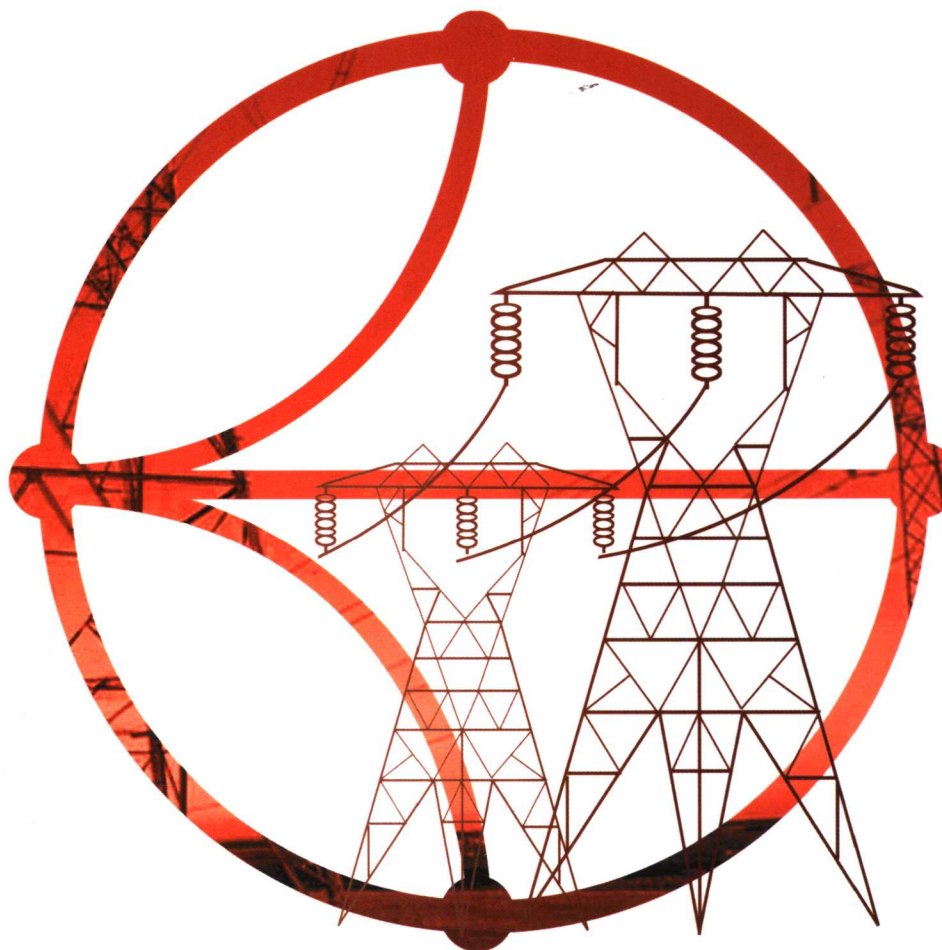


电力网络解析论

郭志忠 编著



科学出版社

www.sciencep.com

内 容 简 介

本书主要包括电力网络基本理论、基本方法和基本应用。重视基础理论,强调数学提炼,突出主要应用是本书特色。

基础理论部分讨论网络模型和网络性质,包括图论基础、拓扑矩阵、网络方程、状态方程、特勒根定理和对偶网络等内容。基本方法部分讨论网络计算与变换,包括大型网络的数值计算方法、稀疏技术、网络分裂法、变动网络的计算、网络等值、端口网络和交流电网的相序变换等内容。基本应用部分围绕电力网络最重要的计算问题展开,包括故障计算、潮流计算、网络灵敏度 and 网络的时间导数等内容。

本书是电气工程专业的研究生教材,也可供有关电力网络分析与计算方面科研人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

电力网络解析论 / 郭志忠编著. —北京:科学出版社,2008

ISBN 978-7-03-020437-0

I. 电… II. 郭… III. 电力网络分析 IV. TM711

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 027377 号

★ 责任编辑:马长芳 康高健 / 责任校对:刘小梅

责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

• *

2008 年 5 月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)

2008 年 5 月第一次印刷 印张: 28 1/2

印数: 1—3 000 字数: 540 000

定价: 46.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换<明辉>)

序

电网络理论是电力类学科的研究生学位课程,但长期以来缺乏有关其内容的合适教材。一般性的电网络理论书籍强电特色不鲜明,甚至不能涵盖电力网络的基础内容;电力系统分析计算方面的书籍则更专业化,作为基础课程教材也不合适。电力类学科的研究生教学迫切需要一本以电力系统为背景的电网络理论教材。郭志忠教授编著的这本《电力网络解析论》,弥补了此缺憾。

随着电力系统的不断发展和计算机技术在电力系统计算与分析中的广泛应用,电力网络理论得到了很大的发展。从分散于学术著作和学术论文的大量研究成果中总结提炼出基础理论并编撰成书,是一项艰巨的文字工程,作者高质量地完成了此项工程。不难想像,为了本书的出版,作者一定花费了许多心血。

本书是关于电力网络基础理论的书籍。在基本理论方面,从拓扑秩序、物理秩序和数学方法等角度入手,系统论述了网络方程的建立和网络特性等问题;在基本方法方面,系统讨论了大型网络各种基本的计算方法;在基本应用方面,系统讲授了短路电流、电网潮流和暂态稳定等电力系统基本问题的网络计算模型与方法。如此,基本理论、基本方法和基本应用三者相互衔接,共同构成了电力网络理论的完整体系。

本书重视数学对于电网络理论的关键作用,并且认为许多网络理论方法可以提炼为一般性的数学方法,而且同样可以计算和分析其他物理系统问题。倡导由数学方法到电网络理论、由电网络理论到数学方法的两种思考路线,旗帜鲜明地加强数学的应用与提炼是本书的重要特色。这对提升研究生运用数学知识解决实际问题的能力,对培养研究生的逻辑思维能力都有重要意义,我对此表示赞赏。

本书不仅概括了现代电力网络理论的基本内容和新进展,同时也涵盖了作者多年来的许多科研成果和教学体会,无论是基本理论、基本方法,还是基本应用。如了解了作者在电力网络理论方面的研究和教学经历,就会有很深的感受,也就会理解这部书籍的写作动机。

本书层次明晰、重点突出,文字简练、语言流畅,读后印象深刻。如此,这都缘于作者具有很好的文字功底,具有坚实宽广的基础理论和系统深入的专业知识。

郭志忠教授是哈尔滨工业大学电力系统学科的学术带头人,在电力系统及其自动化领域很有造诣,他的科学研究工作涉猎广泛。他不仅对电力网络理论有深入的研究和理解,而且在电力光学传感技术、电力系统动态分析、电力系统稳态分析,以及电力系统自动化和信息化等方面都有很好的建树。郭志忠教授先后开设

过不同类型和内容的许多课程。他教学水平高,强调理论联系实际,善于将宏观与具体相结合,语言生动形象,板书富于艺术性,很好地调动了学生的积极性。他对科学技术事业的追求,对教学工作的热爱,深深地感染了学生。学生普遍反映听他的课是一种享受,做人、做事和做学问要以郭老师为榜样。

20 世纪 80 年代中期,在郭志忠教授攻读博士学位的时候,我们就开始了来往。我并没有直接带过他,他却一直把我当作他的导师之一,我很喜欢他,也就视他为自己的学生了。由于志同道合,谈话投机,相处融洽,研究工作又有重叠的部分,于是我们从 2000 年开始,一直在一起从事相关的科学研究工作,共同讲授博士生课程。在他的《电力网络解析论》即将出版之际,我愿分享他的快乐。以上文字是我的感言,也是我的祝贺。

希望有关高等学校采用此书为电力类研究生教材。我也相信此书一定会受到普遍的欢迎。

杨以涵

2008 年 5 月 3 日 北京·小营

前 言

本书的网络特指电网络,与互联网无关。

电气工程与电子工程是关于电的两个一级学科,网络理论为这两个学科的基础。电气工程之“电”是能源或动力,俗称强电;电子工程之“电”是信号或控制,俗称弱电。强、弱之别导致了两个学科在网络的基础理论、基本对象和基本方法的需求方面存在着比较明显的差异。

网络理论是电力类研究生的学位课程,但少有合适的教材。已有的网络理论书籍的强电特色较弱化,不能系统论述电力网络的基础理论知识;已有的电力网络方面的书籍则更专业化,对基础理论的内容涉及不多。

本书的第一个写作动机是提供一部以电力网络为背景的网络基础理论、基本方法和基本应用的教学和科研用书。

网络理论有三个基石:拓扑秩序、物理秩序和数学方法。根据拓扑秩序和物理秩序形成网络方程后,数学方法实质性地扮演着主要的角色。网络理论的许多方法可以提炼为一般性的数学方法,进而可以解决其他物理系统的问题。重视网络理论的数学背景,强调网络理论与数学的关系是本书的第二个写作动机。

在快速发展的计算机技术推动下,电力网络在理论、方法和应用三方面都取得了十分明显的进展。将研究成果系统整理为基础理论读本是一件很有意义的事情。本书包含了作者在电力网络方面的一些基础性研究成果和在基础理论方面的一些体会。希望这些成果和体会能对读者有所帮助,也希望能得到读者的指正。这是本书的第三个写作动机。

稳态电力网络的模型与方法应用最广泛。电力系统存在大量的稳态网络问题,并且各种机电动态问题也都使用稳态网络模型。稳态电力网络是本书的主要内容,包括基础理论、基本方法和基本应用。本书不涉及网络优化和控制方面的内容。

全书共 21 章,包括基础理论、基本方法和基本应用三部分,各 7 章。

(1) 基础理论部分讨论网络的基本方程和基本性质。

网络抽象为图后,与物理背景和具体数值没有了关系。图论描述网络单元间的基本关系和基本规律。支路承载流动,连接单元(节点或者割集,网孔或者回路)组织流动。拓扑矩阵是网络单元相互关系的数学模型。环和运算是拓扑矩阵的一种基本运算手段。

支路方程描述支路的物理秩序。拓扑矩阵将支路方程汇聚于节点(割集)或回路(网孔),两个基尔霍夫定律表达了在节点(割集)或回路(网孔)处遵循的网络等

量关系,由此网络方程诞生。

也许特勒根定理的价值不是使用,而是深化对网络理论的理解。特勒根定理以同形图为基础,同形是拓扑性质,因此特勒根定理表达网络的拓扑性质。特勒根定理属于电网络,但它揭示的性质同样适合线性方程组,这就是广义特勒根定理要讨论的内容。

网络的对偶现象随处可见,对偶网络以相同的数学抽象为基础。

(2) 基本方法包括网络方程计算与变换方面的内容。

计算机为解决大型网络问题提供了强有力的手段。计算大型网络是现代网络理论的重要特色,通则是数值方法。

线性网络计算具有基础意义,不仅存在大量的线性网络问题,而且非线性网络的数值计算也需要采用逐次线性化的计算模式。

与其他大型系统一样,稀疏技术是计算大型网络的基本手段。对线性方程的计算而言,稀疏技术包括稀疏矩阵存储技术、稀疏矩阵计算技术、稀疏向量计算技术和优化编号技术。稀疏技术是大型网络计算与分析者必备的基本功。

网络结构、参数或者电源的变化将引起网络电气状态的变化。补偿原理是计算变动网络的基本方法。事实上,补偿原理也是处理变动线性方程组计算问题的一般性方法。

在分割的基础上,网络分裂法将所有子网络的孤立解组合成网络的整体解。网络分裂法不因分裂而结果近似。矩阵补偿分裂法和矩阵分块分裂法是两种数学分裂法,不同形式的网络分裂法是这两种数学分裂法的网络应用。

网络等值可以大幅度降低计算规模。网络等值的数学本质是高斯消去法,无论表现形式如何。对于功率源网络,Ward等值和REI等值是两种基本等值方法。稳态线性网络的等值可以准确;无论何种方法,功率源网络的等值都具有近似性。

端口是网络对外的一种接口形式,端口方程将网络特性集中在端口状态上。端口网络是处理网络连接的基本途径之一,也是计算电网不对称故障常用的基本方法。

交流电网的相间耦合对网络计算效率不利。在相阻抗矩阵抽象为循环矩阵或者对称循环矩阵后,特征值和特征向量的方法将相分量变换为解耦的序分量。相序变换的基本定理表明,循环矩阵只有对称分量变换一种方法;而对称循环矩阵则存在无穷多的变换方法。

(3) 无论形式如何,包含网络方程的电力系统分析问题都要计算网络。在基本应用方面围绕电力网络最基本的三种计算展开:故障计算、潮流计算和暂态稳定计算。篇幅所限不能枚举繁杂的电网络理论应用问题。

对称网络之对称故障计算的方法等同单相网络。对称网络的不对称故障可以采用对称分量法等序分量方法,而不对称网络的故障计算只能采用相分量法,没有

其他选择。

Newton 法潮流和 PQ 分解法是潮流计算的两种主流方法,这两种方法存在血缘关系;PQ 分解法潮流由 Newton 法潮流演化得到。

单向流动是辐射网络的重要特点,由此可形成具有辐射网络特点的计算方法。以辐射网络计算为基础,补偿方式是计算少环网络的一种有效方法。

网络方程的灵敏度是其解对网络参数变化和电源变化的敏感程度,是偏导数计算问题。从数学方程组角度看,网络方程灵敏度计算的实质是系数矩阵的全部或者部分求逆。

对线性网络和功率源网络,如果已知节点注入的时间函数,那么电流和电压的任意阶次导数就具有二项式递推规律,可以利用不变的网络方程系数矩阵由低阶到高阶顺次求出所有导数。利用任意阶次导数的二项式递推规律,可以形成快速的暂态稳定计算方法。

本书是电力系统及其自动化二级学科或者电气工程一级学科的研究生专业基础课教材,也可以作为电气工程学科的教学和科研参考用书。为了使读者更容易理解和掌握基本概念和基本方法,本书设置的例题尽量简单化。

书中定有谬误,望读者斧正。

作者跟随哈尔滨工业大学柳焯教授 20 余年,受益颇多。他鼓励作者写作本书,并在出版之前仔细审阅了书稿并提出了宝贵意见,感谢柳先生。

20 多年来,华北电力大学杨以涵教授一直关心作者,给予了许多指导和帮助。他在认真审读的基础上,专门为本书写了序,感谢杨先生。

刘伟、蔡中勤博士和徐英、苗峰显博士研究生计算了部分例题并帮助校对了文字错误,感谢诸君。

作 者

2007 年 4 月 16 日

目 录

序

前言

第 1 章 图论基础	1
1.1 引言	1
1.2 基本定义	2
1.3 树的定理	9
1.4 平面图.....	10
1.5 环和运算.....	13
1.6 对偶图.....	18
1.7 小结.....	26
第 2 章 拓扑矩阵	27
2.1 引言.....	27
2.2 关联矩阵.....	28
2.3 回路矩阵.....	32
2.4 割集矩阵.....	36
2.5 矩阵关系.....	38
2.6 连接矩阵.....	47
2.7 树与拓扑矩阵.....	49
2.8 小结.....	53
第 3 章 环和运算	55
3.1 引言.....	55
3.2 环和运算的规则.....	55
3.3 无向环和运算.....	58
3.4 有向环和运算.....	64
3.5 小结.....	71
第 4 章 网络方程	72
4.1 基尔霍夫定律.....	72
4.2 双端元件.....	74
4.3 变压器等值电路.....	76
4.4 支路方程.....	79

4.5	转换方程	89
4.6	网络方程	91
4.7	稳态网络方程	101
4.8	小结	105
第5章	状态方程	107
5.1	引言	107
5.2	基本概念	107
5.3	复杂度和正常树	108
5.4	状态方程	110
5.5	小结	117
第6章	特勒根定理	118
6.1	引言	118
6.2	特勒根定理	119
6.3	交互互易定理	122
6.4	互易定理	125
6.5	矩阵的信号流图	128
6.6	矩阵的 LD_bR 分解	130
6.7	代数方程组的支路流定理	131
6.8	广义特勒根定理	133
6.9	小结	138
第7章	对偶网络	140
7.1	引言	140
7.2	拓扑对偶	140
7.3	对偶支路	142
7.4	对偶网络	144
7.5	小结	148
第8章	线性网络计算	149
8.1	引言	149
8.2	线性方程组计算	150
8.3	复数的实数运算	161
8.4	相量网络方程的实数表达	165
8.5	网络的重载计算	170
8.6	小结	174
第9章	稀疏技术	176
9.1	引言	176

9.2	稀疏矩阵存储技术	177
9.3	对角元素不稀疏的稀疏矩阵存储	181
9.4	三角分解技术	184
9.5	稀疏矩阵方程的计算	195
9.6	稀疏向量技术	197
9.7	网络演化	205
9.8	节点编号技术	213
9.9	小结	218
第 10 章	变动网络	220
10.1	引言	220
10.2	叠加原理	221
10.3	节点导纳变动矩阵	222
10.4	参数变动定理	224
10.5	补偿原理	229
10.6	补偿原理与短路电流计算	236
10.7	补偿原理与稀疏向量技术	240
10.8	小结	241
第 11 章	分裂法	242
11.1	引言	242
11.2	矩阵补偿分裂法	243
11.3	矩阵补偿分裂法的网络应用	246
11.4	矩阵分块分裂法	252
11.5	矩阵分块分裂法的网络应用	255
11.6	小结	260
第 12 章	网络等值	262
12.1	引言	262
12.2	网络等值的概念	262
12.3	线性等值网络	265
12.4	Ward 等值网络	272
12.5	REI 等值网络	275
12.6	小结	279
第 13 章	端口网络	280
13.1	引言	280
13.2	端口方程	280
13.3	端口矩阵	283

13.4	端口方程的形成	286
13.5	端口网络的互联	291
13.6	小结	297
第 14 章	相序变换	298
14.1	引言	298
14.2	矩阵与方程组的对角化	298
14.3	循环矩阵与对称循环矩阵的基本定理	299
14.4	相序变换	302
14.5	相分量方法	308
14.6	小结	309
第 15 章	相分量法故障计算	311
15.1	引言	311
15.2	单相网络故障计算	312
15.3	三相网络的对称故障计算	317
15.4	三相网络的不对称故障计算	319
15.5	小结	326
第 16 章	对称分量法故障计算	327
16.1	引言	327
16.2	对称分量变换	327
16.3	边界条件	331
16.4	简单故障计算	336
16.5	复杂故障计算	341
16.6	小结	345
第 17 章	功率源网络	346
17.1	引言	346
17.2	基准节点	346
17.3	非线性方程组的数值计算	348
17.4	功率源网络的模型	353
17.5	功率源网络的计算	355
17.6	小结	362
第 18 章	潮流计算	363
18.1	引言	363
18.2	潮流模型	364
18.3	Newton 法潮流	367
18.4	PQ 分解法潮流	374

18.5	直流法潮流	379
18.6	功率平衡	380
18.7	负荷电压静特性	382
18.8	动态潮流	382
18.9	参考节点、基准节点和平衡节点	384
18.10	小结	384
第 19 章	辐射网与少环网	386
19.1	引言	386
19.2	辐射网络的概念	387
19.3	辐射网络的前推回代法	387
19.4	辐射网络潮流的 Newton 法	391
19.5	少环网络的补偿计算	394
19.6	小结	399
第 20 章	网络灵敏度	401
20.1	引言	401
20.2	矩阵的逆运算	401
20.3	代数方程组的灵敏度	404
20.4	线性网络的灵敏度	407
20.5	功率源网络的灵敏度	413
20.6	网络函数的灵敏度	416
20.7	小结	417
第 21 章	时间导数	418
21.1	引言	418
21.2	二项式导数公式	418
21.3	节点导数方程	420
21.4	发电机模型	422
21.5	网络模型	425
21.6	泰勒级数法暂态稳定计算(双轴模型)	428
21.7	泰勒级数法暂态稳定计算(经典模型)	432
21.8	能量函数及其导数	434
21.9	小结	436
参考文献		438
后记 对称的电网络		441

第1章 图论基础

1.1 引言

图论的起源可追溯到18世纪。当时欧洲的东普鲁士有个城市叫哥尼斯堡(Königsberg)。哥尼斯堡有条河,河中有两个岛,七座桥将河的两岸和两个岛屿连接了起来,如图1-1(a)所示。著名的哥尼斯堡七桥问题是:如果每桥经过且只经过一次,能否从任意陆地出发走遍七桥?若将陆地看作点,桥看作线段,哥尼斯堡七桥问题就是点、线段以及相互关系的图论问题,如图1-1(b)所示。

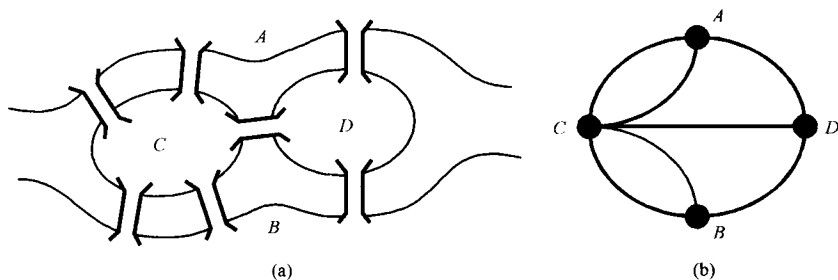


图 1-1 哥尼斯堡七桥问题

1736年欧拉(E. Euler)撰文论述哥尼斯堡七桥问题无解,开创了采用图论方法解决两元问题的先河。

图(graph)一词1878年首次出现于科学论文^①,比欧拉的论文晚142年;第一部图论的著作出现在1936年^②,比欧拉的论文晚了整200年。

网络是承载和组织流动的系统。网络可以表示为图,图论是网络理论的基础,网络的研究成果在很大程度上促进了图论的发展。

凡是能够抽象为点、线段及其二元关系的系统都可以表达为图,即任何二元关系都可以用点、线段及其相互关系表达。比如四色问题^③:四种颜色足以使地图上

① J. Sylvester 在英国《自然》杂志上发表的论文首次使用了图的名词。

② 匈牙利数学家 O. König 的著作《有限图与无限图的理论》。

③ 四色问题曾是世界著名难题,由英国人 F. Guthrie 于1852年提出。1976年美国的 K. Appel 等在计算机上花费了1200小时证明了四色问题,由此诞生了四色定理。

任何相邻国家的颜色不同。如果国家用点表示,相邻关系用线段表示(相邻国家用线段连接起来),那么四色问题就是图论问题。图论的方法形象直观,应用领域广泛,在计算机科学、理论物理学、统计力学、有机化学、生物学、心理学、经济学和管理学等领域都有图论应用的例证。

拓扑学(Topology)是连续的几何学。在一对一可逆的连续变化条件下,拓扑学是关于不变的图形性质和图形连续变换方法的学问。图形在连续变换后保持不变的性质叫拓扑性质,拓扑性质是图论的重要内容。

图论历史悠久,内容丰富。本章着眼拓扑性质,聚焦与电网络有关的图论基础知识。

1.2 基本定义

定义 1-1 顶点、边和图:图 $G(\text{graph})$ 是集合 $V = \{v_i\}$ 与 V 之无序元素对 $e_k = \{v_i, v_j\}$ 的集合 $E = \{e_k\}$ 构成的二元组 (V, E) , 即

$$G = G(V, E)$$

其中, V 中的元素 v_i 叫顶点(vertex); E 中的元素 e_k 叫边(edge)。

图的组成元素简称为图元。边和顶点是最基本的图元。通俗而言,边即线段,线段的两个端点是顶点。

一个物理系统抽象为图后,物理元件将以边的形式出现,因此边是实体图元;顶点的作用是将边连接成图,所以顶点是连接图元。

顶点集合 V 和边集合 E 都是有限集合的图是有限图,顶点集合 V 和边集合 E 中有无限集合的图是无限图。本书讨论有限图。

边构成的连续通路叫路径(path)。

自环(self loop)是仅有一条边的闭合路径。如果不特别声明,本书之图不考虑自环。

若两条边的两个顶点分别相同,那么这两条边叫并联边。

没有并联边和自环的图叫简单图。

边与其两端之顶点相互关联。一个边关联的两个顶点相互邻接,具有共同顶点的边也相互邻接,前者是顶点邻接,后者是边邻接。

定义 1-2 关联集合:顶点关联的全部边构成该顶点的关联集合(incidence set)。

图 1-2(a)由顶点集合 $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ 和边集合 $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$ 组成。边 e_8 的两个端点都是顶点 v_4 , 是自环。边 e_5 和 e_7 的两个顶点分别相同, 是并联边。边集合 $\{e_1, e_2, e_3\}$ 是顶点 v_1 的关联集合; 顶点 v_3 和 v_4 通过边 e_6 邻接; 边 e_6 和 e_2 通过顶点 v_3 邻接。图 1-2(b)没有自环和并联边, 是一个简单图。

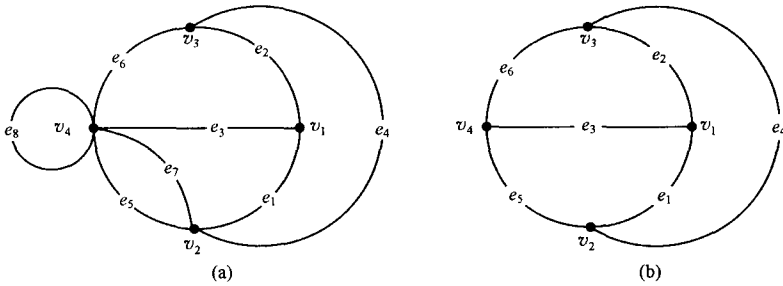


图 1-2 图的概念

定义 1-3 连通图和非连通图:任意两个顶点间都存在路径的图 G 为连通图 (connected graph), 否则是非连通图 (unconnected graph)。

没有关联边的顶点是孤立顶点。连通图不可能有孤立顶点, 非连通图可以包含孤立顶点。

连通图是非连通图的基础, 因为非连通图是若干连通图的合成。

图 1-3(a) 是连通图。图 1-3(b) 由分离的三部分组成, 是包含孤立顶点的非连通图。

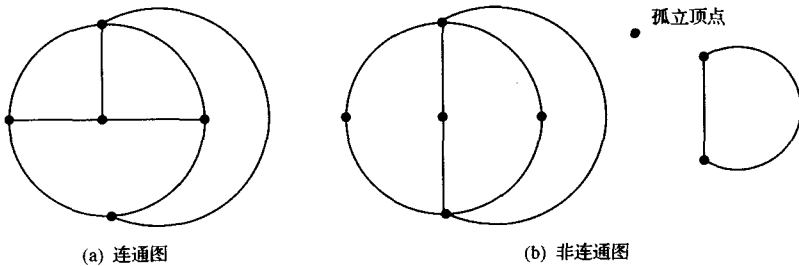


图 1-3 连通图和非连通图

连通与非连通仅有图论意义。电网络存在图不连通而物理作用连通的情况, 如图 1-4 所示的互感电路。

定义 1-4 子图和补图: 对于图 G , 如果

- (1) 图 G_i 的边集合是 G 边集合的子集,
- (2) 图 G_i 的顶点集合是 G 顶点集合的子集,

那么图 G_i 是图 G 的子图 (subgraph)。在图 G 中而不在子图 G_i 中的边集合和顶点集合构成子图 G_i 的补图 G'_i (complement of a subgraph), 并且

- (1) 不包含图 G 所有边的子图 G_i 叫真子图 (proper subgraph);
- (2) 包含图 G 所有顶点的子图 G_i 叫生成子图 (spanning subgraph)。

子图和补图互换等价: 如果图 G_i 是 G 的子图, 图 G'_i 是 G_i 的补图, 那么 G'_i 是

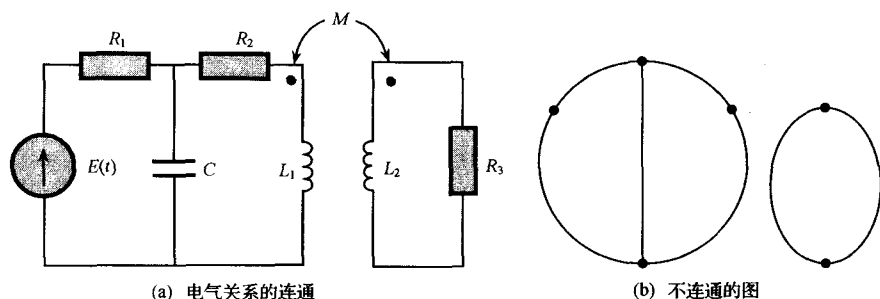


图 1-4 一个互感电路及其图

G 的子图, G_i 是 G'_i 的补图。

在连通图中没有孤立顶点, 顶点总是依附于边。若连通图的一条边属于某个子图(或补图), 那么依附这条边的顶点也属于这个子图(或补图)。因此, 连通图子图和补图可以只用边集合定义而不考虑顶点, 即

(1) 如果图 G_i 的边集合是连通图 G 边集合的子集, 那么图 G_i 是连通图 G 的子图;

(2) 在连通图 G 中而不在其子图 G_i 中的边集合构成子图 G_i 的补图 G'_i 。

连通图子图和补图可能不再是连通图。

如果 G_i 是连通图 G 的子图但非真子图, 意味着 G_i 包含了连通图 G 的所有边, 因此 $G_i = G$, 此时的补图 G'_i 没有图元, 叫空图(null graph)。

图 1-5(b) 是图 1-5(a) 之连通图 G 的一个子图 G_1 , 由于子图 G_1 包含了图 G 的全部顶点, 因此是个生成子图; 图 1-5(c) 是子图 G_1 的补图 G'_1 。也可以将 G'_1 看作是 G 的子图, 而将 G_1 看作是 G'_1 的补图。

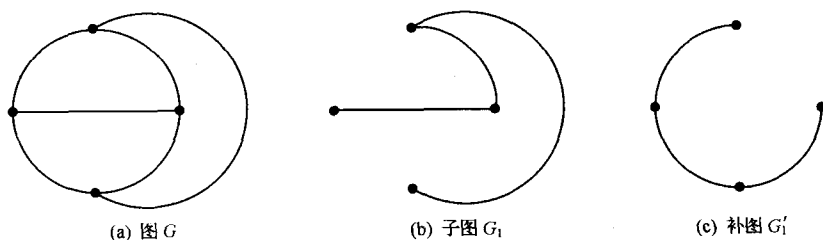


图 1-5 子图和补图

定义 1-5 顶点的度: 一个顶点关联边的数量是该顶点的度(degree of a vertex)。

显然, 度为零的顶点是孤立顶点。

所有顶点之间都有边连接的图 G 叫完备图(complete graph)。 v 个顶点的完备

图,每个顶点的度都等于 $v-1$ 。

图 1-5(a) 的连通图 G 是完备图,每个顶点的度都是 $4-1=3$ 。

定义 1-6 割点、可分图和不可分图:如果移去某个顶点后连通图 G 不再连通,那么这个顶点叫连通图 G 的割点(cut vertex)。存在割点的连通图是可分图(separable graph),不存在割点的连通图 G 是不可分图(nonseparable graph)。

图 1-6(a) 的连通图 G 的顶点 v_a 是割点,它被移去后图 G 不再连通,如图 1-6(b) 所示。顶点 v_b 不是割点,因为移去它后图 G 仍然连通。

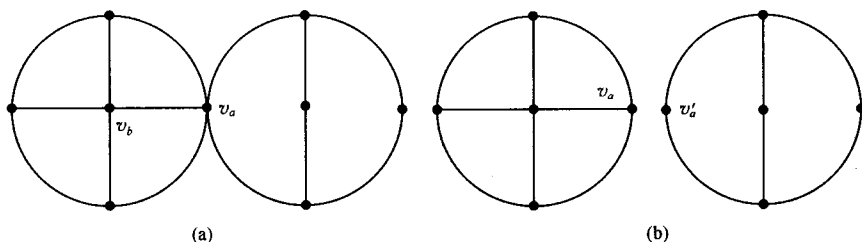


图 1-6 割点与可分图

定义 1-7 有向图和无向图:赋予了方向的边叫有向边;有向边构成有向图(oriented graph),不存在有向边的图是无向图(nonoriented graph)。

有向图与唯一的无向图相伴,反之不然。因为将有向图边的方向省去后可得到唯一确定的无向图,但给无向边赋予方向却有两种选择——方向相反的两种选择。

比如,图 1-7(b) 中两个不同的有向图去掉方向后都可以得到最左边的无向图;反过来,图 1-7(a) 中的无向图却可以与许多不同的有向图对应。

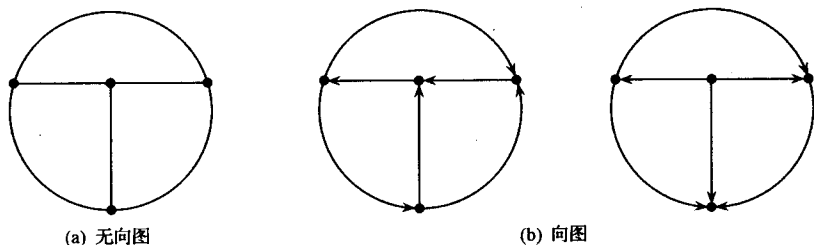


图 1-7 有向图与无向图

定义 1-8 回路:边组成的闭合路径叫回路(circuit 或者 loop)。

显然,只有一条边的回路是自环。

无向图的回路没有方向,叫无向回路;有向图的回路存在方向,叫有向回路。有向回路中的边可以与回路同方向,也可以与回路反方向。

不考虑非回路之边,回路中任何顶点的度都是 2。

除非连通图 G 很简单,否则存在许多回路。图 1-8 是个完备图,这个简单的图