球物理、构造地质、工程地质、水文地质、岩土工程、采矿工程等专业大学生、研究生作为学习固体力学的教材,也可供这些专业科技人员和野外地质工作者作为参考书。

前 言

力学是物理学中最为活跃的一个分支，形成较早，发展很快，内容已很丰富，现代已逐渐作为一个学科蓬勃发展。

不少基础学科和工程技术学科，发展到一定阶段，都要运用力学原理和方法研究各自学科的有关问题；同时，也有不少学科与力学相结合，形成一些新的边缘学科。

地质力学是地质学与力学接壤而形成的一门新的边缘学科。一九七二年，我国开始在学校里培养地质力学专业的专门人才。本书是作者为原北京地质学院（现武汉地质学院）地质力学专业编写的固体力学教材。从一九七三年本书的第一版为地质力学专业第一班使用以来，中间曾经校内外四次再版印刷。从使用的效果来看，在现阶段，本书的取材是适宜的。这次再版，在内容上又做了一些修改和补充。

固体力学是力学的主要分支学科之一，凡属固体在力的作用下所产生的有关变形、流动和断裂等问题都是它所探讨的范畴。固体力学中各类问题研究的程度颇不一致，有些问题研究的时间较长，内容比较丰富，理论和方法也比较成熟；有的就较差一些；有的至今还是空白。材料力学和线性弹性体力学是固体力学里研究最为成熟的部分，塑性力学就稍差一些，断裂和流变还有许多基本问题尚待进行研究。即使如此，每一部分都有不少文献可供固体力学专业学者系统钻研。做为了一门课程的固体力学，任务是在于向读者介绍固体力学的基本内容、原理和方法，使读者对固体力学有一梗概性的了解，读者学完以后，自己可以根据需要继续深入到某一领域中。

基于课程的任务和要求，本书在内容上，也就很自然地被子以限定了。

全书共有廿章，可分为三个部分：

第一部分为第一章至第九章，主要介绍固体力学的基本概念、共同前提、假设与分析问题的基本方法，以及基本变形——拉伸、压缩、剪切、扭转、弯曲、屈曲的解析理论。这几章是从具体的变形方式进行具体分析的，考虑的都是弹性变形。但各种变形的分析原则和方法是一致的，体现出固体力学处理问题的最基本的方法。这对于初学力学的人，是必须掌握的。这一部分学过后，不仅可以直接分析和计算一些简单的问题，同时，对于进一步学习和理解以后各章，从更一般的角度考虑固体变形（包括弹性和非弹性变形）的理论是有帮助的。

第二部分为第十、十一两章，这是从最一般的情况出发，集中介绍有关应力和应变的一些基本理论。它们是前面有关章节内容的推广，也是为以后有关章节的论述做好准备。

第三部分为第十二章至廿章。这几章是介绍固体的弹性变形、塑性变形、粘性流动、流变、断裂和有限变形理论，都是从一般的原理和方法进行论述的。但为了帮助读者学会运用所学的理论去分析计算一些具体问题，在每介绍完一般理论之后，都安排了具体问题的分析和演算，读者可以从中学习分析问题和解决问题的方法。

从第一章到第十三章为地质力学专业本科生必读的部分，其余各章可作为地质力学专业高年级学生固体力学专题选读的内容。

此外，本书第二、第三部分也可做为非地质力学专业的地质类其他有关各专业高年级学生或研究生的固体力学教材。经过对几届非地质力学专业研究生教学实践和他们学位论文完成的情况来看，本书内容是满足需要的。

这本书对于采矿工程、岩土工程等相近专业的本科生、研究生也是适用的。

多年来的教学实践证明，通过本书的学习，读者不仅可以较顺利地阅读地质科学的近代有关文献，同时，也可初步学习如何应用数学力学的方法，对地质问题进行理性的分析和定量的研究。

本书第十四章、第十五章、第二十章、静力学基础、习题及习题解答由韩玉英同志编写，其他各章由王维襄同志编著。

本书在修订和出版过程中，院、地质力学系各级领导给予很大的支持和关怀，教材料、绘图室、印刷厂的同志们以及地质力学系曾佐勋等同志做了大量的工作，使得这本书得以顺利出版，这里，谨向这些同志们深致谢意。

书中缺点和错误，希望读者不吝指正，以利今后工作的改进。

作 者 一九八三年三月
于北京研究生部

符 号 表

A、B、C	常数	l	杆的长度, 梁的跨度
D	板的抗弯刚度	ν	外法线
E	弹性模量, 杨氏模量	q	均布力
F	力, 面积	r、 θ	极坐标
G	剪切弹性模量	t	温度, 时间
$(I_\sigma)_1, (I_\sigma)_2, (I_\sigma)_3$	第一、第二、第三应力不变量	u、v、w	位移分量
$(I_\epsilon)_1, (I_\epsilon)_2, (I_\epsilon)_3$	第一、第二、第三应变不变量	$\dot{u}$ 、 $\dot{v}$ 、 $\dot{w}$	位移速度分量
J_ρ	极惯矩	w	挠度
J_x	轴惯矩	x、y、z	直角坐标
M	弯矩	θ	转角, 变形前主方向与X轴之夹角
M_K	扭矩	θ'	变形后主方向与X轴之夹角
N	轴向力	ϕ	应力函数, 内摩擦角
P	集中外力	α	线膨胀系数
Q	剪力	γ	剪应变
R	支座反力, 半径	$\dot{\gamma}$	剪应变速率
S	一次矩, 静矩	γ_{oct}	八面体剪应变
s_1, s_2, s_3	应力偏量	δ	位移
U	弹性应变能	δ_{ii}	克罗内克尔符号
V	体积	ϵ	线应变
W	弹性应变比能	$\dot{\epsilon}$	线应变速率
W_d	形变比能	ϵ_{ii}	拉格朗日应变张量
W_v	体积比能	ϵ_{ij}^T	欧拉应变张量
$\bar{X}$ 、 $\bar{Y}$ 、 $\bar{Z}$	表面力密度分量	ϵ_m	球性应变张量, 平均线应变
a_{ij}	变形系数	$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	主应变
b_{ij}	逆变形系数	ϵ_v	体积应变
d	直径	ξ, η	变形椭圆之主轴
e	常规应变, 伸长度	η	拉伸粘性系数
$\bar{e}$	自然应变	λ	拉梅弹性常数, 平方伸长度
f_1, f_2, f_3	体积力分量	λ_1, λ_2	主平方伸长度
g	重力加速度	μ	剪切粘性系数
g_{ij}	度规张量	ρ	密度, 曲率半径
h	矩形截面的高度	σ	正应力
i	回转半径, 惯性半径	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	主应力
l、m、n	方向余弦		

σ_{ij}	应力张量	τ_{oct}	八面体剪应力
σ_m	球性应力张量分量，平均应力。	$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	剪应力分量
σ_{oct}	八面体正应力	$\tau_{\theta r}, \tau_{\phi r}$	极坐标系中的剪应力分量
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	角坐标系中的正应力分量	ν	波桑比
σ_r, σ_θ	极坐标正应力分量	$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	旋度分量
τ	剪应力	∇^2	拉普拉斯算子

目 录

符号表

第一章 基本概念	(1)
§ 1.1 绪 论	(1)
§ 1.2 固体、物性的方向性、均匀性、结构的连续性	(1)
§ 1.3 固体的变形——小变形	(2)
§ 1.4 弹性、塑性	(3)
§ 1.5 外力、内力、截面法、应力	(3)
§ 1.6 强度、刚度	(5)
§ 1.7 静载、动载	(6)
第二章 拉伸与压缩	(7)
§ 2.1 横截面的内力与应力	(7)
§ 2.2 等直柱体的变形	(9)
§ 2.3 虎克定律	(9)
§ 2.4 计算示例	(10)
§ 2.5 超静定问题	(13)
§ 2.6 斜截面的应力	(15)
第三章 固体的力学性质	(19)
§ 3.1 研究固体力学性质的意义	(19)
§ 3.2 研究固体力学性质的基本方法	(19)
§ 3.3 低碳钢拉伸实验现象	(21)
§ 3.4 其它几种金属材料的拉伸实验现象	(23)
§ 3.5 金属的压缩实验现象	(24)
§ 3.6 岩石的压缩实验现象	(25)
§ 3.7 岩石的拉伸实验	(29)
§ 3.8 岩石在围压作用下的力学性质	(29)
§ 3.9 岩石在高温高围压条件下的力学性质	(32)
§ 3.10 岩石含有液态介质时的力学性质	(35)
§ 3.11 固体变形的微观机理	(35)
§ 3.12 泥料实验现象	(40)
第四章 剪切	(43)
§ 4.1 剪切变形、剪应力	(43)

§ 4.2	剪应变	(44)
§ 4.3	简单剪切的实验现象	(45)
§ 4.4	简单剪切任意斜截面的应力	(46)
§ 4.5	剪切在地质构造中的实例	(48)
§ 4.6	剪切强度的工程测定方法	(50)
第五章	扭转	(51)
§ 5.1	无限平板在集中力偶作用下的应力分布	(51)
§ 5.2	圆柱体的扭转	(54)
§ 5.3	矩形截面柱体扭转的概念	(58)
第六章	弯曲内力与应力	(61)
§ 6.1	定义、术语	(61)
§ 6.2	梁的分类	(61)
§ 6.3	梁横截面的内力、剪力与弯矩	(62)
§ 6.4	剪力方程与弯矩方程、剪力图与弯矩图	(65)
§ 6.5	剪力弯矩与载荷集度之间的关系	(69)
§ 6.6	弯曲正应力	(71)
§ 6.7	弯曲剪应力	(77)
§ 6.8	梁的强度条件	(80)
§ 6.9	关于非纯弯曲梁横截面的翘曲问题	(82)
§ 6.10	层迭梁弯曲应力——第一种情况	(83)
§ 6.11	层迭梁弯曲应力——第二种情况	(89)
§ 6.12	层迭梁与整体梁的比较	(90)
§ 6.13	常用几何量的总结与相关定理	(91)
§ 6.14	圆形截面梁弯曲应力的计算	(96)
第七章	弯曲变形	(99)
§ 7.1	平面弯曲梁的挠曲微分方程	(99)
§ 7.2	弯曲变形计算示例	(101)
§ 7.3	迭加原理及其应用	(105)
§ 7.4	超静定梁	(108)
§ 7.5	岩盘顶复盖层隆起压强的近似计算	(110)
第八章	屈曲	(113)
§ 8.1	基本概念	(113)
§ 8.2	两端铰支杆纵弯曲的临界力——欧拉公式	(114)
§ 8.3	两端铰支杆纵弯曲临界应力及欧拉公式适用范围	(116)
§ 8.4	两端铰支杆的纵横弯曲	(118)
第九章	轴对称薄壳的薄膜应力	(123)
§ 9.1	壳体及壳体内力	(123)
§ 9.2	基本方程	(124)
§ 9.3	计算示例	(125)

第十章 应力的一般分析原理	(129)
§ 10.1 平面应力状态的实例.....	(129)
§ 10.2 平面应力状态不同截面应力分量的变换式.....	(131)
§ 10.3 平面(二向)应力状态的几何表示法——应力圆.....	(134)
§ 10.4 梁的应力迹线.....	(140)
§ 10.5 几种特例, 平面应力状态的分解.....	(143)
§ 10.6 空间应力状态、标号、斜截面的应力.....	(145)
§ 10.7 空间应力状态的主应力.....	(148)
§ 10.8 空间应力状态的应力圆.....	(151)
§ 10.9 空间应力状态的几种特例.....	(155)
§ 10.10 平衡方程.....	(157)
§ 10.11 表面力与表面内应力的关系式——边界条件.....	(159)
第十一章 应变的一般分析原理	(161)
§ 11.1 位移.....	(161)
§ 11.2 应变、应变与位移间的关系.....	(163)
§ 11.3 转轴应变分量的交换式.....	(167)
§ 11.4 平面应力、应变圆.....	(171)
§ 11.5 已知平面上一点沿三个方向的线应变求主应变与主方向.....	(176)
§ 11.6 变形协调方程.....	(177)
§ 11.7 体积应变.....	(178)
第十二章 线性弹性体力学的基本方程及其解法	(181)
§ 12.1 广义虎克定律.....	(181)
§ 12.2 体积改变的虎克定律.....	(183)
§ 12.3 广义虎克定律的几种其他表达形式.....	(184)
§ 12.4 弹性应变能.....	(187)
§ 12.5 广义虎克定律应用简例.....	(189)
§ 12.6 线性弹性体力学问题的基本方程组与解法原则.....	(192)
§ 12.7 位移解法的方程组与解的步骤.....	(194)
§ 12.8 位移解法示例——弹性岩层在自重与上复压力作用下, 岩层各点的应力与位移.....	(196)
§ 12.9 应力解法的方程组与解的步骤.....	(199)
§ 12.10 唯一性定理.....	(200)
第十三章 线性弹性体的平面问题	(201)
§ 13.1 平面应变问题.....	(201)
§ 13.2 平面应力、广义平面应力问题.....	(203)
§ 13.3 应力函数.....	(207)
§ 13.4 多项式解法.....	(209)
§ 13.5 构造应力场.....	(213)
§ 13.6 三角级数解.....	(219)

§ 13.7	平面问题的极坐标方程	(222)
§ 13.8	平板圆孔附近的应力与变形	(229)
§ 13.9	其他形状孔槽附近应力分布的概念、应力集中系数	(236)
§ 13.10	楔形体顶点受力作用时的应力状态	(238)
§ 13.11	半无限平面在边界力作用下的应力与位移	(240)
§ 13.12	地应力测量的计算公式	(245)
第十四章	板的弯扭和屈曲	(247)
§ 14.1	基本概念和假设	(247)
§ 14.2	弹性曲面呈柱状的弯曲	(248)
§ 14.3	弹性基础上板的柱状弯曲	(250)
§ 14.4	板的纯弯曲	(252)
§ 14.5	板的扭转	(255)
§ 14.6	矩形板受横向载荷作用时挠曲面的微分方程	(257)
§ 14.7	矩形板的三角级数解答	(259)
§ 14.8	板在纵横弯曲时, 挠曲面的微分方程	(261)
§ 14.9	板的屈曲概念及简单受力时临界力的计算	(263)
§ 14.10	矩形板在周边剪力作用下的屈曲问题	(267)
§ 14.11	雁行褶皱构造型式的解析理论	(270)
第十五章	弹性平面问题的有限单元法	(273)
§ 15.1	弹性力学基本方程的矩阵表示法	(273)
§ 15.2	有限单元法简例——直杆拉伸问题	(275)
§ 15.3	虚功原理	(280)
§ 15.4	单元的划分	(281)
§ 15.5	线性位移函数	(282)
§ 15.6	单元的刚度矩阵和等效节点力向量	(284)
§ 15.7	等效节点载荷向量	(290)
§ 15.8	平衡方程	(295)
§ 15.9	计算示例	(296)
§ 15.10	有限单元法在地质中的应用	(301)
第十六章	粘性流动	(305)
§ 16.1	粘性定律	(306)
§ 16.2	粘性体在圆管中的流动——海根·泊肃叶定理	(308)
§ 16.3	拉压粘性定律, 不可压缩流体的广义粘性定律	(310)
§ 16.4	不可压缩粘性体缓慢流动的运动方程	(312)
§ 16.5	粘性流动的平面问题, 流函数	(314)
§ 16.6	粘性体在两个有限平行平板间的挤压流动	(315)
§ 16.7	非线性粘性定律	(319)
第十七章	塑性变形	(321)
§ 17.1	单向拉压弹塑性变形过程的特点与简化假设	(321)

§ 17.2	梁的塑性弯曲应力	(328)
§ 17.3	屈伏准则	(328)
§ 17.4	塑性流动的物性方程—圣维昂—列维—密塞斯塑性流动理论	(328)
§ 17.5	塑性流动平面问题的方程组与解法	(329)
§ 17.6	平面滑移线场理论	(331)
§ 17.7	塑性介质在两个粗糙平行平板间的挤压流动	(332)
第十八章	流变	(339)
§ 18.1	流变问题的两个简单特例—蠕变与松弛	(339)
§ 18.2	蠕变的经验公式	(343)
§ 18.3	流变模型与物性方程	(344)
§ 18.4	比拟方法	(351)
§ 18.5	流变问题的计算简例	(353)
第十九章	断裂	(359)
§ 19.1	简单变形的断裂	(359)
§ 19.2	断裂准则	(360)
§ 19.3	剪断裂准则—库仑—纳维叶—莫尔理论	(360)
§ 19.4	剪断裂准则在地质上的应用	(368)
§ 19.5	格瑞菲兹理论	(370)
§ 19.6	考虑固体孔隙流体压力的剪断裂准则	(373)
第二十章	有限变形几何学	(375)
§ 20.1	应变的度量	(375)
§ 20.2	描述有限应变的拉格朗日法与欧拉法	(377)
§ 20.3	均匀变形, 变形椭圆	(381)
§ 20.4	几种类型变形椭圆的计算	(385)
§ 20.5	有限应变之应变圆	(389)
§ 20.6	平面非均匀有限变形	(396)
§ 20.7	岩层褶皱变形的计算	(400)
参考文献		(405)

第一章 基本概念

§ 1.1 绪 论

固体力学是研究有关固体变形、流动和断裂的科学。

岩石、矿物、金属、建筑材料如混凝土、木材、工程塑料等都属于固体。

固体在外界力量作用下，一般在形状上和体积上都发生不同程度的变化。这种在形状上和体积上的改变，我们称为变形。例如，岩层的褶曲、穹隆或拗陷等构造现象都是岩层变形的结果。

有些固体的变形，往往不是固定不变的，即使是在恒定外力作用下，也会随着时间持续不断地发展和变化。当将外力去掉后，固体的变形大部分保持下来不再恢复原状。这种随着时间持续发生的变形，我们称为流动。例如，规模不等的各种类型的褶皱，大部分是经过漫长的地质年代逐渐发展而形成的，有的至今还处在不断的运动和变化中，用力学的语言来说，这一现象是由于岩层在力的作用下，经过长时间流动所形成的。

一般固体的变形或流动，发展到一定阶段之后，可以导致破裂，在固体表面和内部发生裂纹、裂隙、破裂或是断开。我们将裂纹、裂隙、破裂和断开统称为断裂。例如，在背斜顶部发育的节理，或在某一区域内存在的断层，都是属于地壳岩石断裂的产物。断裂不单是出现在流动的末尾，一般脆性岩石往往不表现出明显的流动，而在不大的变形之后也可以发生断裂。

固体力学是一门基础学科，主要任务是研究、阐明固体由于力的作用而发生的变形、流动和断裂的宏观现象以及相关的规律。

§ 1.2 固体、物性的方向性、均匀性、结构的连续性

固体一般分为晶态固体和非晶态固体。如许多由晶体矿物或基体组成的岩石和金属都属于晶态固体，而玻璃、沥青、某些矿物如蛋白石等以及许多高分子聚合物是由非晶体所组成，属于非晶态固体（又称不定形体）。

从微观上来讲，晶体是由粒子（分子、原子或离子）按一定的规则、有周期性地排列所构成的，同时粒子的排列具有一定的远程有序性。就是说，在晶体内，沿任一方向去看，粒子的有规律性的排列一直是在重复下去。而非晶体则不是这样。构成非晶体的粒子分布只有近程有序性，即只有相互邻近的一些粒子形成有规则的结构。因为液体质点的排列多具有近程有序性，所以非晶体在一定意义上来说与液体很难区分。因此有人主张只有晶体才算固体，而非晶体一般应划归为液体。这是一个分类问题，至今没有完全解决。但从力学来讲，

除物理力学外，主要研究物质的宏观运动规律，因此物质的微观结构不是主要的，不是做为划分学科的首要依据。目前固体力学仍将非晶体包括在固体范围之内，这也是固体力学所以考虑有关流动（主要是缓慢流动问题）的原因。至于常速与高速流动问题则是流体力学考虑的对象。

一般将粒子周期性很完整重复着的晶体称为单晶体。实验结果表明，单晶体的物理性质，包括力学性质，具有一定的方向性，即在不同方向具有不同物理力学性质。这一特性称异向性或称异向异性。而一般晶态固体多是由无数杂乱无章的单晶体集合而成，各个单晶物性的方向性，从宏观上显示不出而表现为各向同性。但也有些固体，在宏观上仍然具有很明显的方向性，例如一般视域范围内的沉积岩、木材等等，由于层理、片理以及纤维状组织的存在，使力学性质具有一定方向性。在考虑这类固体的变形、流动和断裂问题的时候，应当将物性的方向性考虑进去。

此外，从一般视域来讲，许多固体质地均匀，没有什么裂缝存在，可视为均匀连续体。例如一块质地致密、均匀的砂岩岩块、大理岩岩块以及质地很纯的金属与工程塑料等等。但有时所接触到的问题却不是这样。例如，在我们考虑一个区域性地质构造问题的时候，我们所研究的对象往往是由几种岩性明显不同的地质体组合而成的，例如在一片沉积岩层中含有某些侵入岩体或喷出岩体，在这种情况下，地块表现出一定的不均匀性和不连续性。在处理这类问题的时候，严格地说，这种不均匀性和不连续性应当具体考虑进去。但如果我们考虑的问题范围较大，这种局部的物性不均匀性及不连续性，相对所考虑的范围来说，很不明显时，可以忽略这种次要影响因素，而把地壳简化为均匀连续体考虑。

同样，从宏观来看，一块均质无裂隙的岩石，若在显微镜下观察，就会看到所含不同矿物的组织结构和微构造——微褶曲、微节理、微断层等等很明显的均匀不连续的现象，也正是岩组学、应力矿物、微观构造地质学所必须考虑的问题。由此不难看出，关于物性上的均匀性、方向性以及结构上的连续性的考虑是有条件的，在问题所考虑范围内，上述特性有明显表现时，应当做为一个因素考虑进去，如表现很不明显，一般可做为近似予以忽略，将控制问题的因素尽量予以简化，有利于揭示问题的主要矛盾。

§ 1.3 固体的变形——小变形

自然界中一切固体都不是绝对刚性的，在外力作用下，都会发生某种程度的变形。有的变形可能很大、很剧烈，通过眼睛可一目了然；有的变形可能很小，需要通过灵敏仪器才能显示出来。

一般固体的变形是由固体上各点的不同位移，或各标线的不同转动来体现的。例如图1-1(a)表示一根梁，在P力作用下，假设不变形的情况。图1-1(b)是在P力作用下，发生微小弯曲变形的情况。梁上各点具有不同位移，设梁端铅垂方向位移为 δ ，水平方向位移为 e ，而 $e \ll \delta$ 。梁上各标线的转动情况均如图所示。当 $\delta \ll 1$ 时，即梁上最大位移点的位移比计算中所涉及到的物体上任一尺寸（如这里的1）小得很多的时候，我们说这个梁的变形是小变形，在这种情况下，因 $e \ll \delta$ ，更小于1，而将变形后梁的长度 l' 视为1。所以，在处理小变形问题的时候，从分析计算方便考虑，在不影响问题的实质前提下，采取近似，可以将一些微量忽略。在图1-1中，列静力平衡方程以求支座反力的时候，由于忽略 e ，这

就相当于将梁看做是不变形的，按图1-1(a)考虑梁支座反力计算。

当 P' 很大，梁端点位移(E, Δ)和标线转角(见图1-1(c))都很大的时候， Δ, E 比1并不很小，这时梁的变形就属大变形。本书除声明的章节外，均讨论小变形问题。

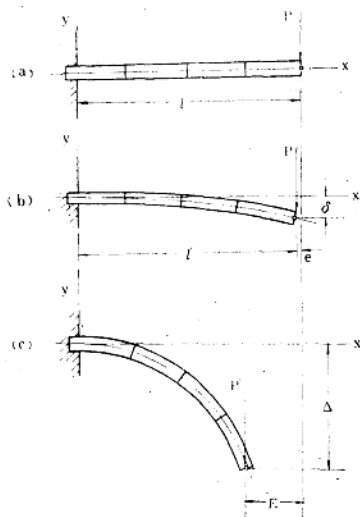


图 1-1

§ 1.4 弹性、塑性

固体在外力作用下，都要发生一定的变形。当外力解除后，很多固体都具有自动恢复原状的性能。我们将固体这种能自动恢复原状的性能称为弹性。在解除外力后，能自动恢复的变形称为弹性变形。

实验结果表明：当作用力太大，即使将外力全部解除，固体也只恢复一部分变形，还遗留一部分变形。我们定义：固体不能完全恢复原状的性能称为塑性，又叫范性、柔性。遗留下来，不能恢复的变形，称为塑性变形，或残余变形、永久变形。

本书除声明的章节外，都指弹性变形。

§ 1.5 外力、内力、截面法、应力

外力是指与我们所研究的对象相联系的其他物体对所研究的对象施加的作用力。例如，当我们以地球为研究对象时，其他天体，如月亮、太阳等对地球的引力，对于地球来说就

• 严格讲，应称为大位移。关于大变形问题的严格概念参见第廿章。

是外力。又例如，当我们研究地壳某一区域的变形、流动或断裂问题时，我们将所研究的地区作为研究对象，将该地区以外的岩体抽象掉，保留周围岩体对该地区的作用力，这样的作用力，对所研究的地区来说就是外力。因此，当我们所研究的地区范围不同，周围岩体对所研究的对象作用的外力也可以不同。

外力按作用的分布方式，分为表面力和体积力：

表面力是指作用在研究对象表面上的力。例如作用在地壳表面上的大气压力，又如在上一段中所说的，在所研究的地区以外，周围被抽象掉的岩体对该地区周界的作用力，也可以被作为表面力来处理。

体积力是指分布在物体整个体积内各个质点上的作用力，例如物体的重力、惯性力以及磁性体的磁力等等。

我们将物体由于外力作用，在物体内部产生的一部分对另一部分相互作用的力，称为内力。

按照物理学的观念，固体是由无数粒子集合而成。在自然状态下，粒子与粒子之间，在相互作用的引力与斥力（统称自然状态粒子力）作用下，保持一定间距而平衡。当固体受到外力作用而发生变形的时候，粒子之间的间距发生变化，原来作用在粒子上的引力和斥力力系的平衡遭到破坏，从而在粒子之间表现出一定的引力（当粒子间距变大的时候）或斥力（当粒子间距变小的时候）连同外力的作用，在新的位置达到新的平衡。我们将这种因变形而派生出来的引力或斥力统称为派生粒子力也称为附加内力。它的大小与粒子偏离自然状态平衡位置的程度有关，或是说与固体变形的程度有关，也可以说与外力大小有关。这种由于偏离了自然状态平衡位置，在固体内部粒子之间所表现出的派生粒子力就是我们前面所说的内力。固体力学只考虑这种派生粒子力（内力），不考虑自然状态粒子力。

当变形不大时，派生粒子力总是企图牵制粒子恢复到自然状态的平衡位置。当解除外力的作用时，固体便恢复原状。这就是固体弹性的起因。

我们以后将放弃物质微观结构方面的考虑，而将固体简化，假设为各向同性、均匀、连续的物体。在这里，我们应将物质宏观连续的概念严格化到数学上的连续概念。这样一来，我们就有可能将某些力学量通过连续函数的形式来描述。

下面我们就一般情况来说明固体在外力作用下，在任一设想截面内，内力的分析方法及有关应力的概念。

设一任意给定几何形状的固体，如图1—2(a)在外力 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 作用下保持平衡。如果我们想了解任一截面 nn 的内力，我们设想沿该截面将固体分开，保留A部分，将B部分抽象掉，但保留B对A的作用力如图1—2(b)。这种所设想的将固体内部某截面上的内力暴露出来以便于研究的分析方法称为截面法。我们可以推想：截面左右粒子间的作用力可能是遍布于整个截面 nn （在图1—2(b)中没有全部表示出来）。各点的作用力可能不等，但变化一般是连续的。根据固体是数学连续的简化假设，截面上的作用力，从原则上讲，可以表示成所在位置的函数。如在截面上围绕某一点M，取微小面积 ΔF ，在此区域内作用的力为 ΔP ，见图1—2(b)，则：

$$\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{dP}{dF} = p \quad (1.1)$$

称为截面 nn 上 M 点的应力,其单位一般取公斤/厘米²或公斤/毫米²。如果 ΔP 在截面的分量为 ΔN ,切向分量为 ΔT ,则:

$$\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta F} = \frac{dN}{dF} = \sigma \quad (1.2)$$

$$\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta F} = \frac{dT}{dF} = \tau \quad (1.3)$$

σ 称为截面 nn 上 M 点的正应力,方向与截面垂直, τ 称为截面 nn 上 M 点的剪应力,方向与截面相切。其单位与 p 相同。可以看到,正应力剪应力与所考虑的截面方位和截面上所考虑点的位置有关。

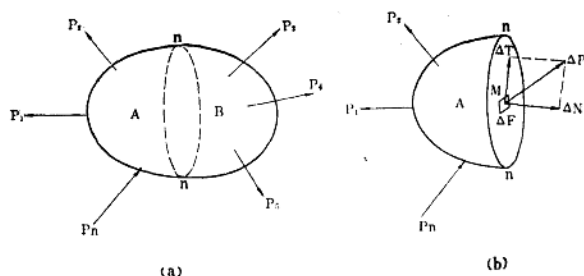


图 1—2

应力反映了内力作用在截面上的集度。例如同样量值的内力,集中在很小截面上与均匀分布在很大的截面上相比,前者应力大,后者应力小。前者极易引起固体的破坏,后者则比较地不容易引起破坏。因为用应力的概念表达固体的破坏等问题较为直接简单,所以固体力学将应力作为基本量。固体力学相当一部分内容是研究各种给定几何形状的固体,在给定外力作用下,在固体内部产生的应力状态。

§ 1.6 强度、刚度

在外力作用下,固体材料抵抗破坏的能力称为强度。一般在规定的外力作用下,容易发生破坏的,我们说,它的强度低;反之,我们说它的强度高。例如,同样尺寸的泥块和石块相比,前者很容易掰断、压裂,而后者比较地不大容易。这时,我们说,泥块的强度比较低,石块的强度比较高。

“破坏”是工程上惯用的术语。它不仅是指固体的断裂,同时将一般固体因受力过大开始发生塑性变形的现象,也称为破坏。因为过去从工程上考虑,对绝大部分部件的设计,既不允许断裂,也不允许发生塑性变形,将部件发生断裂和塑性变形,统称为“破坏”。这是一个含义较广的传统概念,固体力学也一直沿袭着这个概念。

在外力作用下,固体材料抵抗变形的能力,称为刚度。一般将不容易发生变形的称为刚

度大，反之，称为刚度小。例如同样尺寸的橡皮和石棒相比，前者刚度低，后者刚度高。在各种岩石之间也可以比较出来，哪种岩石的刚度大，哪种刚度小。

§ 1.7 静载、动载

外载荷对物体的作用，方向和大小都不随着时间变化时，称为静载。例如建筑物对地基的作用，房顶重量对房梁、房架的作用以及某些稳定地区岩块之间相互作用，都属于静载情况。

此外，载荷由零增加到一定数值，进行得非常缓慢，或应力随时间极其缓慢变化，也近似地作为静载荷看待。

外力突然地作用在物体上，或由于物体的运动在物体各质点产生相应的惯性力，都称为动载荷。例如地震使建筑物发生破坏的力就是动载荷。

本书除声明的问题以外，一般只考虑在静载条件下的固体力学问题。