



义务教育课程标准实验教科书辅导用书

# 数学 指导

## 教材解读 同步练习

北师大版

八年级(上册)

SHUXUEZHIDAO

主编 刘德华  
凌英渡

安徽大学出版社

## 编者寄语

《数学指导》以北京师范大学出版社义务教育课程标准实验教科书《数学》为蓝本进行编写。本书以教材内容为主线,以章节为单元,全面系统地复习课本基础知识、基本技能和基本方法,设置学习目标,编织知识网络,梳理知识要点,通过亲身体验旨在提高学生自然学习自然科学知识的能力。

《数学指导》设置了:目标导航、知识梳理、案例剖析、亲身体验、知识拓展等五个栏目。

《数学指导》的特点:

1. 按章节课题同步展开,围绕学习中易出现、难以理解的问题进行讲解分析,指导学生如何进行学习。

2. 通过有关栏目的设置,使学生打开本书就立即了解本章节课题的学习要求,通过知识梳理、知识网络的学习形成系统的知识体系。

3. 讲演合一,演练互动,与社会生活密切联系,全面地指导学生自然学习数学基础知识。

4. 注重学习方法和学习能力的培养。

由于时间仓促,水平有限,在编写《数学指导》过程中难免会出现一些问题,望读者提出宝贵意见,谢谢!

编者

2007年8月

# 目 录

<b>第一章 勾股定理</b> .....	1
第一节 探索勾股定理 .....	1
第二节 能得到直角三角形吗 .....	4
第三节 蚂蚁怎样走最近 .....	7
<b>第二章 实数</b> .....	10
第一节 数怎么又不够用了 .....	10
第二节 平方根 .....	13
第三节 立方根 .....	16
第四节 公园有多宽 .....	18
第五节 用计算器开方 .....	21
第六节 实数 .....	25
<b>第三章 图形的平移与旋转</b> .....	28
第一节 生活中的平移 .....	28
第二节 简单的平移作图 .....	30
第三节 生活中的旋转 .....	33
第四节 简单的旋转作用 .....	36
第五节 它们是怎样变过来的 .....	38
第六节 简单的图案设计 .....	42
<b>第四章 平行四边形</b> .....	45
第一节 平行四边形的性质 .....	45
第二节 平行四边形的判别 .....	48
第三节 菱形 .....	51
第四节 矩形、正方形 .....	54
第五节 梯形 .....	58
第六节 探索多边形的内角和与外角和 .....	61
第七节 中心对称图形 .....	65
<b>第五章 位置的确定</b> .....	68
第一节 确定位置 .....	68

第二节	平面直角坐标系 .....	71
第三节	变化的“鱼” .....	75
<b>第六章</b>	<b>一次函数</b> .....	<b>78</b>
第一节	函数 .....	78
第二节	一次函数 .....	82
第三节	一次函数的图象 .....	85
第四节	确定一次函数表达式 .....	88
第五节	一次函数图像的应用 .....	92
<b>第七章</b>	<b>二元一次方程组</b> .....	<b>96</b>
第一节	谁的包裹多 .....	96
第二节	解二元一次方程组 .....	98
第三节	鸡兔同笼 .....	103
第四节	增收节支 .....	106
第五节	里程碑上的数 .....	110
第六节	二元一次方程与一次函数 .....	113
<b>第八章</b>	<b>数据的代表</b> .....	<b>117</b>
第一节	平均数 .....	117
第二节	中位数与众数 .....	120
第三节	利用计算器求平均数 .....	123
期中测试题	.....	127
期末测试题	.....	130
参考答案	.....	134

# 第一章 勾股定理

## 第一节 探索勾股定理



### 目标导航

1. 经历探索勾股定理及验证勾股定理的过程,发展合理推理能力,体会数形结合的思想.
2. 掌握勾股定理,了解利用拼图验证勾股定理的方法,并能运用勾股定理解决一些实际问题.



### 知识梳理

1. 在方格纸上通过面积计算的方法,探索勾股定理的形成过程,知道:如果直角三角形两直角边分别为  $a$ 、 $b$ ,斜边为  $c$ ,那么  $a^2 + b^2 = c^2$  即:直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方.
2. 勾股定理的应用:勾股定理是直角三角形的一个重要性质,它把三角形有一个直角的“形”特征转化为三边“数”的关系,它是典型的数形结合例子,勾股定理广泛地应用于几何、代数、三角、工程技术、农业生产、日常生活中.
3. 勾股定理的验证方法:可以用数方格的方法进行验证,用方格图的面积来进行拼图验证.



### 案例剖析

#### 例 1.

##### 1. 观察图 1-1

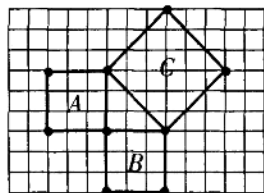


图 1-1

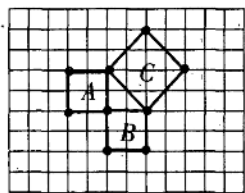


图 1-2

正方形 A 中含有\_\_\_\_\_个小方格,即 A 的面积是\_\_\_\_\_个单位面积;

正方形 B 中含有\_\_\_\_\_个小方格,即 B 的面积是\_\_\_\_\_个单位面积;

正方形 C 中含有\_\_\_\_\_个小方格,即 C 的面积是\_\_\_\_\_个单位面积.

你是怎样得到上述结论的? 与同伴交流.

2. 在图 1-2 中,正方形 A、B、C 中各含有多少个小方格? 它们的面积各是多少?

3. 你能发现图 1-1 中,三个正方形 A、B、C 的面积之间有什么关系吗? 图 1-2 中的呢?

**【解析】** 2. 以数方格的方法可以算出,这体现了数形结合的思想;

3. 通过操作体验面积相等.

**【答案】** 1. 9,9,9,9,18,18,通过数方格得到的;

2. 小方格:A,4;B,4;C,8;面积:A,4;B,4;C,8;

3. A 的面积加上 B 的面积,等于 C 的面积.

例 2.

1. 如图 1-3,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, $\angle C=90^\circ$ , $AC=5$ , $BC=12$ ,求  $AB$  的长;

2. 在图 1-4,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, $\angle C=90^\circ$ , $AB=25$ , $AC=20$ ,求  $BC$  的长.

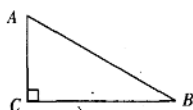


图 1-3

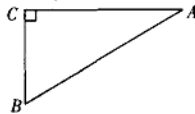


图 1-4

**【解析】**  $a, b$  表示直角三角形的两直角边, $c$  表示斜边.

若已知  $a, b$ , 求  $c$ , 则利用勾股定理,得  $c^2 = a^2 + b^2$ ;

若已知  $a, c$ , 求  $b$ , 则利用勾股定理的变形公式, $b^2 = c^2 - a^2$ .

**【答案】** 1. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,根据勾股定理: $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169$

所以  $AB=13$

2. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,根据勾股定理: $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 25^2 - 20^2 = 225$

所以  $BC=15$

**【温馨提示】** 在利用勾股定理求直角三角形第三边时,首先应辨别待求的第三边是斜边还是直角边,进而再选择正确的勾股定理的形式.

例 3. 如图 1-5,甲轮船以 16 海里/时的速度离开港口  $O$  向东南方向航行,乙轮船在同时同地向西南方向航行,已知他们离开港口一个半小时后分别到达  $B, A$  两点,且知  $AB$  长为 30 海里时,问乙轮船每小时航行多少海里?

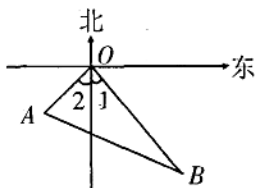


图 1-5

**【解析】** 这是一道实际应用题,通过分析,可知  $\triangle ABC$  为直角三角形,且已知直角三角形的斜边  $AB$  和一直角边  $BO$  的长度,需求另一直角边  $OA$ ,因此可以用勾股定理解决.

**【答案】**  $B$  在  $O$  的东南方向,即  $\angle 1=45^\circ$

$A$  在  $O$  的西南方向,即  $\angle 2=45^\circ$

所以, $\angle AOB = \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$  即  $\triangle AOB$  是直角三角形

又: $BO = 16 \times 1.5 = 24$ (海里), $AB = 30$ (海里)

根据勾股定理: $AO^2 = AB^2 - BO^2 = 30^2 - 24^2 = 18^2$ ,所以, $AO = 18$

所以,乙船的速度 $=18 \div 1.5=12$ 海里/时,即乙船每小时航行12海里.

**【温馨提示】** 应注意对方位角的理解掌握,正确确定三角形的形状.



### 亲身体验

1. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle A=90^\circ$ , 则( )  
 A.  $a^2+b^2=c^2$       B.  $b^2+c^2=a^2$       C.  $c^2+a^2=b^2$       D.  $b+c=a$
2. 在直角三角形  $ABC$  中, 以两直角边为边的正方形面积分别为 25 和 36, 则以斜边为边的正方形面积为\_\_\_\_\_.
3. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC:AB=12:13$ ,  $BC=10$ , 则  $AC=_____$ ,  $AB=_____$ .
4. 直角三角形一直角边为 11, 另两边均为自然数, 这个直角三角形的周长为\_\_\_\_\_.
5. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $AD$  是  $BC$  边长的高, 若  $AB=10$ ,  $AD=8$ , 则  $BC$  的边长为\_\_\_\_\_.
6. 求斜边长 26 米, 一条直角边长 10 米的直角三角形土地的面积.

7. 如图 1-6, 已知直角三角形两直角边分别为 3cm 和 4cm, 那么  $CD$  有多长?

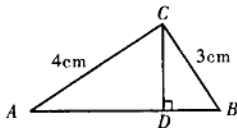


图 1-6

8. 如图 1-7, 已知长方体的长、宽、高分别 4cm、3cm、12cm, 求长方体对角线  $BD$  的长.

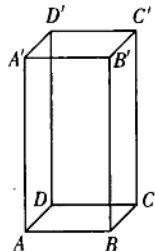


图 1-7



## 知识拓展

### 数学趣闻

勾股定理是数学中应用最广泛的定理之一.例如从勾股定理出发逐渐发展了开平方、开立方;用勾股定理求圆周率.据称金字塔底座的四个直角就是应用这一关系来确定的.至今在建筑工地上,还在用它来放线,进行“归方”,即放“成直角”的线.

正因为这样,人们对这个定理的备加推崇便不足为奇了.1955年希腊发行了一张邮票,图案是由三个棋盘排列而成.这张邮票是纪念二千五百年前希腊的一个学派和宗教团体——毕达哥拉斯学派,它的成立以及在文化上的贡献.邮票上的图案是对勾股定理的说明.希腊邮票上所示的证明方法,最初记载在欧几里得的《几何原本》里.

尼加拉瓜在1971年发行了一套十枚的纪念邮票,主题是世界上“十个最重要的数学公式”,其中之一便是勾股定理.

## 第二节 能得到直角三角形吗



### 目标导航

掌握直角三角形的判别条件,即勾股定理的逆定理,并能进行灵活的运用.



### 知识梳理

1. 直角三角形的判别条件,如果一个三角形的三边长分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ,且满足  $a^2 + b^2 = c^2$ ,那么这个三角形是直角三角形.它主要应用于判定某个三角形是否为直角三角形,或者判定两条直线垂直.

2. 勾股数,满足条件  $a^2 + b^2 = c^2$  的三个正整数,称为勾股数,如 3、4、5;5、12、13...这些勾股数的整数倍仍为勾股数.

3. 运用直角三角形的判断条件要注意所给的两条边是直角边,还是斜边,若没指明,应分两种情况,较长的边为斜边,或较长的直角边.



### 案例剖析

例 1. 已知在  $\triangle ABC$ ,  $a = m^2 - n^2$ ,  $b = 2mn$ ,  $c = m^2 + n^2$ , 其中  $m$ 、 $n$  是正整数,且  $m > n$ , 试



判断:  $\triangle ABC$  是否为直角三角形.

**【解析】** 本题的关键是确定最大边, 然后根据直角三角形判别的条件来判定该三角形为直角三角形.

**【答案】**  $\because m, n$  为正整数, 且  $m > n, \therefore c > b, c > a$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (m^2 - n^2) + (2mn)^2 \\ &= m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2 \\ &= m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = (m^2 + n^2)^2 = c^2 \end{aligned}$$

故  $\triangle ABC$  为直角三角形.

**【温馨提示】** 本题的式子:  $m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2$  是一组勾股数, 任何一组满足  $m > n$  的正整数, 都可以得到一组勾股数.

例 2. 如图 1-8, 正方形  $ABCD$  中,  $E$  为  $BC$  的中点, 点  $F$  在  $CD$  上, 且  $CF = \frac{1}{4}CD$ ,

$\triangle AEF$  是直角三角形吗? 为什么?

**【解析】** 要证明  $\triangle AEF$  是直角三角形, 必须找到  $AE^2 + EF^2 = AF^2$

**【答案】** 设  $CF$  为  $a$ , 则  $CD = 4a, DF = 3a, CE = 2a = BE$

在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $AE^2 = AB^2 + BE^2 = (4a)^2 + (2a)^2 = 20a^2$

在  $\text{Rt}\triangle CEF$  中,  $EF^2 = (2a)^2 + a^2 = 5a^2$

在  $\text{Rt}\triangle ADF$  中,  $AF^2 = DF^2 + AD^2 = (3a)^2 + (4a)^2 = 25a^2$

$\therefore 20a^2 + 5a^2 = 25a^2 \quad \therefore AE^2 + EF^2 = AF^2$ , 即  $\triangle AEF$  为直角三角形.

**【温馨提示】** 1. 判断某三角形为直角三角形, 要通过计算两较短的边的平方和等于最长边的平方.

2. 在正方形中要利用已有直角三角形运用勾股定理进行运算.

例 3. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $\angle B = 90^\circ, AB = BC = 4, CD = 6, DA = 2$ , 求  $\angle DAB$  的度数.

**【解析】** 连接  $AC$ , 将四边形的问题转化为三角形问题, 进而利用三角形相关知识解决问题.

**【答案】** 连接  $AC$ , 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ, AB = BC = 4$

所以  $\angle BAC = 45^\circ, AC^2 = AB^2 + BC^2 = 16 + 16 = 32$

在  $\triangle ADC$  中,  $AD^2 + AC^2 = 4 + 32 = 36 = CD^2$

所以  $\triangle ADC$  是直角三角形,  $\angle DAC = 90^\circ$ ,

所以  $\angle DAB = \angle BAC + \angle DAC = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$

**【温馨提示】** 在已知三角形三边长求度数时, 应考虑是否是直角三角形.

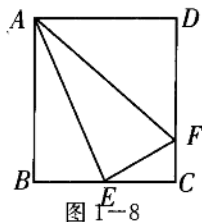
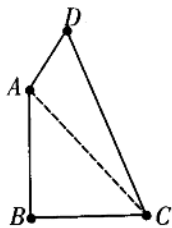


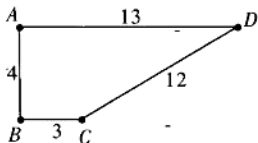
图 1-8



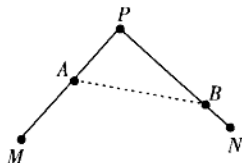
### 亲身体会

- 将下列长度的三根木棒首尾顺次连接, 能组成直角三角形的是( )  
A. 1, 2, 3      B. 4, 6, 8      C. 6, 8, 10      D. 5, 5, 4
- 等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 17, BC = 16$ , 其面积为( )

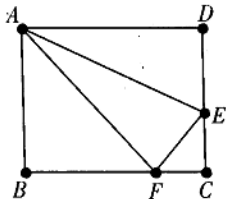
- A. 136                      B. 272                      C. 240                      D. 120
3. 如果三角形三边长分别为  $2n, n^2 + 1, n^2 - 1$ , 则这个三角形为(     )  
 A. 锐角三角形     B. 直角三角形     C. 钝角三角形     D. 不能确定
4. 如果有三个面积为 5、8、 $x$  的正方形, 能拼成一个直角三角形, 那么  $x =$  \_\_\_\_\_.
5. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 26, AC = 10, BC = 24$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为 \_\_\_\_\_.
6. 有一块薄铁皮  $ABCD$ ,  $\angle B = 90^\circ$ , 各边长如图所示, 若沿对角线  $AC$  剪开, 得到的两块都是“直角三角形”吗?



7. 如图所示: 如果只给你一把带刻度的直尺, 你是否能检验  $\angle MPN$  是不是直角. 简述你的作法.



8. 如图, 在长方形  $ABCD$  中,  $AD = 10\text{cm}, AB = 8\text{cm}$ ,  $E$  是  $CD$  上一点, 若以  $AE$  为折痕, 将  $ADE$  翻折过来, 顶点  $D$  恰与  $BC$  边上的点  $F$  重合, 求  $\triangle AEF$  的面积.





## 知识拓展

## 勾股定理趣事

学过几何的人都知道勾股定理.它是几何中一个比较重要的定理,应用十分广泛.迄今为止,关于勾股定理的证明方法已有400多种.其中,美国第二十任总统伽菲尔德的证法在数学史上被传为佳话.总统为什么会想到去证明勾股定理呢?难道他是数学家或数学爱好者?答案是否定的.事情的经过是这样的:

在1876年一个周末的傍晚,在美国首都华盛顿的郊外,有一位中年人正在散步,欣赏黄昏的美景,他就是当时美国俄亥俄州共和党议员伽菲尔德.他走着走着,突然发现附近的一个小石凳上,有两个小孩正在聚精会神地谈论着什么,时而大声争论,时而小声探讨.由于好奇心驱使伽菲尔德循声向两个小孩走去,想搞清楚两个小孩到底在干什么.只见一个小男孩正俯着身子用树枝在地上画着一个直角三角形.于是伽菲尔德便问他们在干什么?只见那个小男孩头也不抬地说:“请问先生,如果直角三角形的两条直角边分别为3和4,那么斜边长为多少呢?”伽菲尔德答到:“是5呀.”小男孩又问道:“如果两条直角边分别为5和7,那么这个直角三角形的斜边长又是多少?”伽菲尔德不加思索地回答到:“那斜边的平方一定等于5的平方加上7的平方.”小男孩又说道:“先生,你能说出其中的道理吗?”伽菲尔德一时语塞,无法解释了,心理很不是滋味.于是伽菲尔德不再散步,立即回家,潜心探讨小男孩给他留下的难题.他经过反复思考与演算,终于弄清楚了其中的道理,并给出了简洁的证明方法.

1876年4月1日,伽菲尔德在《新英格兰教育日志》上发表了他们对勾股定理的这一证法.1881年,伽菲尔德就任美国第二十任总统.

## 第三节 蚂蚁怎样走最近



## 目标导航

能运用勾股定理及直角三角形的判别条件(即勾股定理的逆定理)解决简单的实际问题.



## 知识梳理

1. 勾股定理是反映自然界基本规律的重要结论,它在数学发展及现实世界中有广泛的应用,蚂蚁怎样从圆柱下底面一点爬到相对的上底面上一点,且要求所走路线最短,这正是勾股定理在现实中的体现,转化为直角三角形即可解决.

2. 勾股定理的发现,从边的角度进一步刻画了直角三角形的特征,可用以说明检测雕塑底座正面的边是否垂直于底边的方法.



### 案例剖析

例 1. 某商场开业,要为一段高 5m,长 13m 的楼梯铺上红地毯,问红地毯至少需要多少米?

**【解析】** 在楼梯上铺地毯,地毯的长度实际上是楼梯台阶的长度,楼梯台阶的长即为竖直距离与水平距离的和,所以本题应该为直角三角形的两直角边和的长.

**【答案】** 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 13^2 - 5^2 = 144$

所以  $BC = 12\text{m}$

即,红地毯的长应为  $12 + 5 = 17\text{m}$

**【温馨提示】** 计算楼梯台阶分成两部分,恰好是直角三角形的两直角边.

例 2. 一架 2.5m 长的梯子斜靠在一竖直的墙上,这时梯子底端距离墙角 0.7m,如果梯子的顶端沿墙下滑 0.4m,那么梯子底端移动的距离是多少?

**【解析】** 要知道梯子移动多远,就是求如图  $OD - OB$  的长.

**【答案】** 在  $\text{Rt}\triangle ABO$  中,  $OA^2 = AB^2 - OB^2 = 2.5^2 - 0.7^2 = 2.4^2$

所以,  $OA = 2.4$ ,  $OC = 2.4 - 0.4 = 2$

在  $\text{Rt}\triangle OCD$  中,  $OD^2 = DC^2 - OC^2 = 2.5^2 - 2^2 = 1.5^2$ , 所以,  $OD = 1.5$

所以,  $BD = OD - OB = 1.5 - 0.7 = 0.8$

答:梯子底端移动 0.8m.

**【温馨提示】** 梯子下滑过程中,梯子长度不变,然后在不同的直角三角形中用勾股定理进行计算.

例 3. 小刚要外出旅游,他所带的行李箱长 40cm,宽 30cm,高 60cm,一把 70cm 长的雨伞能否装进这个行李箱?

**【解析】** 要判断雨伞能否装进这个行李箱,需通过计算比较  $AC'$  与雨伞的长度.

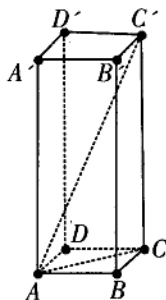
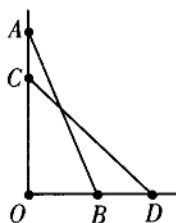
**【答案】** 连接  $AC$ ,  $AC'$  在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 40^2 + 30^2 = 50^2$

在  $\text{Rt}\triangle ACC'$  中,  $AC'^2 = AC^2 + CC'^2 = 2500 + 3600 = 6100 > 70^2$

所以,  $AC' > 70\text{cm}$ , 因此, 70cm 长的雨伞能装进这个行李箱.

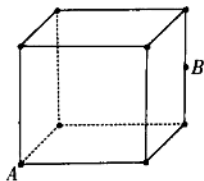
**【温馨提示】** 在立体图形中运用勾股定理时,要想到立体图形的展开图的形状找到直角边的长,这是常用的计算方法.



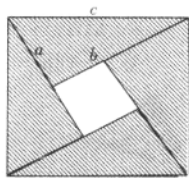
### 亲身体验

- 下列各组线段中,能够组成直角三角形的是( )  
A. 5, 6, 7      B. 1, 2, 3      C. 4, 5, 6      D. 3, 4, 5
- 若  $(a-5)^2 + (b-12)^2 + |c-13| = 0$ , 则由  $a, b, c$  三个数值构成的三角形是( )  
A. 锐角三角形    B. 直角三角形    C. 钝角三角形    D. 等腰三角形
- 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 12$ ,  $AB = 20$ , 则三角形面积  $S =$  \_\_\_\_\_.
- $\text{Rt}\triangle ABC$  的斜边长为 13, 面积为 30, 则两直角边的长为 \_\_\_\_\_.

5. 有一个圆柱形透明的玻璃杯,由内部测得其底面半径为 3cm,高为 8cm,今有一支 12cm 的吸管斜放于杯中,若不考虑吸管的粗细,则吸管露出杯口的长度最少为 \_\_\_\_\_
6. 如图,一长方体木块长、宽、高分别为 20cm、4cm、14cm,一只蚂蚁从 A 点出发,爬到 B 点(B 为高的中点),最短路程为多少?

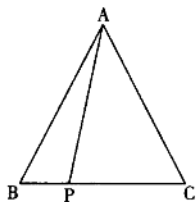


7. 如图,是 2002 世界数学大会的会标图.它由边长为  $C$  的大正方形和 4 个以  $a$  和  $b$  为直角边的全等直角三角形,再加上中间以  $(a-b)$  为边长的小正方形构成,它像一个转动的风车(表示中国特色),这是三国时期赵爽的“弦图”,你能用此图验证勾股定理吗?



### 知识拓展

如图,在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $P$  为  $BC$  上任意一点,请用学过的知识说明:  $AB^2 - AP^2 = PB \times PC$ .



# 第二章 实数

## 第一节 数怎么又不够用了



### 目标导航

1. 通过拼图活动,让学生感受无理数产生的实际背景和引入的必要性.
2. 借助计算器探索无限循环小数,并从中体会无限逼近的思想.
3. 会判断一个数是有理数还是无理数.



### 知识梳理

#### 1. 什么是无理数?

无理数是无限不循环小数,如  $\pi=3.1415926\cdots$

面积为 2 的正方形的边长为  $1.4142\cdots$ ,又如  $1.010010001\cdots$

(相邻两个 1 之间零的个数逐次增加 1),它也是一个无理数.

无理数常有三种出现形式:①与  $\pi$  有关的,如  $-2\pi, 4.5\pi\cdots$ ②开方开不尽的数,如  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{6}\cdots$ ;③列举,如  $1.020020002\cdots, 0.123456\cdots$

#### 2. 哪些数是有理数?

- (1)所有整数都是有理数.
- (2)有限小数是有理数,如 2.21
- (3)无限循环小数是有理数,如  $0.333\cdots$

因此,有理数  $\left\{ \begin{array}{l} \text{整数} \\ \text{有限小数} \\ \text{无限循环小数} \end{array} \right.$

由于有限小数和无限循环小数都可以写成分数,所以有理数可以划分为整数与分数.



### 案例剖析

例 1. 面积为 5 的正方形的边长为  $a$ ,

(1)  $a$  的整数部分是几?

(2) 借助计算器探索  $a$  的十分位是几? 百分位是几? 千分位是几?

**【解析】** (1) 于  $4 < 5 < 9$ , 面积为 4 的正方形边长为 2, 面积为 9 的正方形边长为 3, 因此面积为 5 的正方形边长  $a$  在 2 与 3 之间, 即  $2 < a < 3$ ;

(2) 助计算器知:

当  $2.2 < a < 2.3$  时, 即  $4.84 < a^2 < 5.29$

所以,  $a$  的十分位是 2, 即  $a \approx 2.2$ .

**【答案】** (1)  $a$  的整数部分为 2;

(2)  $a$  的十分位是 2;  $a \approx 2.2$ ;

$a$  的百分位是 3;  $a \approx 2.23$ ;

$a$  的千分位是 6;  $a \approx 2.236$ .

**【温馨提示】**  $a$  是一个无限不循环小数.

例 2. 在以下所列各数中, 哪些是有理数? 哪些是无理数?

$-3, 3.14, \frac{1}{2}, 0, 1010010001, \frac{\pi}{2}, 2.33333\cdots, 2020020002\cdots$ , 面积为 5 的正方形边长  $a$ .

**【解析】** 分清有理数与无理数的关键是:

无理数是无限不循环小数, 有理数是整数、有限小数、无限循环小数.

**【答案】** 有理数有:  $-3, \frac{1}{2}, 3.14, 0, 1010010001, 2.33333\cdots$

无理数有:  $\frac{\pi}{2}, 2020020002\cdots$ , 面积为 5 的正方形边长  $a$

**【温馨提示】** 分数是有理数.

例 3. 如图 1-1, 每个小正方形的边长为 1, 四边形  $AB, CD$  的对角线  $AC, BD$  相交于  $O$ , 试说明  $AB, BC, CD, DA$  和对角线  $AC, BD$  的长度哪些是有理数, 哪些不是有理数.

**【解析】** 运用勾股定理, 计算可得,

$AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ ,  $AB = 5$  是有理数

$BC^2 = 3^2 + 3^2 = 18$ , 不是一个完全平方数, 所以  $BC$  不是有理数. 其它同理

**【答案】**  $AB, BD, AD$  的长度是有理数

$BC, CD, AC$  的长度不是有理数

**【温馨提示】** 每一个小方格正方形边长 1, 因此在方格线上的线段  $AC, BD$  等直接可以得到长度, 而其它方格点所连接的线段长度可以通过直角三角形勾股定理解决.

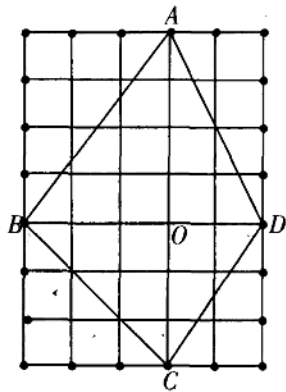


图 1-1



### 亲身体验

1. 在等式  $x^2 = 3$  中, 下列说法中正确的是( )

A.  $x$  可能是整数

B.  $x$  可能是分数

C.  $x$  可能是有理数

D.  $x$  不是有理数

2. 在数  $0.222, 2.525252\dots, \pi-3, 1.1351335\dots$  (相邻两个 1 之间 3 的个数逐次加 1), 其中无理数的个数为( )  
 A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个
3. 下列说法:  
 无理数是开方开不尽的数.  
 无限数是无限小数.  
 无理数包括正无理数, 零和负无理数.  
 无理数可以用数轴上的点来表示, 其中正确的个数是( )  
 A. 0                          B. 1                          C. 2                          D. 3
4.  $a$  是无理数,  $b$  也是无理数,  $a+b$  一定为( )  
 A. 有理数                      B. 无理数                      C. 无理数或 0                      D. 不确定
5. 求出下图 1-2 中直角三角形未知边的长度; 求  $x$  的值.

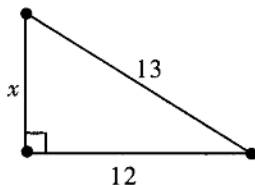
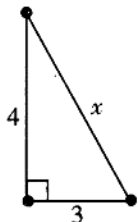


图 1-2

6. 如图 1-3, 是由 16 个边长为 1 的小正方形拼成的, 任意连接这些小正方形的若干个顶点, 可得到一些线段. 试分别找出两条长度是有理数的线段和两条长度不是有理数的线段.

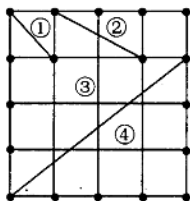


图 1-3

7. ①小亮想为班级设计一张长 3 米, 宽 1 米的长方形板报, 这张长方形板报的对角线长为  $x$  米,  $x$  是有理数吗? 你怎么想的?  
 ②估计  $x$  的值(结果精确到十分位), 并用计算器验证你的估计.





## 知识拓展

## 季米特洛夫的正负号

著名的国际工人运动活动家季米特洛夫在评价一天的工作时说：“要利用时间，思考一天一天之中做了些什么，是‘正号’还是‘负号’，倘若是‘+’，则进步；倘若是‘-’，就得吸取教训，采取措施。”

## 第二节 平方根



## 目标导航

1. 了解数的算术平方根、平方根的概念，会用根号表示一个数的算术平方根和平方根.
2. 了解平方根与乘方是互逆运算关系，会利用这个互逆运算关系，求某些非负数的算术平方根和平方根.



## 知识梳理

1. 什么叫数  $a$  的算术平方根？  
一般地，如果一个正数  $x$  的平方等于  $a$ ，即  $x^2 = a$ ，那么正数  $x$  叫做  $a$  的算术平方根，记作  $\sqrt{a}$ .
2. 怎样求一个非负数  $a$  的算术平方根？  
可以先找一个非负数  $x$ ，使  $x^2 = a$ ，则  $x$  就是  $a$  的算术平方根.
3. 什么叫数  $a$  的平方根？数  $a$  的平方根有几个？  
一般地，如果一个数  $x$  的平方等于  $a$ ，即  $x^2 = a$ ，那么  $x$  就叫做  $a$  的平方根.  
一个正数  $a$ ，有两个平方根，记作  $\pm\sqrt{a}$ ，两个平方根互为相反数；0 有一个平方根 0，负数没有平方根.
4. 什么叫开平方？与平方运算有何关系？求一个数  $a$  的平方根过程叫做开平方，其中  $a$  叫做开方数；开平方运算与平方运算互为逆运算.
5. 负数没有平方根，故  $\sqrt{a}$ ，当  $a \geq 0$  时有意义.