

西方数学文化理念传播译丛

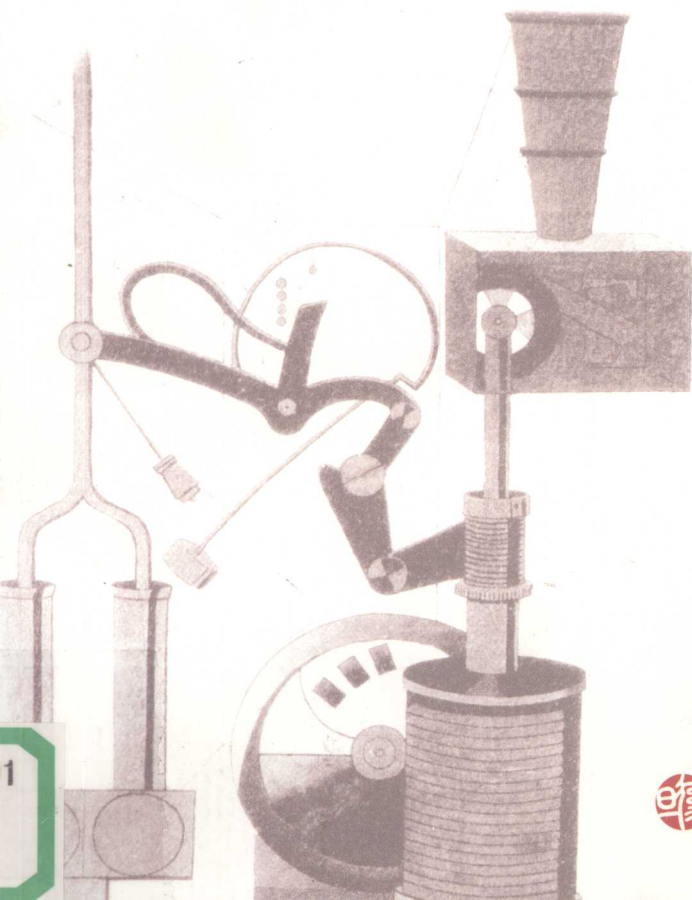
丛书主编 汪宇

The History of the Calculus and Its Conceptual Development

微积分概念发展史

〔美〕卡尔·B·波耶 著

唐生 译



复旦大学出版社

www.fudanpress.com.cn

The History of the Calculus and Its Conceptual Development

微积分和数学分析是人类智力的伟大成就之一，其地位介于自然和人文科学之间，成为高等教育成果硕然的中介。不幸的是，有时候教师采用机械的方法教授微积分，不能展现其作为生动智力斗争的成果所具有的魅力。这种延续了2500多年的智力斗争的历史，深深扎根于人类奋斗的许多方面，并且，只要人们像了解大自然那样去努力认识自己，它就还会继续发展下去。教师、学生和学者若想真正理解数学的力量和表现，就必须从历史的角度来理解这一领域发展至今的现状，以广阔的视野看待数学。事实上，反对科学教学中的教条主义的呼声渐高，已经激起人们对科学史越来越浓厚的兴趣……在追溯一般科学特别是数学科学的发展轨迹方面，已经取得很大进步。

■ R·柯朗

学术圈中正有越来越多的人意识到，需要以广阔的视野看待科学和数学。尽管已在技术上取得了卓越成就，人们却更深刻地认同这一事实：科学不仅是一种生活方式，也是一种心智习惯；数学不仅是众多算法的集合，也是文化的一个方面。它们的历史不能代替实验室的工作或者技术训练，但却能够有效地弥补人文科学与自然科学之间常常缺乏相互理解的遗憾。也许更重要的是，数学和科学史能够在各个领域的专业人员中，培养一种与其专业有关的均衡感。熟悉其专业背景的学者，不可能像新手常常经历的那样，屈服于一种似是而非的终结感。正是出于这一原因，每一个准备做教师的人都不应了解本专业的内容，还应该了解其发展的历史，这才是明智之举。

■ 卡尔·B·波耶

ISBN 978-7-309-04801-8



9 787309 048018 >

责任编辑：范仁梅

美术编辑：陈萍

定价：28.00元

0172-091

B881

西方数学文化理念传播译丛

丛书主编 汪 宇

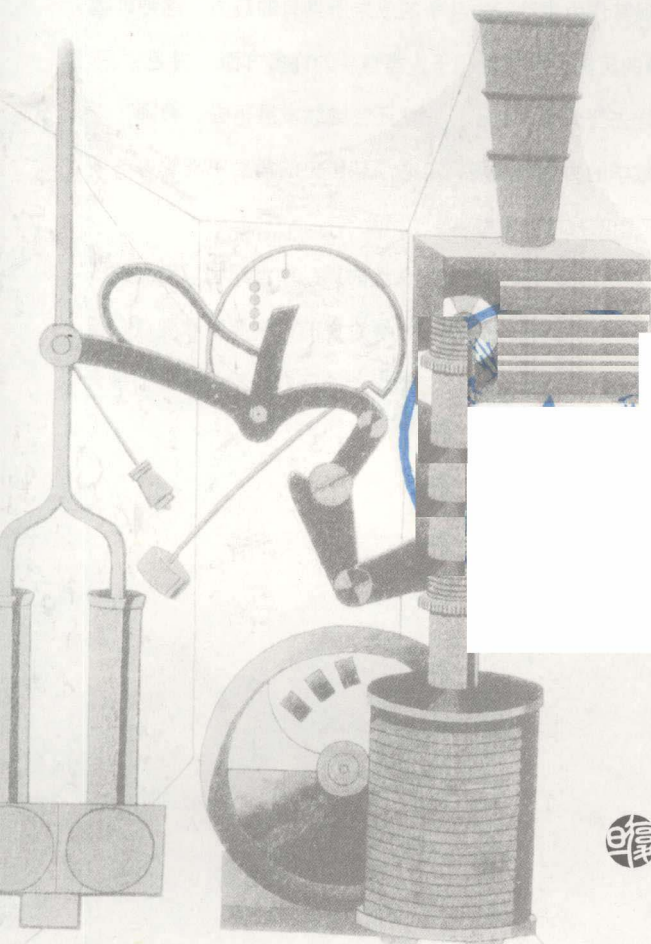
The History of the Calculus and Its Con



微积分概念发展史

〔美〕卡尔·B·波耶 著

唐 生 译



复旦大学出版社

www.fudanpress.com.cn

图书在版编目(CIP)数据

微积分概念发展史/[美]卡尔·B·波耶著;唐生译.

—上海:复旦大学出版社,2007.6

(西方数学文化理念传播译丛)

书名原文:The History of the Calculus and Its Conceptual Development
ISBN 978-7-309-04801-8

I. 微… II. 唐… III. 微积分-数学史 IV. 0172-091

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第126921号

Please the owner or agent of this book's copyright of English edition
contact the publisher for royalty by facsimile

Tel: 0086-21-65103043

(Fax: 0086-21-65104812)

微积分概念发展史

[美]卡尔·B·波耶著 唐生译

出版发行 复旦大学出版社 上海市国权路579号 邮编 200433
86-21-65642857(门市零售)
86-21-65118853(团体订购) 86-21-65109143(外埠邮购)
fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com

责任编辑 范仁梅

总编辑 高若海

出品人 贺圣遂

印刷 上海崇明裕安印刷厂

开本 890×1240 1/32

印张 10.375

字数 279千

版次 2007年6月第一版第一次印刷

印数 1—5100

书号 ISBN 978-7-309-04801-8/O·351

定价 28.00元

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社发行部调换。

版权所有 侵权必究

微积分和数学分析是人类智力的伟大成就之一。

内 容 提 要

微积分和数学分析是人类智力的伟大成就之一，其地位介于自然和人文科学之间，成为高等教育成果硕然的中介。不幸的是，有时候教师采用机械的方法教授微积分，不能展现其作为生动智力斗争的成果所具有的魅力。这种延续了2500多年的智力斗争的历史，深深扎根于人类奋斗的许多方面，并且，只要人们像了解大自然那样去努力认识自己，它就还会继续发展下去。教师、学生和学者若想真正理解数学的力量和表现，就必须从历史的角度来理解这一领域发展至今的现状，以广阔的视野看待数学。

本书以时间为顺序，通过对古希腊乃至更久远时期、中世纪和17世纪关于微积分学构想的描述，剖析了一些阻碍微积分学发展进程的哲学与宗教观点，叙述了积分和微分两方面的发展，以及牛顿和莱布尼茨的伟大贡献，和我们今天所知道的最严格的牛顿-莱布尼茨公式。

出版说明

《微积分概念发展史》初版于 1939 年,是卡尔·B·波耶的不朽著作,它对中国广大数学教师、学生和数学史研究者了解微积分的发展很有帮助。该书曾由上海人民出版社于 20 世纪 70 年代出版,受到读者的欢迎。

近年来,本社陆续引进出版一套“西方数学文化理念传播译丛”,旨在向国内读者介绍西方的数学发展、数学理念、数学文化,以帮助我国读者更好地领悟数学的真谛。微积分的产生是数学史上的伟大创造,也是科学家对人类文明的伟大贡献,因此,我们觉得有必要重新翻译出版此书,以飨读者。但遗憾的是,由于原著出版时间较早,虽经多方联系,但直至出版前仍一直无法联系到此书的版权所有人。为满足中文读者的需求,我们只能先予付印,版权拥有者的相关权利均留存于我社,请该书版权拥有者与我社联系,亦请知情者提供有关信息,我们将按有关规定支付版税。

复旦大学出版社

2007 年 5 月

前 言

微积分和数学分析是人类智力的伟大成就之一,其地位介于自然和人文科学之间,成为高等教育成果硕然的中介。不幸的是,有时候教师采用机械的方法教授微积分,不能展现其作为生动智力斗争的成果所具有的魅力。这种延续了 2 500 多年的智力斗争的历史,深深扎根于人类奋斗的许多方面,并且,只要人们像了解大自然那样去努力认识自己,它就还会继续发展下去。教师、学生和学者若想真正理解科学的力量和表现,就必须从历史的角度来理解知识领域发展至今的现状。事实上,反对科学教学中教条主义的呼声渐高,已经激起人们对科学史越来越浓厚的兴趣。最近几十年来,在追溯一般科学特别是数学的发展轨迹方面,已经取得很大进步。

作为理清微积分概念从古至今许多发展阶段的重要著作,本书有幸得以第二次付印。此外,它还以其连贯的文字讲述了这些迷人的故事,读来饶有趣味。每一位数学教师都应该阅读该书,它将对数学教学改革朝着健康的方向发展产生巨大影响。

R·柯朗(R. Courant)

纽约大学研究生院数学系主任

序

大约 10 年前,哥伦比亚大学的弗里德里克·巴里(Frederick Barry)教授向我指出:目前还没有一本关于微积分历史的满意著作。其时,我还有别的任务缠身,并且准备也不充分,不可能将他的建议付诸实现,不过,我最近几年的研究使我认可了他的观点。关于微积分起源和主题的资料多不胜数,本书所附的参考书目将证明这一点;缺少的是令人满意的批评性阐释,细细讲述该主题重要观点的发展:从古代的肇始之端,到最终用每一个学生都熟悉的现代数学分析基本原理的精确术语对此所作的阐述。本书试图在某种程度上弥补这一缺憾。如果能对基本微积分的整个历史加以权威和全面的处理,那当然再好不过;但是任何此类艰巨的计划都会远远超出本书论述的范围和意图。这里涉及的并非微积分的全面历史,而只是提示性地勾勒出其基本概念的发展轮廓,这也许对学习数学的学生和研究思想史的学者都会有所裨益。因此,贯穿全书的主旨是确保阐释清楚明白,而不是杂乱无章地详细罗列出面面俱到的细节,或者展示过于细致、精确的广博知识。本书既要保存思想发展的连贯性,同时又不希望牺牲历史的准确度和整体观,因此很有必要对这些材料加以理智的筛选和表述。

本书结尾部分包括一个长长的参考书目,以省去在参考借鉴之处一一加上脚注引述原文的麻烦。注解中只标明了作者和题名——有时为缩写;书名采用斜体,来自期刊的文章采用罗马字体并加上引号。我期望这个参考书目可以对有兴趣进一步研究微积分历史的人有所帮助。

巴里教授给了笔者创作本书的灵感,并且帮助我完成了著述,他凭借自己在科学史领域的广博知识,慷慨地向我提出建议。承蒙哥伦比亚大学的林恩·桑戴克(Lynn Thorndike)教授帮我审读了“中世纪的贡献”一章并做出专业的评论。哥伦比亚大学的 L·P·赛斯洛夫(L. P. Siceloff)教授、密歇根大学的 L·C·卡宾斯基(L. C. Karpinski)教授和布鲁克林学院的 H·F·麦克尼什(H. F. MacNeish)教授也帮我阅读手稿并提供了宝贵的帮助和建议。波耶夫人毫不吝啬地对这项工作给予鼓励和促进,并不辞辛劳地打出全部文稿。本书的索引由哥伦比亚大学出版社编制。最后,美国学术团体联合会(American Council of Learned Societies)拨款资助了本书,才使之得以出版,与广大读者见面。在此,我谨向所有在写作和出版本书过程中给予帮助的朋友表示真诚的感谢。

卡尔·B·波耶(Carl B. Boyer)

1939年3月于布鲁克林学院

重 印 本 序

对于一本有关微积分历史的著作,能有足够的重印需求,真是可喜可贺。这似乎表明,学术圈中正有越来越多的人意识到,需要以广阔的视野看待科学和数学。尽管已在技术上取得了卓越成就,人们却更深刻地认同这一事实:科学不仅是一种生活方式,也是一种心智习惯;数学不仅是众多算法的集合,也是文化的一个方面。它们的历史不能代替实验室的工作或者技术训练,但却能够有效地弥补人文科学与自然科学之间常常缺乏相互理解的遗憾。也许更重要的是,数学和科学史能够在各个领域的专业人员中,培养一种与其专业有关的均衡感。熟悉其专业背景的学者,不可能像新手常常经历的那样,屈服于一种似是而非的终结感。正是出于这一原因,每一个准备做教师的人都不仅应该了解本专业的内容,还应该了解其发展的历史,这才是明智之举。

在这个重印的本子中,笔者更正了文中的几处小错误。如果是再版,还应该做更广泛的修订。这样做并不会在实质上改变一般的叙述或者观点,但会按照胡里奥·雷·帕斯特(Julio Rey Pastor)^①和 I·B·科恩(I. B. Cohen)^②以及其他人的中肯评论,在他们建议的地方详细阐明论点。本来还应该加上更多参考书目,其中尤其值得一提的是 G·卡斯泰尔诺沃(G. Castelnuovo)的《现代微积分的起源》(*Le origini del calcolo infinitesimale nell'era moderna*, 1938 年出版于波洛尼亚)。卡氏的著作几乎与本书同时出版,关于现代部

① 其评论见《国际科学史档案》(*Archeion*)杂志,卷 XXIII (1940 年),第 199~203 页。

② 其评论见《爱塞斯》(*Isis*)杂志,卷 XXXII (1940 年),第 205~210 页。

分应该在细节上多参考这位著名几何学家的著作。

在过去的几年里,笔者还曾参与撰写一本关于“解析几何史”的手册,初稿已经完成,不久作品就将在《数学文丛》(*Scripta Mathematica*)的赞助下付梓。

《微积分概念史》已经断版六七年,此次重印应归功于赫伯特·阿克塞尔罗德(Herbert Axelrod)和马丁·N·怀特(Martin N. Wright),笔者希望对他们主动提出重印表示感谢。还要感谢理查德·柯朗(Richard Courant),承蒙他答应为这个重印本撰写了前言。

卡尔·B·波耶

1949年1月27日

目 录

第 1 章	引论	1
第 2 章	古代的概念	13
第 3 章	中世纪的贡献	59
第 4 章	一个世纪的期待	92
第 5 章	牛顿和莱布尼茨	181
第 6 章	犹豫不决的时期	217
第 7 章	严密的详细阐述	260
第 8 章	结论	291
译名对照表		301
跋		319

第 1 章

引 论

数学作为人类心智训练和精神遗产不可分割的一部分,已经拥有至少 2 500 年的历史。然而,在这漫长的岁月中,关于该学科的性质尚未有一致意见,也没有对它形成一个广为接受的定义^①。

通过观察大自然,古代的巴比伦人和埃及人建立起一套数学知识,并以之作为进一步观察的基础。泰勒斯(Thales)也许引进了演绎法,早期毕达哥拉斯(Pythagoras)学派的数学明显具有演绎的性质。毕达哥拉斯学派和柏拉图^②(Plato)注意到,他们通过演绎法获得的结论,在很大程度上与观察和归纳推理的结果一致。他们无法对这种一致性做出别的解释,便认为数学是对终极、永恒现实以及自然和宇宙固有性质的研究,而不是逻辑的一个分支或者科学技术所运用的一种工具。他们认定,理解一项数学原理,就会随之对经验做出正确解释。毕达哥拉斯学派有一句“万物皆数”^③的格言,柏拉图曾宣称“上帝乃几何学家”^④,都反映了这样的观念。

的确,稍后的希腊怀疑论者曾质疑,通过推理或者经验,能否获取具有这种绝对性质的知识。不过与此同时,亚里士多德(Aristotle)学派的科学也表明,通过观察和逻辑至少可以获得与现象一致的描述,

① 贝尔(Bell):《科学的皇后》(*The Queen of the Sciences*),第 15 页,需要脚注中提到引文的原文,请参阅本书参考书目。

② 参阅乔伊特(Jowett)所译《理想国》(*Republic*),卷Ⅶ,第 527 页、《对话录》(*Dialogues*),卷Ⅱ,第 362~363 页。

③ 参阅亚里士多德《著作集》(*Works*)中的《形而上学》(*Metaphysics*),987a~989b,罗斯(Ross)和史密斯(Smith)编辑,卷Ⅷ;比较同书,1090a。

④ 普鲁塔克(Plutarch):《杂记与随笔》(*Miscellanies and Essays*),卷Ⅲ,第 402 页。

因此(欧几里得(Euclid)出现后),数学就成为演绎关系的一种理想模式。它产生于那些与观察归纳出的结论一致的公设,是可以用于阐释自然的。

经院派的观点在中世纪十分盛行,他们认为宇宙“秩序井然”,易于理解。到了14世纪,世人非常清楚地意识到,逍遥学派对运动和变化所持的定性观最好能被定量研究所取代。这两个概念,以及对柏拉图观点再次产生的兴趣,致使15世纪和16世纪的人们重新确信,数学在某些方面独立并先于经验的直觉知识。这种信念在库萨的尼古拉斯(Nicholas of Cusa)、开普勒(Kepler)和伽利略(Galileo)的思想中都留有印记,在某种程度上也出现于列奥纳多·达·芬奇(Leonardo da Vinci)的思想中。

把数学看作构筑宇宙之基础的概念,在16世纪和17世纪又反过来受到改变。在数学中,变化的原因是对代数不加批判但更为实际地运用(代数学在13世纪初由阿拉伯传入,随后在意大利得到发展)。在自然科学领域内,变化归因于实验方法的兴起。于是,笛卡尔(Descartes)、波义耳(Boyle)和其他人所谈论的数学确信被阐释为一种一致性,它可以在其推理特性找到,而非在任何表现出先验的本体论必然性中找到。

18世纪,微积分被极其成功地应用于解决科学和数学问题,因此,集中关注运算而不是数学基础的倾向受到强调。19世纪,在重新分析无穷大时,为了给所涉及的概念找到满意的基石而付出了持久的努力,进而产生了一种更有批判性的态度。数学的严格性得到复兴,人们发现欧几里得的公设只不过是一些设想而已,并不像康德(Kant)坚持^①的那样是绝对的综合判断。此类前提的选择非常随意武断——在它们彼此相容的条件下——可以允许它们与显而易见的感官证据相矛盾。19世纪末,由于数学分析中的算术化倾向,人们

^① 参阅其《全集》(*Sämmtliche Werke*),卷II各处。

进一步发现,超越所有直觉和分析的无限性概念,可以引入数学而不损害该学科的逻辑一致性。

如果数学的假设是独立于感性世界的,如果其基本原理超越所有经验^①,那么这个学科在最好的情况下会降低到赤裸裸的形式逻辑,在最糟糕的情况下则会蜕化为符号的赘言。数学中形式的符号化和算术化倾向在连续性的研究中获得了极大成功,但也导致了顽固的悖论,这一事实引起了对数学的本性——它在精神生活中的范畴和地位,其原理和公设的心理学来源,其假设的逻辑力量以及作为感官知觉世界的阐释所具有的正确性的逻辑力量——越来越高的兴趣。

陈旧的观点认为数学是数量或者空间和数字的科学,这种观点现在基本上已经消失。人们意识到,幼稚的空间直觉会导致自相矛盾。这一事实颠覆了康德哲学中的公设观念。不过,数学家虽然不受外部感官知觉世界的控制,却仍然受其指引^②。连续性的数学理论来源于直接经验,但是最终被数学家采用的连续统定义却超越了感官想象。数学形式主义者由此得出结论:既然在数学定义和前提中,直觉毫无用处,我们就没有必要对公理与来自于现实对象和关系的任何思想给予解释。而直觉主义者则坚持,数学所涉及的符号应该很好地表达思想^③。虽然相信数学定理具有无懈可击的准确性有两种(或更多的)观点,但是数学概念是由直觉暗示而非定义的看法却说明了这样的事实,即通过数学演绎推理得出的结论与从经验中归纳得出的结论明显一致。导数和积分产生于大自然最明显的两个特征——多样性和可变性,但是,最终其抽象的数学定义却建立在元素的无穷序列极限的基础概念之上。一旦我们描绘出其发展轨迹,也

① 贝特朗·罗素(Bertrand Russell)曾利用这一令人不安的境地将数学滑稽地定义为“对于这门学科,我们永远不知道自己在谈论什么,也不知道我们说的是否正确”。参阅“关于数学原理的近作”(“Recent Work on the Principles of Mathematics”),第84页。

② 布歇(Böcher):“数学的基本概念和方法”(“The Fundamental Concepts and Methods of Mathematics”)。

③ 布劳威尔(Brouwer):“直觉主义与形式主义”(“Intuitionism and Formalism”)。

就容易理解那些用来阐释自然的观点所具有的力量和丰富性了。

微积分起源于古希腊数学家在试图表达其关于直线的比率或比例的直觉观点时所遭遇的逻辑困境,他们认为数是离散的,按照数的观点,迷迷糊糊地认为直线是连续的。这样一来,几乎立刻就涉及在逻辑上不够满意(但是在直觉上很吸引人)的无穷小概念。然而,古希腊严密的思想却将无穷小排除在几何证明之外,并代之以穷竭法,这种方法可避开无穷小问题,但却十分麻烦。希腊科学家没有定量地解决变化的问题。对运动学没有什么方法的影响超过穷竭法对几何的影响——它避开了芝诺(Zeno)悖论所展示的困境。不过,14世纪的经院派哲学家对变量展开了定量研究,他们的方法在很大程度上是辩证的,但是也求助于图示。到了17世纪,这一研究方法使得引入解析几何以及变量的系统表示法成为可能。

这种新型分析方法的应用,再加上具有启发性的无穷小的自由使用,以及数的概念更为广泛的运用,在很短时间内就导致了牛顿(Newton)和莱布尼茨(Leibniz)构成微积分的运算法则得以产生。但是,即便处于这个阶段,该学科的逻辑基础却仍然缺乏明确概念。18世纪的数学家致力于寻找这样的基础,虽然在这方面几乎没有获得什么成就,他们的努力却在很大程度上将微积分从连续运动和几何量的直觉中解放出来。19世纪初,导数概念成为基本原理,随着对数和连续性的严格定义,到19世纪后半叶,一个坚实的基础就此完成。为了对连续性的模糊、本能的感觉做出解释,数学家们付出了大约2500年的努力,最后终于凭借精确的概念达到顶峰,而这些概念的逻辑性定义却表现了超越知觉经验世界的推断。直觉,或者对表面上缺乏足够表达的少许经验的假定直接认识,由于深思熟虑研究的结果,终于让位于严格定义的抽象精神概念,科学和数学已经发现后者是有助于思想简洁的宝贵工具。

如今,微积分的基础定义——导数和积分的定义——在该学科的教科书中表述得如此清楚,涉及它们的运算如此易于掌握,人们似

乎忘记了当初研究这些基本概念所遭遇的艰辛。通常,对一门学科得以建立的基础概念做清晰充分的理解,相对来说,要等到其发展后期才能实现。微积分的兴起就恰如其分地说明这一规律。微积分最初提供的规则表述精确,易于使用,在某种程度上,导致数学家们对这个学科逻辑发展所要求的微妙的细小区别无动于衷。传统的几何与代数产生于空间直觉,他们设法利用这种传统建立微积分。然而,到18世纪,详细阐述基础概念所面临的固有困难变得越来越明显,谈论“微积分的形而上学”成为惯例,表明要对微积分基础给出令人满意的说明,数学已无能为力了。19世纪,随着采用精确数学术语,基本的概念得以澄清,在自然界的具体直觉(也许潜藏在几何与代数中)和富于想象力思索的神秘主义(也许兴盛于先验的形而上学之上)之间,终于找到了一条安全的路线。于是,导数在其整个发展过程中,便摇摇晃晃地夹在速度(这个科学上的现象)和运动(这个哲学上的纯理性概念)之间。

积分的历史与此相似。一方面,它提供了充足机会,用近似值或误差补偿的实证主义思想阐释,这两种观点基于科学测量承认的近似性质和叠加效应公认的学说。另一方面,唯心主义的形而上学认为,在感官知觉有限论之外,人类经验和推理只能可望而不可即地去无限渐近地接近一个超验无穷大。只有形成于19世纪的精确数学定义,才能使导数和积分保持它们抽象概念的本来地位,这种抽象概念也许是衍生自物理描述和形而上学解释,但是又独立于两者。

也许现在不妨讨论这些观点了:关于使它们得以产生的直觉和思考,以及最终严格的公式化。这或者能够使人栩栩如生地记起目前导数和积分定义的精确性,并毫不含糊地弄清楚整个发展的最终结果。

导数是用来表示曲线或者函数在一点的性质的数学工具,因此,它类似于科学上运动物体的瞬时特性,例如物体在任意指定时刻的速度。当科学研究某一个时间区间时,其间的平均速度就可定义为物体在该时间区间移动的距离变化与时间区间的比率,这个比率可