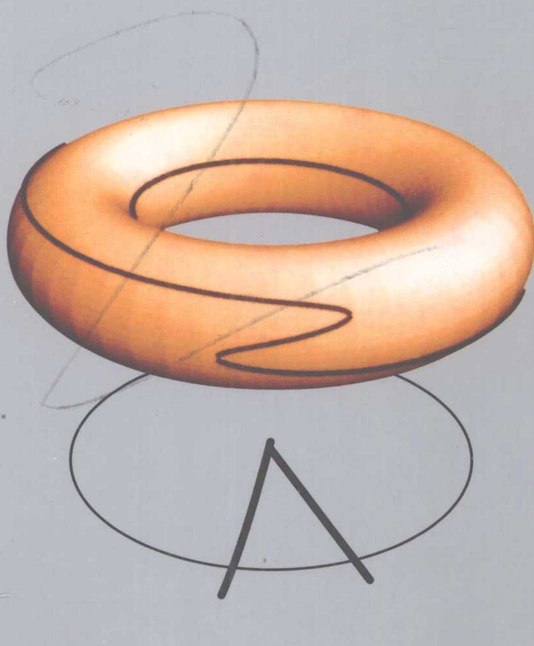
GEOMETRIC FUNDAMENTALS OF ROBOTICS (Second Edition)

机器人学的几何基础（第2版）

（英）J. M. Selig 著
杨向东 译



清华大学出版社

GEOMETRIC FUNDAMENTALS OF ROBOTICS (Second Edition)

机器人学的几何基础（第2版）

（英）J. M. Selig 著

杨向东 译

清华大学出版社

北京

北京市版权局著作权合同登记号 图字：01-2007-2042

图书在版编目（CIP）数据

机器人学的几何基础：第2版/(英)斯利格(Selig, J. M.)著；杨向东译. —北京：清华大学出版社，2008.7
书名原文：Geometric Fundamentals of Robotics
ISBN 978-7-302-17663-3

Ⅰ. 机…　Ⅱ. ①斯…　②杨…　Ⅲ. 机器人学：几何学　Ⅳ. TP24　O18

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第073857号

责任编辑： 张秋玲
责任校对： 王淑云
责任印制： 孟凡玉

出版发行： 清华大学出版社　　**地　址：** 北京清华大学学研大厦A座
http://www.tup.com.cn　　**邮　编：** 100084
社 总 机： 010-62770175　　**邮　购：** 010-62786544
投稿与读者服务： 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈： 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者： 北京市昌平环球印刷厂
经　销： 全国新华书店
开　本： 153×235　**印　张：** 23.5　**字　数：** 392千字
版　次： 2008年7月第1版　**印　次：** 2008年7月第1次印刷
印　数： 1～3000
定　价： 49.80元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话：010-62770177转3103　　产品编号：024888-01

序 言

机器人学是涉及研究机器人的机构学、系统建模、控制方法与智能原理等方面的科学理论与方法，是支撑机器人技术及其应用发展的基础理论学说. 但是，随着机器人应用范围的广泛拓展，特别是几何结构更加复杂、智能程度更高、功能和性能要求更加丰富和苛刻、需要与人类实现更加光滑融合的仿人、服务、医疗与军用等各种特种机器人的出现与初步应用，机器人领域的基础理论研究已经严重地落后于技术与应用的进步. 面对这样的挑战，现代机器人学如何解决发展中提出的理论新问题，是全球机器人学者正在积极致力的研究方向之一.

在机器人学面临的诸多挑战中，引入新的数学工具，简洁和明确地描述先进机器人的复杂几何问题，从而提出其系统数学建模方法，是需要首先研究的问题. 著名学者 J. M. Selig 教授的《机器人学的几何基础》一书正是这样一部系统地将现代数学工具——李群及其李代数引入机器人的几何描述和数学建模问题的优秀专著. 因此，我希望杨向东副教授翻译的这本现代机器人学专著中文本的出版，将有利于提高中国热爱机器人事业的研究人员和研究生的机器人理论水平，并对推动我国先进机器人理论与技术的研究和教学做出有益的贡献.

陈 恳 博士、教授

清华大学制造所所长、机器人及其自动化研究室主任

2008 年 5 月于清华园

译者序

机器人技术的发展不断地推进机器人学基础理论的发展.特别是机器人技术应用的新的领域,往往会带来崭新的问题,由此引发机器人学的重大发展.从20世纪末开始,更多的数学建模方法出现在机器人学的研究中.这些方法促使众多的研究人员将它们推广到更广泛的领域,并取得重要的研究成果.这已经成为机器人学中值得关注的趋势.

新的建模方法已构成机器人学理论体系的重要组成部分.但目前系统介绍这些新方法的专著非常少.即使近年出版的机器人学方面的专著,也只是在传统机器人学的基础上增加了部分李群和旋量理论基本概念和描述方法的介绍.这就使得读者难以系统全面地了解新的理论体系,从而极大制约了机器人学理论的发展. J. M. Selig 教授撰写的 *Geometric Fundamentals of Robotics*(《机器人学的几何基础》)完全脱离了传统机器人学的框架,以几何学描述为基本平台,介绍了一种崭新的机器人学理论体系和方法.在本书的第1章作者明确指出:机器人学的研究对象是刚体运动以及它的抽象数学模型刚体运动群 $SE(3)$(这是传统机器人学中没有的概念),全书围绕 $SE(3)$的几何特性和数学描述方法展开.正是这种研究对象的变化吸引我阅读此书,而书中的内容更使我产生了将它译成中文的冲动.

书中涉及的数学知识非常广泛,而且许多都超出了我国工科教育的数学教学内容.因此阅读此书并能深刻理解相关的内容,对于从事机器人学研究的科研工作者是一个挑战.但是当你战胜这个挑战时,我想一定会有一种"无限风光在险峰"的感觉.我希望本书的翻译工作能为我国机器人学的研究工作尽微薄之力.

为方便读者阅读,在中译本中对一些问题增加了注释,同时对原书中的一些笔误之处做了更正.

本书的翻译工作得到了清华大学精密仪器与机械学系陈恳教授的大力支持和鼓励,在此表示衷心感谢!在翻译过程中,清华大学出版社的张秋玲编审给予了多方面的协助和指导,在此深表谢意!硕士研究生聂澄辉、王鸿博阅读了书中的部分内容,并提出了修改建议.此外许多同事和研究生都给予了大力协助,在此一并表示感谢.

本书的翻译工作是国家自然科学基金项目："用于超声引导微波消融治疗肝癌的机器人系统及关键技术研究"（编号：50675109）基础研究工作的重要组成部分，在此对国家自然科学基金会的支持表示感谢！

本书的许多内容对于我也是崭新的知识，限于水平，难免有错误与不当之处，敬请读者批评指正.

杨向东

yangxd@tsinghua.edu.cn

2008年2月27日于清华园

前言

本书是早期工作——1996 年 Springer-Verlag 出版的 *Geometrical Methods in Robotics* 的扩展和修订版. 我非常高兴有这次出版机会,它包含许多修订和新增内容. 新的两章和一些新的节所涉及的新增内容,反映了该领域过去几年的新进展,还有一些内容是在前期工作中遗漏的.

与前一版相同,本书的目标是将李群以及与之相关的代数和几何概念介绍给机器人学的研究者. 我希望这些方法所蕴含的力量和精确在应用到机器人学的问题时仍能得以清晰体现. 如今 Ball 的开创性工作已被人们所熟悉,但是 Study 及其同事们的工作还没有引起广泛的重视,至少在讲英语的国家是这样的. 这本书也希望引起广大读者对他们的一些工作的关注.

在第 1～4 章,给出了李群及其李代数理论的详细介绍. 为了说明这些概念所使用的例子,除最简单的以外均来自于机器人学. 所以,与多数标准的李群教科书不同,本书的重点放在非半单群——固有三维欧几里得运动群. 特别是,找出了这个群的连续子群,而且将它们的李代数的元素与 Reuleaux 低副曲面联系起来. 这些曲面由 Reuleaux 在 19 世纪下半叶首先提出. 它使我们能将李代数元素与各种基础机械关节联系起来. 这些关节所允许的运动,就是由相应李代数元素产生的单参数子群. 对于旋转和刚体运动群,本书给出了指数映射及其导数的详细分析.

第 5 章考虑某些几何学问题,它们是机器人学和机构学的基础. 在第 4 章中介绍使用李代数元素的指数描述机器人运动学,这些想法被进一步推广,从而简化运动学的某些标准结果. 本章考虑三关节手腕和三关节定位机械臂的运动学.

第 6 章介绍直纹曲面和线聚的某些经典理论. 这些内容也受益于李代数的思想. 在机器人学中最重要的直纹曲面是圆柱双曲面和柱形面. 本章将给出这些曲面的完整描述.

第 7 章介绍群表示论. 重点再一次放在固有欧几里得运动群. 在机器人学中使用了这种群的许多种表示. 由此带来的一个好处是能够得到"转移原理"的简洁叙述和证明,而此前这个原理在机构学领域处于"民

间法则”的状态.

Ball 的旋量理论构成本书多数内容的基础. Ball 的论文发表于 20 世纪初，稍早于李(Lie)和 Cartan 在连续群方面的研究工作. Ball 提出的无穷小旋量能被看作是固有欧几里得运动群的李代数元素. 在第 8 章中研究了旋量系中这个李代数的线性子空间，而且，使用群论的方法推导了旋量系的 Gibson-Hunt 分类.

第 9 章介绍克利福德代数. 本章的注意力围绕关于固有欧几里得运动群的克利福德代数展开深入研究. 这是退化的双线性型的克利福德代数，这些内容在标准的数学文献中也算是比较深奥的. 这个代数是进行群及其某些几何表示计算的非常有效的工具. 而且，它使我们能够定义 Study 二次曲面，这是一种包含固有欧几里得运动群元素的代数簇.

第 10 章将更详细地研究克利福德代数. 本章讲述了在这个代数下如何描述点、线、面，以及几何运算在这种代数下如何用代数运算建模. 这个结论被用于分析 6 自由度工业机器人的运动学，而且证明了关于逆运动学可解性的机器人设计的重要定理.

在第 11 章更加全面地研究了 Study 二次曲面，其子空间和商被进一步深入分析. 簇的相交理论被引入，并用于解决某些简单的枚举问题，例如一般 6-R 机器人的姿态数量.

第 12～14 章包含机器人的静力学和动力学. 力旋量(也就是力-力矩向量)空间被看作是李代数的对偶空间. 它能够方便地得到机器人学中某些标准问题的简单描述，特别是夹持固体物体的问题. 群论对于分离出没有摩擦力时不能完全固定的曲面提供了帮助. 它们就是 Reuleaux 低副曲面.

为了处理机器人动力学，需要研究刚体的惯性性质. 在标准的动力学教材中，质心的运动和绕质心的转动被分别处理. 对于机器人采用 6 维描述更方便，而无须分离转动和平移运动. 这将得到一个 6×6 的刚体惯性矩阵，而且还能够对一些源于 Ball 的思想给出现代的说明，例如，共轭旋量和惯性主旋量. 机器人动力学的标准理论介绍了两种方法：其一是简单的牛顿型方法；另一种是使用拉格朗日动力学. 拉格朗日方法能够应用于机器人终端执行器微小振动的简单分析，而且引入了 Ball 提出的调和旋量. 所使用的公式的简洁形式意味着简单机器人的运动方程能够非常方便地进行研究. 这个优点被应用于机器人设计的研究，其目的是简化机器人的动力学，对于这个问题提出了一些方法.

具有终端执行器约束的机器人动力学和具有星形结构机器人的动力学也进行了研究，得到了并联机器人动力学的描述，并提供了一些简

单的示例.

在第 15 章,介绍了微分几何的某些更深入的应用.研究了 3 个应用领域:过约束机构的活动度、沿测地线路径的机器人控制以及混合控制.

尽管本书的第一版并不想成为“机器人几何学”的百科全书,然而近几年这一领域发展得非常快,因此已无法在原书目录基础上进行修订.本书选择内容的原则基于前几章概述的方法,基本上是微分几何的基础知识.

但是有一个省略的方面我还希望提一下,这就是机器人视觉.机器人视觉的核心问题之一是使用来自于图像的信息求解摄像机经历的刚体运动.在这一领域还有许多其他吸引人的几何问题,请参考 Kanatani 的文献[61].我感觉这个领域非常广阔,而且具有非常特殊的问题,值得我们单独处理.

许多读者指出了本书第一版中的一些错误,在此我向他们表示谢意,特别要感谢 Charles Wampler, Andreas Ruf 和 Ross McAree.在 2002 年 Pertti Lounesto 不幸去世前我曾与他短暂相聚.非常荣幸,他指出了在第一版克利福德代数一章中存在的错误.他希望利用他的广博知识和才华解决机器人学中的数学问题,这个计划被不幸地终止了.

我怀着沉痛的心情告知各位读者,Ken Hunt 和 Joe Duffy 在 2002 年去世.他们为机器人学和运动学做出了重要贡献,他们的去世是重大的损失.

London 2003

J. M. Selig

seligjm@lsbu. ac. uk

目　录

第1章 引言

1.1 机器人学的基础理论

2000年5月,美国国家科学基金会在弗吉尼亚州阿灵顿主持召开主题为"数学与机器人学之间的相互影响"的会议.在美国的许多一流专家讨论了机器人学中数学的重要性以及机器人学问题在数学发展中起的作用.专家们对于他们认为重要的和有研究价值的问题给出了广泛的总结.他们提出的很长的问题清单,其中涉及许多数学分支和机器人学的众多领域.

机器人学是实践性的学科.建立一个非常复杂的机械系统,需要将计算机控制与机电驱动装置和传感器结合起来,这个任务已超出了工程师的能力.这个领域中的任何理论都应该考虑针对实际的机械装置是实用可行的.然而,在该领域中理论显然承担着重要的角色.

当然,根据定义,理论总是没有实用价值的,否则它就不是理论.然而,毫无疑问,所有的学科都需要坚实的理论基础.一个现实存在的问题是,机器人学的理论基础是完全独立的还是只是由构成机器人学的各学科所使用的一般理论的一部分构成的呢?我们无法明确区分机器人机构的理论与机构一般理论之间的区别.但是,关于机器人学有一些特殊的内容,这就是刚体运动群 $SE(3)$ 的重要价值.这既不是说不包含这个群的理论就不是机器人学,也不意味着其他学科不能有效地使用这个群.只是我发现,它成为贯穿于机器人学众多领域的重要主题:机器人的连杆实际上不是刚体,但是它们可以近似地看作刚体;机器人关节允许的运动是刚体运动;机器人终端执行器携带的载荷通常是刚体;机器人运动学、动力学和控制的标准分析方法都表现出刚体的处理方法.

这本书的中心内容是论述刚体运动群 $SE(3)$ 的几何学及其在机器人学中的应用.在介绍这些内容之前,我们先了解一些历史和背景知识.

1.2 机器人与机构

尽管现代工业机器人只出现几十年，但作为其祖先的机构和连杆机构已具有悠久的历史. 实际上，像起重设备以及其他升降装置这样的例子是人类使用的最早的机械之一.

这些机械由刚性连杆组成，连杆通过关节连接. 可以认为这些装置的灵感来自于动物的骨骼. 这样的机构缓慢然而持续地完善与创新的过程在历史进程中不懈地进行着，并且遍布世界各地. 但是，在 18 世纪晚期欧洲工业革命对机械装置产生了巨大的需求，这种需求超过了当时解决问题的能力.

当时最紧迫的问题之一是如何将活塞发动机产生的往复运动转换成旋转运动. 包括瓦特在内的许多人提出了近似直线连杆机构. 然而直到 1864 年，法国海军军官 Peaucellier 发明了一个八杆机构，这项工作才得以准确地完成. 到了那时加工方法变得更加精确，润滑技术也得到改进，因此发明的应用价值已经不存在了. 但是这个机构引起了数学家的兴趣，因为这个设计方便地适用于机械式地计算反曲线. 因此它可以被用于“反演几何学”的研究. 同时也提出了一个问题：什么样的曲线能够用连杆机构绘制？

1876 年，伦敦的律师（也是业余数学家）Kempe 证明了所有的代数曲线都能由机构描绘. 随后，Koenigs 证明了关于空间曲线的类似的定理. 几乎同时，许多数学家对机构学产生了兴趣，例如 Chebychev，Schonflies 和 Darboux 等. 从那时起研究最透彻或许仍需继续研究的机构是四杆机构. 这种装置是一种特殊的设计单元，在机械工程中无处不在. 它被应用于从门的铰链到高速列车的倾摆机构等众多方面. 尽管如此，关于这种机构的几何学性能仍有某些未解决的问题.

数学家们还对更一般的问题产生了兴趣. 克利福德（Clifford）发展了几何代数学，建立了哈密顿四元数模型.

进入 20 世纪，Ball 发展了旋量理论，用于处理无穷小刚体运动，主要用于研究涉及静力学和动力学的问题.

随后，Study 考虑了所有有限刚体运动集合的几何学. 为了这项工作他发明了对偶四元数，这个概念既能够描述平移也可以描述转动.

第一次世界大战之后，数学家们似乎对机构的研究产生了厌烦. 虽然有一些著名的特例，如 Thurston 和 Weeks 在文献[120]中列举的一