

全国普通高等院校 工程管理专业
实用创新型系列规划教材

投资科学

徐绪松 主编

中国科学院教材建设专家委员会教材建设立项项目
全国普通高等院校工程管理专业实用创新型系列规划教材

投资学是一门新兴的学科，其研究对象是投资项目。投资项目是指在一定时期内，企业为了实现一定的经营目标，通过投资活动所形成的资本性资产。投资项目具有以下特点：一是时间跨度长，一般为数年；二是资金投入大，风险高；三是收益不确定，波动性强；四是决策复杂，涉及因素多。因此，投资学的研究对象是投资项目，其研究内容包括投资项目的选择、评估、决策、实施和控制等。

投资科学

徐绪松 主编

2005年7月 国家教材建设重点教材
全国普通高等院校工程管理专业教材

科学出版社

北京

内容简介

本书是我国第一部撰写投资科学的书，是作者长期从事投资科学的研究的结晶。本书系统地研究了各种投资行为理论，给出了“投资”广义的概念，介绍了研究各种投资行为的方法论，具有通俗性、学术性、前沿性。首先，本书介绍了投资科学的两个核心问题——投资组合和投资产品的定价。然后，从三个层面来介绍投资：从微观层面，介绍期货、期权等衍生证券，以及影响金融决策行为的基本要素——风险；从宏观层面，介绍风险投资，以及决定投资者行为的投资项目的评审；从中观层面，介绍公共投资。

本书适合作为工程管理和工商管理的本科生及研究生的教学用书，也适合从事投资活动的管理人员、政府工作人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

投资科学/徐绪松主编. —北京：科学出版社，2008

中国科学院教材建设专家委员会教材建设立项项目·全国高等院校工程管理专业实用创新型系列规划教材

ISBN 978-7-03-020989-4

I . 投… II . 徐… III . 投资学—高等学校—教材 IV . F830.59

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 011857 号

责任编辑：田悦红 任加林 / 责任校对：耿耘

责任印制：吕春珉 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencecp.com>

北京印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2008 年 2 月第 一 版 开本：787×1092 1/16

2008 年 2 月第一次印刷 印张：21 1/4

印数：1—2 500 字数：481 000

定价：32.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换<环伟>)

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62138978-8007

全国普通高等院校工程管理专业实用创新型 系列规划教材

编 委 会

顾 问 任 宏

主 任 徐绪松

副主任 (按拼音排序)

王雪青 武献华 武永祥

委 员 (按拼音排序)

陈 双 顾永才 贺 文 金 江 李清立

刘 岗 宁素莹 石振武 宋 伟 田元福

田悦红 王红岩 王 平 王卓甫 吴贤国

谢 纶 徐 莉 岳建平 张建平 张守健

丛 书 序

大到国家宏观经济的管理，小到一个企业具体部门的运作，都是极其复杂的管理实践。管理的实践和管理的理论是相互影响、相互促进的。管理实践需要管理理论的指导，才能科学化和规范化；而管理理论需要管理实践提出新的问题，才能不断深入发展。随着社会主义市场经济的逐步完善，我国的管理实践发生了深刻的变化，为我国管理理论提供了非常好的独特研究对象，从而为管理理论的创新提供了研究基础。

经济全球化的大趋势使管理的重要性愈来愈被人们所认识，从而使管理专业也得到了前所未有的发展。工程管理在社会需求中悄然兴起。早在 1979 年我国就有了管理工程专业，通过近 20 年的演变、合并，1998 年“工程管理”被教育部列入本科专业目录，隶属于“管理科学与工程”这个一级学科。经过近 8 年的建设、发展，在工程管理专家、学者的共同努力下，工程管理专业日趋成熟，并得到社会相关领域的认可和重视。

工程管理专业培养工程建设领域和房地产投资开发领域从事项目全程策划、项目投融资、工程造价全过程管理工作的复合型高级管理人才，这类人才也正是社会急需的人才。今天，在国家“十一五”规划建设中，城镇化的健康发展和以人为本的人居工程，均给工程管理专业提供了极好的发展机遇，当然也对工程管理专业提出了更高、更新的要求：培训更多、更优秀的从事工程管理工作的创新型、复合型人才。为此，我们编写了这套工程管理专业系列教材，并将此套书纳入科学出版社“十一五”规划教材项目。

全套书从总体设计上注重了基础性、科学性、实践性、前沿性，从人才培养上注重了研究型学习，启迪思维，鼓励创新。每部著作都吸收了改革开放以来的管理实践，凝聚了编著者教学、科研的成果，蕴含了编著者创造性的智力活动。这套系列教材给予了工程管理专业学生必备的管理学、经济学和土木工程技术方面的基础知识和现代管理的理论、方法，也给予了工程管理专业学生必备的能力；包括：对房地产投资开发项目的营销策划、管理的能力；从事宏观、中观、微观投资管理能力；从事投资项目预测、决策和全过程管理的能力；进行项目投融资的能力；进行投资项目可行性研究、项目评估、房地产价格评估，编制招标投标文件、投标书评定，编制和审核工程项目估算、概算、预算和决算、对项目造价进行全程管理的能力等。

希望《全国普通高等院校工程管理专业实用创新型系列规划教材》的出版，能推进该学科的发展，我们将欣慰地看到一批优秀的工程管理创新型、复合型人才的涌现；也希望《全国普通高等院校工程管理专业实用创新型系列规划教材》的出版，能够指导管理的实践，对工程管理有所促进。

徐绪松

2006 年 7 月 18 日于珞珈山

前言

本书是《工程管理》系列丛书之一，之所以将其纳入系列丛书，是因为我们认为，工程管理专业培养的学生应是具有工程、经济、管理知识的复合型人才；任何一项工程，都与投资有关，应该从经济的角度，了解投资的概念。因此，该专业的学生除了掌握工程管理专业传统的、必备的基础知识和专业知识以外，还应该有投资的专门知识。

投资是一个经常使用的概念，可以从三个层面来理解投资：第一个层面是宏观视角中的投资，也就是宏观经济中的投资。宏观视角中的投资通常是指资本的形成与增加，包括厂房、设备和存货的增加以及新的产业的形成等。第二个层面是微观视角中的投资，也就是金融经济学中的投资行为，主要包括购买土地、股票、债券、衍生金融工具等有价证券。第三个层面是中观视角中的投资，主要包括政府投资和公共投资。

本书是为工程管理和工商管理的本科生及研究生设计的，适合作为工程管理和工商管理的本科生及研究生的教科书，也适合从事投资活动的实际工作人员阅读参考。

根据我对投资科学的认识，本书的逻辑思路是：首先，介绍投资科学的两个核心问题——投资组合和投资品的定价。投资组合主要研究各个投资项目之间如何进行最优组合配置，以便降低风险；投资品的定价主要研究所给定的投资品在市场中的合理价格，以便帮助投资者作出投资决策。本书主要是从风险度量的角度来研究投资组合，以资本资产定价模型（CAPM）为基础开展现代投资品定价的研究。然后，从三个层面来介绍投资：从微观层面，介绍期货、期权等衍生证券，以及影响金融决策行为的基本要素——风险；从宏观层面，介绍风险投资，以及决定投资者行为的投资项目的评审；从中观层面，介绍公共投资。

本书的体系结构：第一章——投资组合理论；第二章——资产定价模型；第三章——衍生证券；第四章——金融风险管理；第五章——风险投资；第六章——投资项目评审；第七章——公共投资。

本书作者及其所领导的团队长期从事投资科学的研究，在这方面获得了 5 个国家自然科学基金、1 个教育部博士点基金、2 个武汉市科技局项目的资助；出版著作 6 部；发表论文 50 余篇；获湖北省、武汉市科技进步奖、优秀论文奖、优秀著作奖等省、部级奖励 10 项。本书正是在此基础上撰写的。与传统的《投资学》相同的是，《投资科学》系统地研究了各种投资行为理论。与其不同的是：①《投资科学》不仅研究《投资学》所研究的微观视角中的债券投资，而且还研究宏观视角和中观视角中的投资行为；②不仅定性地研究各种投资行为，而且定性定量结合地研究种种投资行为。定性定量结合的理论框架是徐绪松提出的复杂科学管理方法论，包括建立系统模型的系统方法；定性定量分析策略，如动态规划、随机动态规划、人工神经网络、遗传算法等非数值方法和模拟技术；定性定量结合的决策技术；实时控制的动态方法。以上两个不同点正是本书的特点。此外，本书还有一个特点，即前沿性，书中很多内容来自于作者的研究成果，如新的风险度量工具——半绝对离差；基于相对财富和习惯形成的资本资产定价模型；风险投资价值链；风险投资项目评价三维系统模型等。最后一个特点是通俗易懂，在本书

的编著过程中，我们始终强调深入浅出，尽量将一个个深奥的投资科学问题表述得清楚、通俗、易懂。

徐绪松及其所领导其团队经过多次讨论形成本书大纲。侯成琪、陈彦斌、熊和平、王频、徐勤、马莉莉、金平分别撰写一、二、三、四、五、六、七章。徐绪松审阅了全书，并进行了修改。

本书是我国第一部撰写投资科学的书，不论从体系结构，还是研究内容，都有待各位专家批评指正。我经常说的一句话是：我有今天的成就，感谢同行、专家的指点，感谢所有我教过的学生，感谢所有读过我的书的读者！

书中引用了很多参考文献，在此，向这些论文、著作的作者表示衷心感谢！

徐绪松
2007年8月12日

于武汉大学

目 录

第一章 投资组合理论	1
第一节 投资组合理论的分析框架	1
一、收益-风险占优的分析框架	2
二、期望效用最大化的分析框架	4
三、两种分析框架的对比分析	8
第二节 均值-方差投资组合模型	9
一、不存在无风险资产的均值-方差模型	10
二、存在无风险资产的均值-方差模型	14
三、均值-方差模型存在的缺陷	15
第三节 均值-LPM 投资组合模型	20
一、LPM (lower partial moment)	20
二、均值-LPM 投资组合模型的重要性质	21
三、投资组合的 LPM 的计算方法	23
四、均值-LPM 模型的组合前沿	24
五、均值-LPM 模型组合前沿的两基金分离性质	27
第四节 均值-尺度参数模型	29
一、稳定分布	29
二、拟合优度检验	31
三、非正态稳定分布条件下的投资组合模型：均值-尺度参数模型	34
四、均值-尺度参数模型的组合前沿和资产配置之谜	38
参考文献	40
第二章 资产定价模型	43
第一节 概述	43
一、资产定价的发展：从 CAPM 到 CCAPM	43
二、资产定价的行为化：行为资产定价理论	44
三、资产定价模型的选择：离散时间模型与连续时间模型	47
第二节 局部均衡资产定价模型	48
一、局部均衡资产定价模型及其求解	48
二、欧拉方程的应用	50
三、欧拉方程与传统的资产定价模型	61
第三节 一般均衡资产定价模型	67
一、卢卡斯一般均衡模型	67
二、Lucas 模型的递归求解方法：独立同分布	69
第四节 资产定价之谜	71

一、数据来源——美国的历史数据	71
二、股票溢价之谜	72
三、无风险利率之谜	72
第五节 行为资产定价理论	74
一、财富偏好	74
二、习惯形成	75
三、追赶时髦	77
四、嫉妒	78
五、递归效用函数	79
六、损失厌恶	80
七、主观贴现因子	80
参考文献	81
第三章 衍生证券	84
 第一节 概论	84
一、衍生证券及其分类	84
二、衍生证券的发展	84
 第二节 衍生证券定价的一般理论	86
一、套利与无套利定价思想	86
二、无套利定价方法	87
三、无套利定价技术	88
四、无套利技术与积木分析法	89
 第三节 远期	91
一、远期合约	91
二、利率远期	91
三、外汇远期	93
 第四节 远期定价	96
一、预备知识	96
二、情形 1——标的资产不支付红利	97
三、情形 2——标的资产支付已知红利	98
 第五节 期货	99
一、期货交易的特点	99
二、期货交易的种类	104
三、期货的报价	108
 第六节 期权	109
一、期权的概念	110
二、期权的价格	111
三、期权的投资策略	117
四、多期期权	123
 第七节 互换	126

一、互换的概念	126
二、互换的分类	127
三、互换的定价	129
附录 多期二项模型与 Black-Scholes 公式的推导	131
参考文献	134
第四章 金融风险管理	135
第一节 金融风险	135
一、风险的本质属性	135
二、金融风险概述	139
第二节 金融风险管理概述	142
一、金融风险管理的程序	143
二、新时代的金融风险管理	145
第三节 金融风险的识别	148
一、风险识别的原则	149
二、风险识别的方法	150
第四节 金融风险的度量	151
一、基于矩的风险度量	151
二、基于分位点的风险度量	153
第五节 金融风险管理的决策	170
参考文献	178
第五章 风险投资	180
第一节 风险投资的内涵	180
一、风险投资的运作模式	180
二、风险投资价值链	185
第二节 风险投资的发展历程	187
一、风险投资在美国	188
二、风险投资在欧洲	189
三、风险投资在亚洲	192
第三节 风险投资与二板市场	201
一、风险资本循环的九个阶段	201
二、风险投资的重要出口——二板市场	202
三、国际上主要的二板市场	206
四、中国深圳交易所设立的中、小企业板块	210
第四节 政府与风险投资	211
一、政府的作用	212
二、风险投资与法律制度	214
第五节 中国的风险投资机构	215
一、风险投资在我国的发展现状	215
二、中国风险投资机构概况	217

三、中国风险投资有限公司概况.....	219
参考文献	220
第六章 投资项目评审	221
第一节 项目评审的决策过程	221
一、Fried 和 Hirsch 的“六阶段模式”.....	222
二、连续决策过程模型	224
三、我国的项目评审决策过程.....	230
第二节 项目评审的系统模型	233
一、建立系统模型的方法与原则.....	233
二、基于分割综合法的项目评审决策系统模型	237
三、基于指标因素法的投资项目决策三维系统模型	241
第三节 项目价值评估技术	257
一、一般投资项目价值评估方法.....	258
二、风险投资项目价值评估概述.....	261
三、折现现金流方法及其隐含的假设.....	265
四、曲棍球棒法	268
五、风险投资方法	269
六、第一芝加哥方法	271
七、敏感性分析	272
参考文献	275
第七章 公共投资	277
第一节 公共投资的概念	277
一、公共投资的含义	277
二、公共投资、财政投资与政府投资	280
三、公共投资决策体系	283
第二节 公共投资项目管理	286
一、公共投资项目的投资主体、决策主体和管理主体	287
二、我国公共投资项目概况	287
三、公共投资项目管理方式的改革	291
第三节 公共投资评审	297
一、构建公共投资评审体系的重要性	297
二、公共投资评审体系	298
第四节 公共投资与宏观调控	300
一、公共投资与宏观调控的关系	300
二、公共投资对宏观调控的作用	301
第五节 公共投融资	303
一、公共投融资的几种方式	303
二、发达国家的公共投融资体制	312
三、我国的公共投融资	318

第六节 公共投资案例	319
一、日本和以色列、埃及、土耳其的公共投资	319
二、公共投资的案例	321
参考文献	324

第一章 投资组合理论

金融学需要解决的一个核心问题是：如何把个人和机构所拥有的财富在诸如股票、债券、衍生证券等各种资产中进行最优配置。解决这一问题的理论就是投资组合理论（portfolio theory）。现代投资组合理论的产生以马克维茨（Harry M. Markowitz）于1952年提出的均值-方差投资组合模型为标志。马克维茨提出的均值-方差模型是现代金融学发展过程中一个重要的里程碑，它的出现不仅标志着现代投资组合理论的诞生，而且标志着现代金融学的诞生。

投资组合理论的研究范围很广，涉及证券投资管理的各个环节。限于篇幅，本章只讨论投资组合理论的核心问题——最优投资权重的确定。

本章的内容及结构安排如下：第一节介绍投资组合理论的两种主要分析框架——收益-风险占优的分析框架和期望效用最大化的分析框架，并分析这两种分析框架各自的优劣。第二节介绍最常用的投资组合模型——均值-方差投资组合模型，分析均值-方差模型的理论性质及其存在的缺陷。由于国内外大量的经验分析表明，风险资产的收益率不服从正态分布，而均值-方差模型在非正态分布条件下存在诸多问题，因此需要研究非正态分布条件下的投资组合模型。第三节和第四节分别介绍两个具有代表性的非正态分布条件下的投资组合模型——均值-LPM投资组合模型和均值-尺度参数模型。

第一节 投资组合理论的分析框架

专业的投资管理公司往往要对国内和国际金融市场上种类繁多的不同资产进行投资，投资每一类资产及其子类都需要专门的投资专家。比如，投资债券需要债券投资专家，投资股票需要股票投资专家，而在投资管理中，要同时优化整个公司层面的投资组合是不可能的，对每个资产类别的投资组合的管理需要进行分权。目前，一般将投资决策分为以下三个层次^①：

1) 资本配置决策 (capital allocation decision)。无风险资产和风险资产之间的配置决策。

2) 资产配置决策 (asset allocation decision)。诸如股票、债券等风险资产类别之间的配置决策。

3) 证券选择决策 (security selection decision)。选择有价值的证券并确定所选证券的投资权重。由于本章仅关注权重配置问题，不考虑证券选择问题，因此这里仅考虑证券配置决策 (security allocation decision)。

按照收益率的特性，金融资产可以分为无风险资产和风险资产两大类。无风险资产主要是货币市场工具，尤其是指短期国债，其收益率可以看作是确定性变量。风险资产

^① 有的将资本配置决策和资产配置决策统称为资产配置决策。

包括股票、债券、衍生证券等，其收益率是随机变量。资本配置决策是一种风险资产和一种无风险资产之间的配置决策；资产配置决策和证券选择决策是多个风险资产之间的配置决策。因此，三个层次的权重配置决策其本质上都是相同的——对于选择出来的若干个金融资产，确定它们的最优投资权重。

给定若干个选择出来的有投资价值的金融资产，应该如何确定它们的最优投资权重？目前，存在两种主要的分析框架^①：收益-风险占优的分析框架和期望效用最大化的分析框架^②。

一、收益-风险占优的分析框架

Markowitz (1952, 1959) 认为，在选择最优的投资组合时，所有的投资者都有两个共同的目标——他们希望投资的收益尽可能高，同时希望投资的风险尽可能小。因此，可以用投资组合的收益和风险两个指标来定义有效组合 (efficient portfolio) 和无效组合 (inefficient portfolio)。这就是收益-风险标准 (reward-risk criterion) 或收益-风险占优 (reward-risk dominance)。

考虑单期投资问题。为了对收益-风险占优进行准确的定义，首先需要对所用的变量进行说明。时间跨度为从 $t=0$ 到 $t=1$ 。假设证券市场存在 N 种风险证券，在 $t=0$ 时的价格分别用 P_i 表示，在 $t=1$ 时的支付 (payoff) 分别用 X_i 表示 ($i=1, 2, \dots, N$)，则在从 $t=0$ 到 $t=1$ 这个时期内， N 种风险证券的（总）收益率为 $R_i = X_i/P_i$ ($i=1, 2, \dots, N$)。因为 $t=1$ 时的支付 X_i 是随机的，所以 R_i 也是随机的，记 R_i 的均值为 μ_i ， R_i 的方差为 σ_i^2 。记 $\mathbf{P}=(P_1, P_2, \dots, P_N)^T$ ， $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_N)^T$ ， $\mathbf{R}=(R_1, R_2, \dots, R_N)^T$ ， $\boldsymbol{\mu}=(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)^T$ ， $\boldsymbol{\sigma}^2=(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_N^2)^T$ 。

记 $t=0$ 时的财富为 W_0 ，向量 $\boldsymbol{\omega}=(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N)^T$ 为期初财富 W_0 在 N 种风险证券上的权重分配向量（其中 $\sum_{n=1}^N \omega_n = 1$ ），则 $t=1$ 时的财富 W_1 为

$$W_1 = W_0 \left(\sum_{n=1}^N \omega_n R_n \right) = W_0 (\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{R})$$

投资权重向量为 $\boldsymbol{\omega}$ 的投资组合的收益率为 $R_\omega = \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{R}$ 。因为 \mathbf{R} 是随机向量，所以 R_ω 是一个随机变量。如果除了这 N 种风险证券外，还存在一种无风险证券，其总收益率记为 R_f ，则 $R_\omega = (1 - \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{I}) R_f + \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{R}$ ， \mathbf{I} 表示分量全是 1 的 N 维列向量。

用 $\mu_\omega \equiv \mu(\boldsymbol{\omega})$ 表示投资组合 $\boldsymbol{\omega}$ 的收益，用 $\rho_\omega \equiv \rho(\boldsymbol{\omega})$ 表示投资组合 $\boldsymbol{\omega}$ 的风险，则收益-风险占优定义为：

定义 1.1 x 和 y 分别表示一个投资组合。如果 $\mu_x \geq \mu_y$ 且 $\rho_x \leq \rho_y$ ，则称在收益-风险标准的意义上 x 占优于 y ，记为 $x \succeq_{\mu/\rho} y$ 。如果 $\mu_x \geq \mu_y$ 和 $\rho_x \leq \rho_y$ 这两个不等式中

① 田国强 (2005) 认为，任何一个规范经济理论的分析框架，基本上是由以下五个部分或步骤组成：a. 界定经济环境；b. 设定行为假设；c. 给出制度安排；d. 选择均衡结果；e. 进行评估比较。本书根据行为假设（即投资者的行为方式）的不同对投资组合理论的分析框架进行了分类。收益-风险占优的分析框架是指投资者根据收益-风险占优准则做出投资决策；期望效用最大化的分析框架是指投资者根据期望效用准则做出投资决策。

② 还存在其他的一些分析框架，如随机占优 (stochastic dominance) 和 Roy (1952) 提出的安全第一原则 (safety first) 等，但其影响比不上收益-风险占优和期望效用最大化这两个分析框架。

至少有一个严格成立，则称在收益-风险标准的意义上 x 严格占优于 y ，记为 $x \succ_{\mu/\rho} y$ 。

定义 1.2 如果不存在投资组合严格收益-风险占优于投资组合 ω ，则称投资组合 ω 是收益-风险有效的 (reward-risk efficient)。

容易证明如下的等价关系存在：

$$x \succ_{\mu/\rho} y \Leftrightarrow \mu_x - \lambda \rho_x \geq \mu_y - \lambda \rho_y \quad \forall \lambda > 0$$

根据这个等价关系，以收益-风险占优为标准，可以建立如下的投资组合模型：

$$\max \mu(\omega) - \lambda \rho(\omega) \text{ s.t. } \omega \in D \quad (1.1)$$

式中： D ——可行投资组合的集合。

$\lambda > 0$ 为模型参数，被称为收益和风险之间的权衡系数 (trade-off coefficient)，表示投资者在收益和风险之间的权衡，改变 λ 的值可以得到不同的有效组合。

采用收益-风险占优建立的投资组合模型的常见形式是在风险水平给定的条件下求解收益最大的投资组合，或者在收益水平给定的条件下求解风险最小的投资组合，即

$$\max \mu(\omega) \text{ s.t. } \rho(\omega) = \rho^*, \omega \in D \quad (1.2)$$

$$\min \rho(\omega) \text{ s.t. } \mu(\omega) = \mu^*, \omega \in D \quad (1.3)$$

可以证明，模型 (1.1)、模型 (1.2) 和模型 (1.3) 具有相同的最优解集，因此这三个模型是等价的。在这三种形式的收益-风险型的投资组合模型中，模型 (1.3) 在收益水平给定的条件下求解风险最小的投资组合时，是最常用的。

采用收益-风险占优方法解决投资组合选择问题，使问题得到了很大程度的简化，因为只需要考虑收益和风险两个指标即可。收益-风险分析方法的关键在于如何定义和度量投资组合的收益和风险。由于投资组合 ω 的收益率 R_ω 是一个随机变量，所以一般采用投资组合收益率的数学期望来度量投资组合的收益，因此收益-风险占优也被称为均值-风险占优 (mean-risk dominance)。但是，对于如何度量投资组合的风险这一问题，尚未达成共识，存在着各种各样的风险度量方法。

Markowitz (1952) 用投资组合收益率的方差 (variance) 度量投资组合的风险，建立了如下的均值-方差模型：

$$\min_{\{\omega\}} \omega^T \Omega \omega \quad \text{s.t. } \omega^T \mu = E[R_\omega], \omega^T I = 1 \quad (\text{不存在无风险证券})$$

$$\min_{\{\omega\}} \omega^T \Omega \omega \quad \text{s.t. } (1 - \omega^T I) R_f + \omega^T \mu = E[R_\omega] \quad (\text{存在无风险证券})$$

式中： Ω —— N 种资产收益率的协方差矩阵；

μ —— N 种证券的期望收益率向量；

$E[R_\omega]$ ——给定的期望收益水平。

但是，用方差度量投资组合的风险存在一个重要问题：方差是一种对称的度量，即对偏离均值的正离差和负离差同等对待，这是不合理的。因为对于投资者来说，收益率高于期望收益率并不算是风险，仅当收益率低于期望收益率时才会造成损失，才有风险，即投资者最关心的是下方风险 (downside risk)。针对这个问题，Markowitz (1959) 提出用半方差 (semivariance) 来度量投资组合的风险，并具体提出了两种半方差度量方式，分别是均值半方差 (below-mean semivariance) SV_m 和目标半方差 (below-target semivariance) SV_t 为

$$SV_m = E[\max(0, E - \omega^T R)]^2, \quad SV_T = E[\max(0, T - \omega^T R)]^2$$

式中: E ——投资组合收益率的均值;

T ——目标收益率 (target rate of return)。

以半方差为风险度量可以建立均值-半方差投资组合模型。

Bawa (1975) 和 Fishburn (1977) 将半方差的思想进一步推广, 提出了风险度量 LPM (lower partial moments)。LPM 定义如下:

$$LPM_\omega(n, T) = \int_{-\infty}^T (T - R_\omega)^n dF(R_\omega)$$

式中: n ——LPM 的阶数 (不必一定为整数);

T ——目标收益率;

$F(\cdot)$ ——投资组合收益率 R_ω 的分布函数。

在此基础上建立的均值-LPM 模型可表示为

$$\min_{\{\omega\}} LPM_\omega(n, T) \quad \text{s.t. } \omega^T \mu = E[R_\omega], \omega^T I = 1 \quad (\text{不存在无风险证券})$$

$$\min_{\{\omega\}} LPM_\omega(n, T) \quad \text{s.t. } (1 - \omega^T I)R_f + \omega^T \mu = E[R_\omega] \quad (\text{存在无风险证券})$$

除了上面介绍的以外, Konno 和 Yamazaki (1991) 提出用收益率的绝对离差 (absolute deviation) 来度量投资组合的风险。投资组合收益率 R_ω 的绝对离差定义为 $E|R_\omega - E[R_\omega]|$ 。在此基础上建立的均值-绝对离差模型可以表示为

$$\min_{\{\omega\}} E|\omega^T R - \omega^T \mu| \quad \text{s.t. } \omega^T \mu = E[R_\omega], \omega^T I = 1 \quad (\text{不存在无风险证券})$$

$$\min_{\{\omega\}} E|\omega^T R - \omega^T \mu| \quad \text{s.t. } (1 - \omega^T I)R_f + \omega^T \mu = E[R_\omega] \quad (\text{存在无风险证券})$$

徐绪松、杨小青和陈彦斌 (2002) 综合半方差向下风险概念的优点和绝对离差一阶矩存在的优点, 提出了半绝对离差。半绝对离差这一风险度量工具仅考虑收益率中低于期望收益率的部分, 以一次形式表示, 含义直观且便于计算, 用符号表示为

$$|R_i - \mu_i|_- = \begin{cases} 0, & R_i \geq \mu_i \\ \mu_i - R_i, & R_i < \mu_i \end{cases}$$

式中: μ_i ——第 i 种证券的期望收益率。

用半绝对离差度量投资组合的风险, 可以得到如下的均值-半绝对离差投资组合模型:

$$\min_{\{\omega\}} E|\omega^T R - \omega^T \mu|_- \quad \text{s.t. } \omega^T \mu = E[R_\omega], \omega^T I = 1 \quad (\text{不存在无风险证券})$$

$$\min_{\{\omega\}} E|\omega^T R - \omega^T \mu|_- \quad \text{s.t. } (1 - \omega^T I)R_f + \omega^T \mu = E[R_\omega] \quad (\text{存在无风险证券})$$

总之, 采用收益-风险占优的分析框架研究投资组合理论的关键问题是如何有效地度量风险, 如何将静态的收益-风险型投资组合模型推广到动态情形以及投资组合模型的优化算法。朱书尚、李端、周讯宇和汪寿阳 (2004) 对收益-风险占优分析框架下的投资组合理论研究进行了比较全面的综述。

二、期望效用最大化的分析框架

在经济分析中, 个人或厂商进行决策的依据是效用最大化或期望效用最大化。现实

的生活往往具有不确定性或随机性，金融市场尤其如此。因此，可以用期望效用准则来解决投资组合决策问题。

考虑如下的单期消费-投资决策问题。消费者的偏好用效用函数 $u(c_0, c_1)$ 表示，其中 c_0 表示 $t=0$ 时的消费， c_1 表示 $t=1$ 时的消费。 $t=0$ 时消费者拥有的财富量记为 W_0 。消费者需要在 $t=0$ 时进行消费-投资决策：选择 c_0 和购买投资组合 $\mathbf{h}=(h_1, h_2, \dots, h_N)^\top$ (h_i 表示第 i 种证券的持有量， $i=1, 2, \dots, N$)，使期望效用 $Eu(c_0, c_1)$ 最大化。这个消费-投资决策问题可以表示为

$$\max Eu(c_0, c_1) \text{ s.t. } c_0 = W_0 - \mathbf{h}^\top \mathbf{P}, c_1 = \mathbf{h}^\top \mathbf{X}$$

对上述问题进行如下简化：假设消费者在做出消费决策之后再对剩余的财富进行投资，那么 $t=0$ 时的消费 c_0 不进入消费函数，则消费者的效用函数为 $u(c_1)$ 。由于消费者必将在 $t=1$ 时消费完所有的财富，即 $c_1 = W_1$ ，所以只有期终财富进入效用函数，因此上述的消费-投资决策问题转化为如下的投资组合选择问题：

$$\max_{\{\mathbf{h}\}} Eu(W_1) \text{ s.t. } W_0 = \mathbf{h}^\top \mathbf{P}, W_1 = \mathbf{h}^\top \mathbf{X}$$

或

$$\max_{\{\boldsymbol{\omega}\}} Eu(W_0(\boldsymbol{\omega}^\top \mathbf{R})) \text{ s.t. } \boldsymbol{\omega}^\top \mathbf{I} = 1$$

为了求解这个优化问题，需要知道效用函数的具体形式和风险资产收益率的概率分布。

在讨论效用函数的具体形式之前，首先需要讨论用于经济分析的效用函数应该满足哪些性质，或者说对效用函数的一些基本假设。效用函数应该满足的经济学性质包括如下四个：

- 1) 消费者是永不满足的。消费的越多，效用也越大，即 $u(\cdot)$ 是递增函数， $u'(\cdot) \geq 0$ 。
- 2) 消费者是风险厌恶的。如果一个消费者不愿意接受一场公平的赌博，或者对公平赌博无所谓，则称他是风险厌恶的。风险厌恶与凹的效用函数之间是等价的，即风险厌恶要求 $u''(\cdot) \leq 0$ 。
- 3) 递减的绝对风险厌恶系数 (coefficient of absolute risk aversion, ARA)。随着财富的增加，消费者投资于风险证券的绝对财富量也会增加。绝对风险厌恶系数定义为 $ARA(W) = -\frac{u''(W)}{u'(W)}$ ，绝对风险厌恶系数递减要求 $\frac{d ARA(W)}{d W} \leq 0$ 。
- 4) 常数相对风险厌恶系数 (coefficient of relative risk aversion, RRA)。消费者投资于风险证券的财富量在他所拥有的财富中所占的比例不随财富的变化而变化。相对风险厌恶系数定义为 $RRA(W) = -\frac{W u''(W)}{u'(W)}$ ，常数相对风险厌恶系数要求 $\frac{d RRA(W)}{d W} = 0$ ^①。

在经济分析中，常用的且满足上述四个性质的效用函数是幂效用函数，即

① 在单期消费-投资问题中，消费者在期末消费他所有的财富，定义在消费之上的效用函数等价于定义在财富之上的效用函数。因此，绝对风险厌恶系数和相对风险厌恶系数定义在财富之上。但是，在多期消费-投资问题中，效用函数只能定义在消费之上，从而绝对风险厌恶系数和相对风险厌恶系数也定义在消费之上。