



普通高等教育“十一五”规划教材

机械与工程优化设计

张 鄂 主编



科学出版社
www.sciencep.com

TH122/838

2008

普通高等教育“十一五”规划教材

机械与工程优化设计

张 鄂 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书介绍了优化设计的基本理论、基本方法、工程设计应用和优化程序库的使用方法。全书共分10章,分别介绍了优化设计的基本概念和数学模型建立、优化设计的数学基础、一维优化方法、多维无约束优化方法、线性规划、约束优化方法、多目标优化方法、优化设计的新方法、优化算法软件包的应用和机械与工程优化设计应用实例。书后还附有常用优化方法的C语言程序。本书内容的选择贯彻“少而精”和“理论联系实际”的原则。内容的编排由浅入深,注意逻辑性与系统性,重视工程应用性。本书具有良好的通用性和先进性。

本书可作为机械工程类、能源动力机械类及相关专业本、专科学生的教材,也可作为工程技术人员继续教育的培训教材,还可供有关工程技术人员和有关专业青年教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

机械与工程优化设计/张鄂主编. —北京:科学出版社,2008

普通高等教育“十一五”规划教材

ISBN 978-7-03-022111-7

I. 机… II. 张… III. 机械设计:最优设计-高等学校-教材
IV. TH122

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 074139 号

责任编辑:段博原/责任校对:张小霞

责任印制:张克忠/封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

明辉印装有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年6月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2008年6月第一次印刷 印张:13 1/4

印数:1—3 500 字数:258 000

定价:25.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈明辉〉)

前 言

优化设计 (optimal design) 是现代设计方法中的一个重要领域, 它极大地促进了现代工程设计理论和方法的发展。优化设计是将数学规划理论和计算机技术应用于工程及产品设计中, 从大量的可行设计方案中自动寻找最佳方案, 进而获得显著的技术和经济效益。机械优化设计是把优化技术应用到机械设计中去, 通过对机械零件、机构、部件乃至整个机械系统和机器的优化设计, 确定出它们的最佳参数和结构尺寸, 从而提高各种机械产品及技术装备的设计水平, 为我国的社会主义经济建设服务。

机械优化设计是机械设计类专业以及机械工程及自动化专业的一门必修课程, 其目的是使学生树立优化设计的思想, 掌握优化设计的基本概念和基本方法, 获得解决机械与工程优化设计问题的能力。本书是在作者多年从事优化设计教学和科研工作实践基础上并参考多次使用的教学讲义、教材而编写的。书中着重介绍优化设计的基本概念、常用优化方法的基本原理及基本方法、优化设计的新方法、实际工程优化设计应用以及有关的优化工具 (软件包) 应用。本书可作为机械类专业本、专科学生的教材, 也可作为从事机械设计工作的工程技术人员参考书。

全书共分四大部分: 第一部分主要介绍优化设计的基本概念及数学基础, 具体包括本书第 1、2 章内容; 第二部分主要介绍优化设计方法, 包括一维优化方法、多维无约束优化方法、线性规划、约束优化方法、多目标优化方法以及优化设计的新方法 (如工程遗传算法、模糊优化设计方法和可靠性优化设计方法等), 具体包括本书第 3~8 章内容; 第三部分主要介绍有关优化方法程序库和优化算法软件包的应用, 具体包括本书第 9 章内容; 第四部分主要介绍机械与工程优化设计应用实例, 具体包括本书第 10 章内容。书末附有几种优化方法的 C 语言程序, 供读者参考和上机实践。本书内容的选择贯彻“少而精”和“理论联系实际”的原则。内容的编排由浅入深, 注意逻辑性与系统性, 重视工程应用性。

参加本书编写的有: 张鄂 (第 1、4、8、10 章), 刘中华 (第 2、6 章, 附录), 许林安 (第 3 章), 邵晓春 (第 5 章), 毕朝瑞 (第 7 章), 刘明利 (第 9 章)。全书由张鄂任主编。毕振南教授和诸文俊教授仔细审阅了全稿, 提出了宝贵的意见, 特此致谢。

本书承蒙清华大学吴宗泽教授和西北工业大学陈国定教授审稿，他们对本书提出了宝贵的意见，并给予大力支持和帮助，作者在此深表感谢。科学出版社段博原编辑对全部书稿进行了认真而细致地编辑，作者致以衷心谢意。

由于编者水平有限，书中难免存在不足或不妥之处，恳请读者批评指正。

编者

2008年1月于西安交通大学

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 优化设计概述	1
1.2 优化设计的数学模型	3
1.2.1 优化设计实例	3
1.2.2 设计变量	5
1.2.3 目标函数	7
1.2.4 约束条件	9
1.2.5 优化设计数学模型的表达式	11
1.3 优化设计的迭代算法	12
1.3.1 优化设计问题的主要类型	12
1.3.2 优化设计的迭代算法	13
1.4 工程优化问题的几何描述	15
习题	17
第 2 章 优化设计的数学基础	18
2.1 二次型与正定矩阵	18
2.2 函数的方向导数与梯度	20
2.3 函数的泰勒近似展开式和黑塞矩阵	24
2.4 无约束优化问题的极值条件	25
2.5 凸函数与凸规划	27
2.6 约束优化问题的极值条件	30
习题	34
第 3 章 一维优化方法	35
3.1 搜索区间的确定	36
3.2 黄金分割法	37
3.2.1 黄金分割法的基本原理	37
3.2.2 黄金分割法的计算步骤	39
3.3 二次插值法	42
3.3.1 二次插值法的基本原理	42
3.3.2 二次插值法的计算步骤	44

习题	47
第4章 多维无约束优化方法	48
4.1 坐标轮换法	48
4.2 鲍威尔法(共轭方向法)	50
4.2.1 共轭方向及其构成	50
4.2.2 基本鲍威尔法	51
4.2.3 修正鲍威尔法	52
4.3 梯度法	57
4.4 共轭梯度法	58
4.4.1 共轭梯度法的基本原理	58
4.4.2 共轭梯度法的迭代步骤	60
4.5 牛顿法	62
4.6 变尺度法	64
4.6.1 DFP 变尺度法	64
4.6.2 BFGS 变尺度法	69
习题	70
第5章 线性规划	71
5.1 线性规划的数学模型	71
5.2 线性规划的基本性质	74
5.2.1 线性规划的几何意义	74
5.2.2 线性规划的基本性质	75
5.3 单纯形法	76
5.3.1 单纯形法的基本思想	76
5.3.2 单纯形法的算法及其迭代过程	80
5.3.3 单纯形表	84
习题	87
第6章 约束优化方法	89
6.1 可行方向法	89
6.1.1 可行方向法的基本思想	89
6.1.2 最佳下降可行方向及约束一维搜索	90
6.1.3 可行方向法的迭代步骤	91
6.2 复合形法	93
6.2.1 复合形法的基本思想	93
6.2.2 初始复合形的生成	95
6.2.3 复合形法的迭代计算步骤	95

6.3 惩罚函数法	100
6.3.1 内点法	101
6.3.2 外点法	104
6.3.3 混合法	109
习题	109
第7章 多目标优化方法	111
7.1 统一目标函数法	112
7.2 主要目标法	114
7.3 理想点法	115
7.4 功效系数法	115
习题	118
第8章 优化设计的新方法	119
8.1 工程遗传算法	119
8.1.1 工程遗传算法的基本原理及特点	119
8.1.2 遗传算法的主要步骤与基本流程	123
8.1.3 遗传算法的应用举例	125
8.2 模糊优化设计方法	127
8.2.1 模糊优化设计的基本概念	127
8.2.2 模糊优化设计数学模型的求解方法	132
8.2.3 模糊优化设计的工程应用	134
8.3 可靠性优化设计方法	136
8.3.1 可靠性优化设计模型的基本类型	137
8.3.2 可靠性优化设计问题的求解方法	140
8.3.3 可靠性优化设计的工程应用	141
习题	150
第9章 优化算法软件包的应用	151
9.1 优化算法程序库 PC-OPB 的应用	151
9.1.1 PC-OPB 程序库的总体结构及概况	151
9.1.2 PC-OPB 程序库的使用	153
9.2 MATLAB 优化工具箱的应用	156
9.2.1 MATLAB 简介	156
9.2.2 MATLAB 优化工具箱简介	157
9.2.3 运用 MATLAB 优化工具箱求解工程优化问题的步骤	158
9.3 优化算法 C 语言程序的应用	161
习题	161

第 10 章 机械与工程优化设计应用实例	162
10.1 机械与工程优化设计应用策略	162
10.1.1 机械与工程优化设计的一般步骤	162
10.1.2 机械与工程优化设计数学模型的建立	163
10.1.3 数学模型的尺度变换	163
10.1.4 优化方法的选择和收敛精度的确定	164
10.1.5 优化结果的分析	165
10.2 机械与工程优化设计应用实例	165
习题	177
参考文献	178
附录 常用优化方法的 C 语言程序	179

第1章 绪论

1.1 优化设计概述

优化设计是在电子计算机技术广泛应用的基础上而发展起来的一种现代设计方法^[1~3]。它是以电子计算机为计算工具,利用最优化原理和方法寻求最优设计参数的一门先进设计技术。

优化设计能为工程及产品设计提供一种重要的科学设计方法,使得在解决复杂设计问题时,能从众多的设计方案中寻得尽可能完善的或最适宜的设计方案,因而采用这种设计方法能大大提高其设计质量和设计效率。

所谓优化设计,就是借助最优化数值计算方法和电子计算机技术,求取工程问题的最优设计方案。进行优化设计时,首先必须将实际工程问题进行数学描述,形成一组由数学表达式组成的优化设计数学模型;然后选择一种最优化数值计算方法和计算机程序,在计算机上运算求解,得到一组最佳的设计参数。这组设计参数就是优化设计的最优解。

在工业产品设计过程中,常常需要根据产品设计要求,合理确定各种参数,如质量、体积、成本、性能、承载能力等,以期达到最佳的设计目标。这就是说,一项产品或工程设计总是要求在一定的技术和物质条件下,取得一个技术、经济指标为最优的设计方案。随着现代设计过程的日益计算机化,优化设计就为获取这一最优设计方案提供了有效工具。

目前优化设计在机械、电子、电器、化工、纺织、冶金、石油、国防、航空、航天、造船、交通、建筑及管理设计领域都得到了广泛的应用,并且取得了显著的技术、经济效果。

机械优化设计是把优化技术应用到机械设计中去,通过对机械零件、机构、部件乃至整个机械系统和机器的优化设计,确定出它们的最佳参数和结构尺寸,从而提高各种机械产品及技术装备的设计水平,为我国的社会主义经济建设服务。目前,在各类机械设计中,对于机构、零件、部件、工艺设备等的基本参数,以及一个分系统的设计,都有许多利用优化设计方法取得良好的经济效果的实例。实践证明,在机械设计中采用优化设计方法,不仅可以减轻机械设备自重、降低材料消耗与制造成本,而且可以提高产品的质量与工作性能,同时还能大大缩短产品设计周期。因此,机械优化设计不仅成为工程优化设计的一个重要领域,而且受到广大设计人员和工程技术人员的重视和应用。

优化设计过程是以计算机自动设计选优为基本特征。其设计过程一般分为如下四步。

(1)设计课题分析。首先确定设计目标,它可以是单项指标,也可以是多项设计指标的组合。从技术经济观点出发,就机械设计而言,机器的运动学和动力学性能、体积与质量、效率、成本、可靠性等,都可以作为设计所追求的目标。然后分析设计应满足的要求,主要包括:某些参数的取值范围,某种设计性能或指标按设计规范推导出的技术性能,还有工艺条件对设计参数的限制等。

(2)建立数学模型。将实际设计问题用数学方程的形式予以全面、准确地描述,其中包括:确定设计变量,即哪些设计参数参与选优;构造目标函数,即评价设计方案优劣的设计指标;选择约束函数,即把设计应满足的各类条件以等式或不等式的形式表达。建立数学模型要做到准确、齐全这两点,即必须严格地按各种规范作出相应的数学描述,必须把设计中应考虑的各种因素全部包括进去,这对于整个优化设计的效果是至关重要的。

(3)选择优化方法。根据优化数学模型的函数性态、设计精度要求等选择适用的优化方法,并编制出相应的计算机程序。

(4)上机电算择优。将所编程序及有关数据输入计算机进行运算,自动解得最优值,然后对所算结果作出分析判断,得到设计问题的最优设计方案。

上述优化设计过程的四步,其核心是进行如下两项工作:①分析设计任务,将工程实际问题转化为一个最优化问题,即建立优化问题的数学模型;②选用适用的优化方法在电子计算机上求解数学模型,自动寻求最优设计方案。

应用计算机技术来进行优化设计,具有如下特点:

(1)设计的思想是最优设计,需要建立一个正确反映实际设计问题的优化数学模型;

(2)设计的方法是优化方法,一个方案参数的调整是计算机沿着使方案更好的方向自动进行的,从而选出最优方案;

(3)设计的手段是计算机,由于计算机的运算速度快,分析和计算一个方案只需几秒乃至千分之一秒,因而可以从大量的方案中选出“最优方案”。因此,这种设计是设计方法上的一项很大的变革,它使许多较为复杂的问题得到最完善的解决,而且它可以提高设计效率从而缩短设计周期,还可以为设计人员提供大量的设计分析数据,有助于考察设计结果,从而可以提高工业产品的设计质量,获得显著的经济效益。

1.2 优化设计的数学模型

1.2.1 优化设计实例

进行工程问题的优化设计,首先需要建立数学模型。优化设计的数学模型需要用设计变量、设计约束和目标函数等基本概念才能予以完整地描述。下面用两个简单的例子来说明优化设计数学模型的概念。

例 1-1 现有一块薄铁板,宽度为 24cm,长度为 100cm,想制成如图 1-1 所示的梯形槽,现问斜边长 l 和倾角 θ 为多大时,可使梯形槽的容积最大。

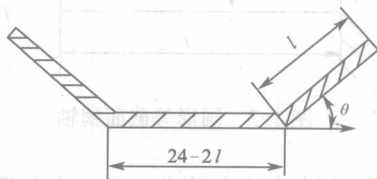


图 1-1 梯形槽截面面积

解 由于薄铁板的宽度、长度已定,故图 1-1 所示的槽形,其截面面积最大的槽即是容积最大的槽。根据梯形面积的公式,可写出梯形槽的截面面积的计算公式为

$$S = \frac{1}{2}[(24 - 2l) + (24 - 2l + 2l\cos\theta)]l\sin\theta$$

此问题是求出 l 和 θ 两个参数的值,使得槽形截面面积 S 之值为最大。显然,设计计算过程中可调整的参数为 l 和 θ ,这类参数称之为设计变量;梯形槽截面面积 S 是设计变量 l 和 θ 的函数,优化设计的目标是确定 l 和 θ ,使函数 S 之值达到最大,故称此函数为目标函数。

由上述讨论,可将该梯形槽截面面积优化设计问题的数学模型表述为:

求设计变量 l 和 θ ,使目标函数

$$f(l, \theta) = S = \frac{1}{2}[(24 - 2l) + (24 - 2l + 2l\cos\theta)]l\sin\theta$$

的值最大。显然,此目标函数的最大值就是该问题的最优解。

若设 $x_1 = l, x_2 = \theta$,按照优化设计数学模型的规范形式,该优化问题的数学模型为

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2]^T = [l, \theta]^T$$

$$\max f(\mathbf{X}) = S = \frac{1}{2}[(24 - 2x_1) + (24 - 2x_1 + 2x_1\cos x_2)]x_1\sin x_2$$

此优化设计问题是一个具有两个设计变量(即 l 和 θ)的无约束非线性规划

问题。

例 1-2 如图 1-2 所示,有一圆形等截面的销轴,一端固定,另一端作用有集中载荷 $F=10000\text{N}$ 和转矩 $T=100\text{N}\cdot\text{m}$ 。由于结构需要,轴的长度 l 不得小于 8cm ,已知销轴材料的容许弯曲应力 $[\sigma_w]=120\text{MPa}$,容许扭转切应力 $[\tau]=80\text{MPa}$,容许挠度 $[f]=0.01\text{cm}$,密度 $\rho=7.8\text{t/m}^3$,弹性模量 $E=2\times 10^5\text{MPa}$ 。现要求在满足使用要求的条件下,试设计一个用料最省(销轴质量最轻)的方案。

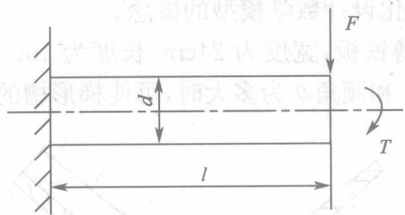


图 1-2 圆形等截面销轴

解 根据所给的问题,该销轴的力学模型是一个悬臂梁。设销轴直径为 d ,长度为 l ,体积为 V ,则该问题的物理表达式如下所示。

(1)销轴用料最省(即体积最小)

$$V = \frac{1}{4}\pi d^2 l \rightarrow \min$$

可见销轴用料取决于其直径 d 和长度 l 。这是一个合理选择 d 和 l 而使体积 V 最小的优化设计问题。

(2)满足的条件

强度条件:

弯曲强度式

$$\sigma_{\max} = \frac{Fl}{0.1d^3} \leq [\sigma_w]$$

扭转强度式

$$\tau = \frac{T}{0.2d^3} \leq [\tau]$$

刚度条件:挠度表达式

$$f = \frac{Fl^3}{3EJ} = \frac{64Fl^3}{3E\pi d^4} \leq [f]$$

结构尺寸边界条件

$$l \geq l_{\min} = 8\text{cm}$$

综上所述,将本题的有关已知数值代入,可将该优化设计问题的数学模型表述如下:

求设计变量 $\mathbf{X}=[x_1, x_2]^T=[d, l]^T$ 的值,使目标函数

$$f(\mathbf{X})=V=\frac{1}{4}\pi d^2 l=\frac{1}{4}\pi x_1^2 x_2=0.785x_1^2 x_2$$

为最小,并满足约束条件

$$g_1(\mathbf{X})=8.33l-d^3=8.33x_2-x_1^3\leq 0 \quad (\text{弯曲强度条件})$$

$$g_2(\mathbf{X})=6.25-d^3=6.25-x_1^3\leq 0 \quad (\text{扭转强度条件})$$

$$g_3(\mathbf{X})=0.34l^3-d^4=0.34x_2^3-x_1^4\leq 0 \quad (\text{刚度条件})$$

$$g_4(\mathbf{X})=8-l=8-x_2\leq 0 \quad (\text{长度的边界条件})$$

按优化设计数学模型的规范形式,该优化问题的数学模型为

$$\min f(\mathbf{X})=V=\frac{1}{4}\pi d^2 l=\frac{1}{4}\pi x_1^2 x_2=0.785x_1^2 x_2, \quad \mathbf{X} \in \mathbf{R}^2$$

$$\text{s. t. } g_1(\mathbf{X})=8.33x_2-x_1^3\leq 0$$

$$g_2(\mathbf{X})=6.25-x_1^3\leq 0$$

$$g_3(\mathbf{X})=0.34x_2^3-x_1^4\leq 0$$

$$g_4(\mathbf{X})=8-x_2\leq 0$$

该优化设计问题是一个具有四个约束条件的二维非线性的约束优化问题。

从上面的例子可以看出,一个优化设计问题一般包括三部分内容:①需要合理选择的一组独立参数,称为设计变量;②需要最佳满足的设计目标,这个目标是设计变量的函数,称为目标函数;③所选设计变量必须满足一定的限制条件,称为约束条件(或称设计约束)。由这三者共同描述的优化设计问题就组成优化设计的数学模型。

1.2.2 设计变量

在优化设计过程中需要调整和优选的参数,称为设计变量。如例 1-1 中的 l 、 θ 和例 1-2 中的 d 、 l 。当设计变量确定后,所设计的方案亦被确定。

在机械设计中,一个零部件或一台机器的设计方案,常用一组基本参数来表示。概括起来,参数可分为两类:一类是按照具体设计要求事先给定,且在设计过程中保持不变的参数,称为设计常量(如例 1-2 中销轴材料密度 ρ);另一类是在设计过程中须经不断调整,以确定其最优值的参数,称为设计变量。也就是说,设计变量是优化设计要优选的量。优化设计的任务,就是确定设计变量的最优值以得到最优设计方案。

在一般机械设计中,设计者为制订设计方案,通常要选择的设计参数主要有以下几方面。

功能参数:表征零件、组件或机器在力、热、……各方面所具有的功能参数,如

压力容器所承受的压力,承力结构所承受的负荷,旋转机械转动部分的工作转速,高温条件下机械工作的环境温度等。

几何参数:表征零件、组件或机器在几何形状与尺寸方面的参数,如外形、体积、容积、面积、长、宽、高、厚、内径、外径、角度等。

材料参数:表征制造零件、组件或机器所使用的材料方面的参数,如材料的种类、牌号、化学组成、机械性能等。

工艺参数:表征制造零件、组件或机器工艺方面的参数,如零件、组件在制造系统各个阶段的工艺状态、精度、表面粗糙度与完整性、形状与位置允差、技术要求等。

经济参数:表征零件、组件或机器在生产、销售与使用各环节或全过程经济方面的参数,如制造成本、销售价格、全寿命期费用等。

由于实际优化设计对象的不同,选取的设计变量也不同。但对设计变量的选取,必须选择那些能使设计对象唯一确定的、容易量化的独立参数。而且,设计变量必须是对该项设计性能指标优劣有影响的参数。

设计变量是一组相互独立的基本参数。设计变量的个数称为优化问题的维数,若有 n 个设计变量,称为 n 维优化设计问题。设计变量一般用向量 $\mathbf{X}$ 来表示,即

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \quad (1-1)$$

设计变量的每一个分量都是相互独立的。以 n 个设计变量为坐标轴所构成的实数空间,称为设计空间,或称 n 维实欧几里得空间(简称欧式空间),用 $\mathbf{R}^n$ 表示。当维数 $n=2$ 时,如图 1-3(a) 所示,设计变量 x_1, x_2 组成二维设计空间,即设计平面 $\mathbf{R}^2$ 。当维数 $n=3$ 时,如图 1-3(b) 所示,设计变量 x_1, x_2, x_3 组成三维设计空间,即设计空间 $\mathbf{R}^3$ 。当 $n>3$ 时,设计空间是一个想象的超越空间,此时设计空间无法用图形表示。

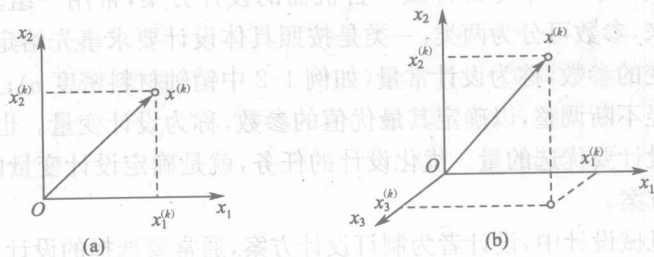


图 1-3 二维和三维设计空间

设计空间是所有设计方案的集合,用符号 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^n$ 表示。任何一个设计方案,都可以看作是从设计空间原点出发的一个设计向量 $\mathbf{X}^{(k)}$,该向量端点的坐标值就是这一组设计变量 $\mathbf{X}^{(k)} = [x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}]^T$ 。因此,一组设计变量表示一个设计方案,它与一个向量的端点相对应,也称设计点。而设计点的集合即构成了设计空间。

根据设计变量的多少,一般将优化设计问题分为三种类型:设计变量数目 $n < 10$ 的,为小型优化问题;设计变量数目 $n = 10 \sim 50$ 的,为中型优化问题;设计变量数目 $n > 50$ 的,为大型优化问题。

在工程优化设计中,根据设计要求,设计变量常有连续量和离散量之分。大多数情况下,设计变量是有界连续变化型量,称为连续设计变量。但在一些情况下,有些设计变量是离散型量,则称离散设计变量,如齿轮的齿数、模数,以及钢管的直径、钢板的厚度等。对于离散设计变量,在优化设计过程中常是先把它视为连续量,在求得连续量的优化结果后再进行圆整或标准化,以求得一个实用的最优设计方案。

1.2.3 目标函数

在前面所举的两个例子中,梯形槽的截面面积、销轴的质量是评价设计方案优劣的标准,使这些量值取为最优值,则是求解这些工程设计问题时所追求的目标。这种用来评价和追求最优设计方案的函数称为优化设计的目标函数(或称评价函数)。目标函数的表达式为

$$f(\mathbf{X}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1-2)$$

优化设计的目标函数是设计变量的函数。优化设计的目的就是要求所选择的设计变量使目标函数达到最优值。由于设计方案的优劣是以目标函数值的大小来衡量的,故最优值是指极小值或极大值。在优化设计中,为使算法和程序相统一,通常最优化就是指极小化,即 $f(\mathbf{X}) \rightarrow \min$ 。而对于求工程极大化的优化问题,由于求目标函数 $f(\mathbf{X})$ 的极大化等价于求目标函数 $-f(\mathbf{X})$ 的极小化,所以,在优化数学模型的规范形式中,一般都写为极小化式,即 $\min f(\mathbf{X})$ 。

目标函数是一个标量函数。目标函数值的大小,是评价设计质量优劣的标准。优化设计就是要寻求一个最优设计方案,即最优设计点 $\mathbf{X}^*$,从而使目标函数达到最优值 $f(\mathbf{X}^*)$ 。在优化设计中,一般取最优值为目标函数的最小值。

确定目标函数,是优化设计中最重要决策之一。因为这不仅直接影响优化方案的质量,而且还影响到优化过程。目标函数可以根据机械设计问题的要求从不同角度来建立,如机械零件设计中的质量、体积、几何尺寸、效率、可靠性、承载能力,机械设计中的运动误差、功率、应力、动力特性,产品设计中的成本、寿命等。

一个优化问题,可以用一个目标函数来衡量,称之为单目标优化问题;也可以

用多个目标函数来衡量,称之为多目标优化问题。单目标优化问题,由于指标单一,易于衡量设计方案的优劣,求解过程比较简单明确;而多目标优化问题求解比较复杂,但可获得更佳的最优设计方案。

一组设计变量值在设计空间确定了一个设计点 $\mathbf{X}^{(k)}$,对应着这一设计点有确定的目标函数值 $f(\mathbf{X}^{(k)})$ 。反之,当函数为某一定值时,如目标函数值 $f(\mathbf{X})=c$,则有无限多组设计变量 $\mathbf{X}=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 的值与之对应。目标函数值相等的所有设计点的集合在设计空间所组成的曲面或曲线,称为目标函数的等值面或等值线。在二维情况下,点集在设计空间所组成的是等值线;三维时,是等值面;大于三维时,是超曲面。

下面以二维优化问题为例,来说明目标函数的等值线(面)的几何意义。如图 1-4 所示,二维变量的目标函数 $f(x_1, x_2)$ 图形可以用三维空间描述出来。令目标函数 $f(x_1, x_2)$ 的值分别等于 $c_1, c_2, \dots$,则对应这些设计点的集合是在 x_1Ox_2 坐标平面内的一族曲线,每一条曲线上的各点都具有相等的目标函数值,所以这些曲线称为目标函数的等值线。由图 1-4 可见,等值线族反映了目标函数值的变化规律,等值线越向里面,目标函数值越小。对于有中心的曲线族来说,等值线族的共同中心就是目标函数的无约束极小点 $\mathbf{X}^*$ 。故从几何意义上来说,求目标函数无约束极小点也就是求其等值线族的共同中心。

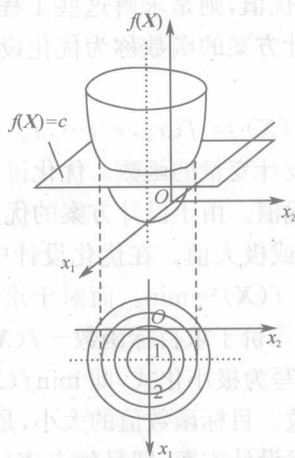


图 1-4 二维目标函数等值线

等值线的特点包括:①不同值的等值线不相交;②除极值点外,在设计空间内,等值线不会中断;③等值线反映了目标函数值的变化规律,愈内层的等值线,其函数值愈小,等值线族的中心点就是目标函数的极值点,因此,求目标函数的极值点也就是求等值线族的共同形心问题;④等值线的间隔愈密,表示该处函数值的变化