基于能量的非线性微分代数系统控制及其应用

刘艳红 著

西北大学出版社

基于能量的非线性微分代数系统控制及其应用

刘艳红 著

西北大学出版社

内容提要

非线性微分代数系统具有奇异性、动态行为高度复杂性等特点，同时又具有鲜明的结构特征.本书主要以能够充分体现系统结构特点的非线性微分代数系统的耗散 Hamilton 实现为基础，以基于能量的 Hamilton 函数分析与设计方法为核心，研究系统的镇定和鲁棒控制理论与方法，具体内容包括非线性微分代数系统的耗散 Hamilton 实现的条件和步骤、基于耗散实现的系统稳定性分析、镇定控制器设计、L_2 干扰抑制、H_∞鲁棒控制问题以及电力系统高性能励磁控制研究.绪论和结论部分全面综述了近年来在非线性微分代数系统分析和控制研究方面所取得的主要进展，探讨了基于能量的非线性微分代数系统研究方面存在的主要问题.

本书的读者对象为从事控制科学、工程技术以及相关学科的科研人员和高等学校的教师、研究生、高年级学生等.

图书在版编目（CIP）数据

基于能量的非线性微分代数系统控制及其应用/刘艳红著.一西安：西北大学出版社，2007.7
ISBN 978-7-5604-2355-5

I.基… II.刘… III.微分代数-非线性控制系统-研究 IV.TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 119373 号

出版发行：西北大学出版社	开　本：787×960　1/16
经　销：各地新华书店	印　张：6.75
印　刷：黄委会勘测规划设计研究院印刷厂	字　数：125 千字
版　次：2007 年 7 月第 1 版	定　价：15.00 元
印　次：2007 年 7 月第 1 次印刷	书　号：ISBN 978-7-5604-2355-5

前　言

非线性微分代数系统是一类更具一般性的系统模型，在电力系统、受限机械系统、机器人系统和化工过程等分层复杂系统中大量存在．其中，微分方程刻画了系统的动态行为，而代数方程描述了系统在运行过程中必须遵循的能量（功率）平衡、力（矩）平衡和物流平衡等约束．正是这种独特的结构特性决定了非线性微分代数系统不同于纯微分方程系统的奇异性和行为复杂性．经过 30 多年的研究，非线性微分代数系统理论已经发展成为非线性系统理论中的一个重要分支．

镇定和鲁棒控制是非线性微分代数系统控制理论中的两个重要研究课题．由于代数约束方程和隐动态代数变量的存在，非线性微分代数系统的状态空间被奇异面分割成多个连通区域，各区域具有独立的稳定域、不稳定域和稳定极限集．目前，国内外学者采用多种方法对运行在某区域内部（即满足指数 1 条件）的非线性微分代数系统的镇定和鲁棒控制问题进行了大量研究，取得了许多成果．非线性微分代数系统具有奇异性、行为高度复杂性等特点，同时又具有鲜明的结构特征．为了在分析和控制中充分利用非线性微分代数系统的结构特点，本书以能够体现系统内在广义能量平衡条件的非线性微分代数系统耗散 Hamilton 实现为基础，以基于能量的 Hamilton 函数分析和设计方法为核心，研究非线性微分代数系统的镇定和鲁棒控制问题．

首先，本书研究了非线性微分代数系统的耗散 Hamilton 实现问题，结合微分代数系统内在的广义能量平衡特性，提出了一种 Hamilton 实现结构形式，分析了该实现结构的性质，给出了完成 Hamilton 实现的条件和步骤．其次，基于能量方法研究了非线性微分代数系统的镇定问题，对完成 Hamilton 实现的非线性微分代数系统设计了镇定控制器；对未完成 Hamilton 实现或者 Hamilton 实现不具有期望结构的非线性微分代数系统，给出了反馈耗散 Hamilton 实现的条件以及镇定控制律的构造方法．最后，对包含外部扰动的非线性微分代数系统，基于 Hamilton 实现研究了鲁棒控制问题，将非线性微分代数系统的 L_2 增益分析问题在一定条件下归结为 Hamilton-Jacobi 不等式的求解问题，证明了基于 Hamilton 函数能够方便构造出 Hamilton-Jacobi 不等式的解，并分别设计了系统的 L_2 干扰抑制和 H_∞ 鲁棒控制器．

作为上述理论研究成果的应用，本书还研究了一类多机多负荷电力系统的励磁控制问题．电力系统是由原动机、发电机组、新型电力电子装置、电动机群组成的动态系统和由电力网络和功率平衡条件决定的静态系统共同构成的一类非线性、高维、多层动态复杂大系统．非线性微分代数系统是其恰当的数学

描述.随着区域电网互联的不断发展及现代输电系统负荷用电密度的不断增加，电力系统比以往更接近其稳定运行极限，通过先进控制手段提高电力系统的综合暂态稳定性和安全稳定运行水平成为控制理论界和工程界研究人员共同面对的课题．由于电力系统模型的结构特性，利用常规控制手段和经典非线性控制理论难以满足电力系统的高性能控制和高质量运行要求，迫切需要发展针对电力系统非线性微分代数模型的分析理论和控制方法．首先证明经变量替换非线性微分代数模型电力系统能够完成常值 Hamilton 实现；其次通过预置状态反馈和能量函数重构两种方式实现平衡点调节；最后基于系统的 Hamilton 实现构造了系统的分散励磁镇定控制器和 L_2 干扰抑制控制器.在电力系统专用仿真平台上的仿真结果证明了这些控制方案能有效提高系统的动态性能．

全书共六章，涵盖了近年来作者在基于能量的非线性微分代数系统分析与控制研究方面所取得的理论成果．第 1 章“绪论”回顾了非线性微分代数系统分析与控制研究方面所取得的主要进展和面临的问题，同时简要介绍了基于能量的非线性系统控制方法及其研究进展．第 2 章结合非线性微分代数系统的结构特点，研究了其耗散 Hamilton 实现问题．第 3 章基于能量方法分别研究了非线性微分代数系统的镇定和鲁棒控制问题．第 4 章和第 5 章研究了包含非线性负荷的电力系统的非线性励磁控制问题．第 6 章对全文工作进行了总结并对进一步研究工作进行了展望．

感谢清华大学李春文教授、山东大学王玉振教授、Princeton 大学吴热冰博士后以及清华大学自动化系控制理论与技术研究所非线性控制理论研究室汤洪海博士、郑雪生博士等为本书提出的中肯的意见和建议．感谢国家重大基础研究（973）基金项目、清华大学信息学院 985 项目和郑州大学博士科研启动基金的资助．

由于作者水平有限，书中难免有不当乃至错误之处，热诚欢迎广大读者批评指正．

刘艳红

2007 年 4 月于郑州大学

目 录

第 1 章 绪论 1
1.1 非线性微分代数系统的研究背景 1
1.2 非线性微分代数系统的特点 2
1.3 非线性微分代数系统分析 5
1.4 非线性微分代数系统控制 7
1.5 基于微分代数系统模型的电力系统分析与控制 9
1.6 基于能量的非线性系统分析与控制及其研究现状 13
1.7 本书的研究内容 14
第 2 章 非线性微分代数系统的 Hamilton 实现 16
2.1 引言 16
2.2 Hamilton 系统及能量平衡方程 17
2.3 非线性微分代数系统的 Hamilton 实现结构 19
2.4 非线性微分代数 Hamilton 实现系统的性质 21
2.5 非线性微分代数系统耗散 Hamilton 实现的条件和步骤 25
2.6 非线性微分代数系统常值 Hamilton 实现的充分条件 27
2.7 单机单负荷电力系统的常值 Hamilton 实现 30
2.8 本章小结 36
第 3 章 基于能量的非线性微分代数系统镇定和鲁棒控制 37
3.1 引言 37
3.2 非线性微分代数系统反馈镇定 38
3.2.1 非线性微分代数系统的 LaSalle 不变集原理 38
3.2.2 非线性微分代数系统镇定 I 38
3.2.3 非线性微分代数系统镇定 II 41
3.3 非线性微分代数系统的 L_2 增益分析 42
3.4 非线性微分代数系统的 H_∞ 鲁棒控制 44
3.5 非线性微分代数系统的 L_2 干扰抑制控制 47
3.6 本章小结 49

第 4 章 多机多负荷电力系统基于能量的励磁控制 50
4.1 引言 50
4.2 多机多负荷电力系统模型 51
4.3 多机多负荷电力系统的常值 Hamilton 实现 53
4.3.1 Hamilton 实现条件的验证 53
4.3.2 多机多负荷电力系统的 Hamilton 实现 58
4.4 多机多负荷电力系统的镇定控制器设计 60
4.5 系统仿真 64
4.6 本章小结 68
第 5 章 多机多负荷电力系统基于能量的 L_2 干扰抑制控制 69
5.1 引言 69
5.2 多机多负荷电力系统不确定模型 70
5.3 多机多负荷电力系统的 Hamilton 实现 71
5.4 多机多负荷电力系统 L_2 干扰抑制励磁控制器设计 74
5.5 系统仿真 77
5.6 本章小结 81
第 6 章 结论与展望 82
参考文献 85
附录 A 图索引 97
附录 B 仿真用电力系统参数 98

第1章 绪论

1.1 非线性微分代数系统的研究背景

随着工业系统规模的扩大以及科学研究的深入，非线性复杂系统受到越来越多的关注，并逐渐成为国际控制界的一个热点研究方向．很多非线性复杂系统，包括电力系统和复杂的电网络[1~5]、受限机械系统与机器人系统[6~8]、化工过程[9][10]、人口模型以及社会经济系统[11][12]等，都是由若干动态子系统和静态子系统通过强烈耦合构成的，各动态子系统除了分别具有各自的动态特性外，还与其他子系统存在复杂的联系和制约．由于动态子系统的特性一般用微分方程来描述，而静态子系统的特性以及各子系统之间的联系和制约用代数方程来描述，这些系统的数学模型需要表示为由微分方程和代数方程共同组成的混合模型

$$\begin{cases}\dot{x}=f(x,z,u,t),\\0=\sigma(x,z,u,t),\\y=h(x,z,u,t),\end{cases}\tag{1-1}$$

其中 $x\in X\subset R^n$ 称为状态变量，$z\in Z\subset R^s$ 称为代数变量，$u\in U\subset R^r$ 为控制输入，$y\in Y\subset R^m$ 为输出变量． $f(\cdot),\sigma(\cdot),h(\cdot)$ 是适当维数的向量函数．系统(1-1)称为微分代数系统．

更具一般性的微分代数系统模型为

$$\begin{cases}E\dot{x}=f(x,u,t),\\y=g(x,u,t),\end{cases}\tag{1-2}$$

或者

$$\begin{cases}F(\dot{x},x,u,t)=0,\\y=h(x,u,t),\end{cases}\tag{1-3}$$

其中，系统(1-2)中 $E\in R^{n\times n}$ 为奇异矩阵，(1-3)中雅可比（Jacobi）矩阵 $\partial F/\partial\dot{x}$ 为奇异矩阵．系统(1-2)与(1-3)分别称为半隐式和隐式微分代数系统．当 E 或 $\partial F/\partial\dot{x}$ 为非奇异矩阵时，微分代数系统就退化成微分方程系统．

在相关文献中，微分代数系统还被称为受限系统[1]、奇异系统[12]、广义系统[10][13]、描述变量系统[14]或半状态系统[15]等．这些称谓从不同侧面反映了微分代数系统模型的特点，表达了系统的复杂性．

微分代数系统是一种更具一般性的系统模型，它是在系统建模过程直接得

到的，其中的变量往往具有明确的物理意义．在对微分代数系统进行研究时，最直接的想法是通过模型化简将其转化为微分方程系统．遗憾的是，对非线性微分代数系统，模型化简并不总能实现．即使在特定条件下能够把微分代数系统化为微分方程系统，也会造成具有实际意义的变量的缺失，不利于对系统进行全面的分析和有效的控制．例如，在对电力系统稳定性分析和控制的研究中发现，虽然可以在恒阻抗负荷等假设下，通过消去母线电压变量而将电力系统模型化为微分方程系统，但是由于母线电压变量是衡量系统电压稳定性的主要变量，基于化简模型将无法有效分析系统电压稳定性．随着对电力系统稳定性问题认识的深入，人们发现电压稳定对电力系统的安全稳定运行起着关键作用，基于微分代数模型的电力系统研究日益受到重视[1][2]．

大量研究结果表明，由于代数约束方程的存在，微分代数系统会呈现出很多微分方程系统所不具有的现象和特点，例如在电路网络中观察到的脉冲和跳变现象，微分代数系统从低指数向高指数演变而产生的奇异诱导分岔现象等[1][16]．基于微分代数系统模型进行分析与控制研究可以更加深刻地揭示这些现象的本质．

从系统模型结构特点来看，微分代数系统能够反映实际系统中大量存在的分层现象：底层是系统的动态特性，上层是系统的静态特性和管理特性．所以微分代数系统理论也许是处理具有多级、多目标、多维数和多层次的大规模复杂系统的一个有力工具．

综上所述，现实世界已为微分代数系统的研究提供了深刻的物理背景和广泛的应用前景．目前，虽然线性微分代数系统的研究已经较为系统[17~20]，但非线性微分代数系统的研究却尚未充分展开，特别是在系统分析和控制中未能充分利用系统内在的结构特点．本书将以基于能量的 Hamilton 函数分析和设计方法为核心，以作者提出的能够体现系统内在广义能量平衡条件的非线性微分代数系统耗散 Hamilton 实现为基础，研究非线性微分代数系统的镇定和鲁棒控制问题，注重研究结果的物理意义，提出了一套既有理论意义又兼顾工程实用性的非线性微分代数系统的分析与设计方法．

1.2 非线性微分代数系统的特点

由于代数约束方程以及隐动态代数变量的存在，非线性微分代数系统具有许多不同于微分方程系统的特征，主要包括：

1．奇异性

奇异性是微分代数系统最重要的特性，可以用微分指数(Differential Index)来表征．所谓微分指数就是通过系统扩张把微分代数系统化为等价的微分方程

系统所需要的最少求导次数. 微分方程系统是指数为零的微分代数系统. 目前的研究结果表明指数 1 微分代数系统具有和微分方程系统类似的性质, 而指数大于 1 的微分代数系统 (高指数系统) 和微分方程系统有明显差别, 其动态行为也更加复杂.

2. 行为高度复杂性

非线性微分代数系统解的情况非常复杂, 具有无解、多解、唯一解等多种情况. 首先, 在求解过程中, 系统初始条件的确定不再是一个平凡问题, 必须满足所谓的一致初始条件, 该条件是根据约束方程或对其多次求导并经过复杂计算得到的, 求导次数的多少与微分代数系统的奇异性直接相关. 如果一致初始条件不能得到满足, 可能会导致系统无解, 或者迫使系统中部分状态发生跳变. 另外, 如果参数变化导致微分代数系统在运行过程由低指数向高指数转化, 会发生由于奇异性造成的分岔现象, 出现更为复杂的动态行为.

3. 非因果性

通俗地讲, 因果性是系统状态变量和输出变量依赖于当前和以前时刻的输入量值, 而非因果性是指系统中各变量不仅依赖于当前和以前时刻的输入变量, 还依赖以后时刻的输入量值. 对高指数微分代数系统, 如果代数约束方程依赖于输入量, 则系统某些状态变量响应中会出现输入量的微分, 导致非因果关系的产生.

4. 不具有全局稳定性

微分代数系统在状态空间中通过奇异面分割成多个连通的分支, 各连通的分支在交接的地方是奇异的, 而在每个连通分支内部则是非奇异的, 有各自的吸引域、稳定域、不稳定域以及稳定极限集等, 所以非线性微分代数系统不具备全局稳定性.

为了进一步说明非线性微分代数系统的特点, 下面将其与其他几种重要的系统模型进行比较.

1. 微分代数系统与微分方程系统

从模型特征上看, 隐式形式的非线性微分代数系统是微分方程系统和微分代数系统的通用表达形式. 两者之间的关系如表 1.1 所示.

表1.1 微分代数系统与微分方程系统

模型特征	数学表达式	系统类型
隐式	$F(\dot{x},x,t)=0$	$\partial F/\partial\dot{x}$ 非奇异：一般形式的微分方程系统 $\partial F/\partial\dot{x}$ 奇异：一般形式的微分代数系统
半隐式	$M(t)\dot{x}=f(x,t)$	$M(t)$ 非奇异：一般形式的微分方程系统 $M(t)$ 奇异：一般形式的微分代数系统
显式	$\dot{x}=f(x,t)$	$M(t)=I$，常见的微分方程系统
显式	$\begin{cases}\dot{x}=f(x,z,t)\\0=g(x,z,t)\end{cases}$	微分代数系统. 如果 $\partial g/\partial z$ 非奇异则系统是指数 1 的，否则为高指数系统

微分代数系统又被称为流形上的微分方程系统，两者之间的关系是显然的. 但是，微分代数系统无论在定性特性还是在结构上与微分方程系统都有本质的区别，不能简单地将微分代数系统看成是微分方程系统的隐描述[21][22]. 在对微分代数系统进行研究时，不仅要考虑其动态特性，还要考虑由于代数方程所确定的系统的静态特性.

2. 微分代数系统与非完整系统

微分代数系统和非完整系统都是受到约束作用的微分方程系统. 微分代数系统是受到代数方程约束的系统，这类约束可以看作几何约束，理论上能够通过消去冗余坐标将系统化为不受约束的系统. 非完整系统是系统中某些变量及其导数受到代数约束的一类微分方程系统[23~25]，这种约束是速度约束，不能通过积分化为几何约束.

3. 微分代数系统与奇异摄动系统

奇异摄动系统模型为

$$\begin{cases}\dot{x}=f(x,y,u),\\ \varepsilon\dot{y}=g(x,y,u),\end{cases}\tag{1-4}$$

其中 ε 为奇异摄动量. 当 $\varepsilon=0$ 时，奇异摄动系统就是微分代数系统，所以微分代数系统可以用来表示奇异摄动系统慢动态的特性[26]；反过来，在微分代数系统的分析中，也可以以充分小的奇异摄动量 ε 下的奇异摄动系统近似代替微分方程系统[27][28]. 但是，奇异摄动系统和微分方程系统之间也存在本质上的区别：对奇异摄动系统，ε 符号的不同将直接影响系统的动态行为，而无论 $g(x,y,u)$ 的符号如何，微分代数系统中代数约束流形可以保持不变；另外，奇异摄动系统可以具有全局稳定性和全局动态，而微分代数系统仅具有局部稳定性和局部动态.

1.3 非线性微分代数系统分析

1．非线性微分代数系统的解

非线性微分代数方程数值解是最早得到广泛研究的问题之一．由于微分方程数值求解方法需要借助插值方法和符号运算，常用的数值求解算法，包括 Euler 方法、Runger-Kutta 方法、Adam 方法甚至大型复杂微分方程系统的数值求解方法等，均难以应用到部分变量由隐式方程决定的微分代数系统的数值求解[29][30]．为了解决这个问题，Gear 首次将后向差分方法（BDF）应用于半隐式微分代数系统的求解．他将系统中状态变量和代数变量同等对待，通过将微分方程的求解与代数方程的求解结合起来迭代完成系统的求解[31]．之后经过 Gear，Petzold，Hairer，Wanner，Rheiboldt 等人的努力，微分代数系统数值解问题的研究取得了很大进展，并逐渐出现了专用求解软件．Petzold 等以 BDF 方法为基础，编制了可求解隐式指数 1 微分代数系统的软件 DASSL[30]．Lawrence Livermore 国家实验室也基于 BDF 方法开发了非线性微分代数系统求解软件 SUNDIALS[32]，该软件已被嵌入到著名的数值计算软件 Mathematica®中．Hairer 等则以隐式 Runger-Kutta 方法为基础，针对半隐式微分代数系统编制了数值求解软件 RADAu5[33]．目前的数值计算软件仅适用于指数较低的非线性微分代数系统，原因是随着微分指数的增加，数值稳定性会急剧下降．此外，对微分代数系统分析所特有的一致初始条件的确定问题，很多文献进行了讨论[30][32~34]．

在非线性微分代数系统解的性质的研究方面，Rheinboldt 根据流形上的微分方程理论，证明了一类微分代数系统连续解的存在唯一性[35]．Reich 阐述了微分代数方程和流形上的向量场之间的几何关系，并讨论了自治非线性微分代数系统存在唯一解的条件[36][37]．Liu 对自治仿射非线性微分代数系统以及包含输入变量的仿射非线性微分代数系统，通过坐标变换研究了系统存在唯一解的条件，并确定了系统初值应满足的条件[38][39]．

2．非线性微分代数系统的稳定性分析

微分代数系统中代数变量动态是由状态变量和代数方程（对高指数非线性微分代数系统，还包括代数方程的导数）隐式决定的，所以无法直接得到 Lyapunov 函数的导数，为系统稳定性分析带来了困难．综观目前的研究结果，非线性微分代数系统的主要稳定性分析方法可以归为以下几种：

（1）把微分代数系统局部归结为流形上的微分方程，即受限微分方程，发展出平行于常微分方程的理论．

具体地，对指数 1 自治非线性微分代数系统

$$\begin{cases}\dot{x}=f(x,z),\\0=g(x,z),\end{cases}\tag{1-5}$$

由于 $D_zg(x,z)$ 非奇异，系统可以化为下面受限微分方程系统

$$\begin{cases}\dot{x}=f(x,z),\\\dot{z}=-\left[D_zg(x,z)\right]^{-1}D_xg(x,z)f(x,z),\\0=g(x,z).\end{cases}\tag{1-6}$$

基于上述变换，陈伯山等给出了非线性微分代数系统的一般形式的 Lyapunov 函数，讨论了系统平凡解的稳定性判据和吸引域[40]．文献[41]及[42]基于非线性系统的稳定性分析结果分别研究了系统镇定和观测器设计问题，刘永清等则给出了非线性微分代数系统稳定以及渐近稳定的条件[43]．

（2）针对微分代数系统的特定形式，推广稳定性的概念，构造特殊的 Lyapunov 函数，研究各种特殊的稳定性问题．

Vaithianathan 等提出了一些适用于隐式非线性微分代数系统的 Lyapunov 稳定性概念[44]．利用这些概念，文献[45]证明了指数 1 非线性微分代数系统零解的稳定性和渐近稳定，文献[46]得出了指数 1 微分代数系统零解稳定性的一些判据，并利用这些结果解决了电力系统的一些稳定性问题．Hansheng Wu 等在假设系统存在唯一无脉冲解的条件下，研究了形如 $E\dot{x}=f(x)$ 的非线性微分代数系统的稳定性分析问题，给出了微分代数系统 Lyapunov 稳定性及渐近稳定性的定义[47][48]，并基于 $V(t,Ex)$ 形式的 Lyapunov 函数给出了稳定性和渐近稳定性定理．由于 Ex 代表系统中慢动态量，这种分析方法可称为慢子系统分析方法．对同样形式的非线性微分代数系统，He-Sheng Wang 等则通过假设 Lyapunov 函数满足所谓的对合条件，即 Lyapunov 函数的梯度向量满足 $\dfrac{\partial V}{\partial x}=\tilde{V}^T(x)E$ 以及 $E^T\tilde{V}_x=\tilde{V}_x^TE\geq 0$，得到了系统渐近稳定的条件[49]，但该对合条件会增加寻找合适的 Lyapunov 函数的难度．

虽然 Lyapunov 方法是进行系统分析的重要方法，但它不是构造性方法．除了对一些特殊系统能够找到 V 函数的构造方法之外，对一般非线性系统寻找合适的 Lyapunov 函数是非常困难的．为了克服上述困难，很多学者致力于研究如何放宽 Lyapunov 函数的选取条件，其中，重要且应用广泛的研究结果是 LaSalle 不变集原理．文献[49]将 LaSalle 不变集原理推广到了指数 1 非线性微分代数系统．

（3）用奇异摄动系统近似代替微分代数系统．

这种近似方法在电力系统稳定性分析中得到了大量应用[16][50]，但是微分代数系统和奇异摄动系统模型存在较大区别，而且奇异摄动的方式和奇异摄动的

大小对系统暂态过程都有较大影响.

1.4 非线性微分代数系统控制

目前文献中涉及的非线性微分代数系统控制问题很多，包括镇定、跟踪、解耦、观测器设计以及鲁棒、优化和自适应控制等，所采用的方法主要有反馈线性化方法、Lyapunov 方法以及变结构方法等，这些方法都是非线性系统控制方法在微分代数系统中的推广.

1. 基于反馈线性化的非线性微分代数系统控制研究

反馈线性化是非线性系统中一种重要的综合方法，包括精确反馈线性化方法，即微分几何方法[51][52]、直接反馈线性化[53]以及逆系统方法[54]等以及多种近似反馈线性化方法[55~57]. 对完成线性化后的系统，除了可以完成系统镇定之外，还可以通过分层控制策略或者分步设计方法完成鲁棒、优化以及自适应控制器的设计. 很多学者将反馈线性化方法推广到非线性微分代数系统，并在反馈线性化的基础上完成了镇定、解耦、鲁棒以及自适应控制等[58~79].

从目前非线性微分代数系统控制问题的研究结果来看，基于反馈线性化方法的研究占据着主导位置. 通过将非线性微分代数系统化为等价的微分方程系统，Zhu 等人将微分几何方法直接应用于系统的反馈线性化，完成了系统镇定[58]. Liu 等将受限动态算法（constrained dynamics algorithm）和零动态算法推广到仿射非线性系统，通过坐标变换完成了系统的输入输出线性化，并基于线性化系统设计了镇定控制器[59][60]；同时，Liu 等还将反馈线性化方法应用于微分代数系统的解耦控制[61][62]和跟踪控制[63]. Wang 等则推广了微分几何方法中李导数和李括号的概念，提出了 M 导数和 M 括号的概念，完成了非线性微分代数系统的反馈线性化[64]. 通过将代数约束表示为线性约束，文献[65]也成功实现了微分几何方法在非线性微分代数系统反馈线性化研究中的推广. 对多输入多输出系统，反馈线性化后的系统往往包含有零动态，而且零动态系统的稳定性决定系统的内部稳定性. Wang 等研究了非线性微分代数系统的零动态问题[66]. 对考虑外部扰动和参数不确定性的非线性微分代数系统，文献[67]采用反馈线性化和自适应控制方法给出了自适应控制器的设计方法. 为了解决状态变量不能直接测量问题，Nami Kidane 等研究了基于观测器的反馈线性化问题[68]. 作为反馈线性化方法的应用，受限机械系统[69]、机器人系统[7][70][71]以及电力系统[67][72~75]中若干控制问题得到了研究.

在基于可逆性的非线性微分代数系统的反馈线性化研究方面，文献[76]及[77]采用“待选逆系统”方法讨论了一般非线性微分代数系统的可逆性，将其应用于仿射非线性微分代数系统，给出了系统可逆的充要条件，并采用稳定逆

方法讨论了系统的渐近输出跟踪、模型匹配以及观测器设计等问题. 文献[78]采用逆系统方法研究了非仿射非线性微分代数系统的右可逆性以及线性化问题，文献[79]则研究了离散非线性微分代数系统的可逆性问题.

反馈线性化方法首先通过坐标变换和状态反馈消去系统中非线性项，从而将系统转换为线性系统，然后采用成熟的线性系统理论设计控制器使闭环系统具有期望的性能. 但是，反馈线性化方法也有其内在缺陷：采用这种控制方法可能会消去系统中原有的对稳定性和动态性能具有良好作用的非线性环节，增加反馈控制的力度，带来噪声放大等负面影响.

2. 基于 Lyapunov 方法的非线性微分代数系统控制研究

Lyapunov 方法是适于任何系统类型的基本的分析和综合方法，但由于微分代数系统中代数变量是隐式决定的，同系统稳定性分析一样，必须借助适当的手段才能完成系统综合.

通过将非线性微分代数系统化为流形上的微分方程系统，文献[41]基于 Lyapunov 方法设计了系统的反馈镇定器，文献[43]给出了一种镇定控制器存在的条件，但没有给出控制器的具体构造方法. Lyapunov 函数满足对合条件时，Wang HeSheng 等采用 Lyapunov 方法研究了非线性微分代数系统 H_∞ 控制问题，分别给出了状态反馈和输出反馈时 H_∞ 问题可解的条件，并基于微分对策和耗散不等式，构造了一族输出反馈 H_∞ 控制器[49]，该结论是 Isidori 和 Kang[80]以及 Yung 等[81]给出的非线性系统的相关结果在微分代数系统中的推广. 特别需要指出的是，Wang 等将微分代数的 L_2 干扰抑制问题归结为两个 Hamilton-Jacobi 不等式的非负定解的存在性问题，该结论是仿射非线性系统有关结果[82][83]在微分代数系统中的推广. 文献[84]针对非线性微分代数系统特点，通过采用特殊形式的控制 Lyapunov 函数研究了镇定和最优控制器设计问题，另外，文献[88]将耗散系统理论还在一定条件下推广到非线性微分代数系统，并与慢子系统分析方法相结合构造了系统的鲁棒控制器.

在基于 Lyapunov 方法的系统控制中，要特别指出的是基于能量的分析和设计方法，该方法的优点是在控制器设计过程中充分利用受控系统内在的结构特点，所设计的控制器结构简单. 鉴于该特点，有学者致力于将基于能量的控制方法应用于非线性微分代数系统并将研究结果应用于电力系统的控制. Hao 等[85]将微分几何方法与基于能量的分析和设计方法相结合，通过将微分代数系统化为等价的微分方程系统设计了镇定控制器. 通过将电力系统微分代数模型近似用奇异摄动系统代替，Hao 等[86]还基于能量方法研究了非线性微分代数系统的 L_2 干扰抑制控制器设计问题. 但这些结果要么是将微分代数系统化为受限微分方程系统，要么是将系统近似用奇异摄动系统来代替，还没有发展出直接针对非线性微分代数系统的，能够深入结合其模型特点的分析和设计方法. 最

近，Liu 等[87]通过将代数约束方程视为内在的广义能量约束方程，提出了一种能够表达非线性微分代数系统内在模型结构特点的广义 Hamilton 系统实现形式，指出非线性微分代数系统能够完成 Hamilton 实现的必要条件是其代数约束方程能够表示为某连续可微函数对代数变量的梯度向量函数，并基于所提出的 Hamilton 实现形式推导出非线性微分代数系统的（内外）能量平衡方程，给出了系统镇定和鲁棒控制器构造方法.

3. 其他控制方法及控制问题

由于变结构方法的强鲁棒性在很多领域得到了应用，温香彩、刘永清等将变结构方法应用于微分代数系统的控制，取得了良好的控制效果[88~90]. Coutinho 等对一类非线性微分代数系统提出一种二次型 Lyapunov 函数，并采用凸优化方法将一类非线性微分代数系统的镇定问题转化为 LMI 不等式的求解问题[91]. Rehm 等将增益调节控制方法（gain-scheduing method）应用于非线性微分代数系统的鲁棒控制[92]，他对一类特殊的非线性微分代数系统设计了 H_∞ 控制器，这类系统的系统矩阵仿射依赖于一些有界的非线性变量，通过将扩展的有界实引理推广到微分代数系统，并最终将系统的 H_∞ 控制器设计问题归结为 LMI 的求解问题.

此外，作为非线性微分代数系统中特有的控制问题，反馈正则化问题也得到了研究. 所谓反馈正则化就是通过反馈控制将高指数微分代数系统化为指数 1 微分代数系统，同时达到消去系统中脉冲行为的目的. Liu 等将零动态方法应用于非线性微分代数系统，给出了系统实现正则化的算法和条件[59][60]. Huang Jie 等运用一般意义上的中心流形定理讨论了一类非线性微分代数系统的输出正则化问题，并通过设计控制律使得闭环系统能够渐近跟踪一类参考输入[93].

1.5 基于微分代数系统模型的电力系统分析与控制

电力系统具有高维数、大尺度、非线性等特点，包含着众多的动静态元件，其结构示意图如图 1.1 所示[4].

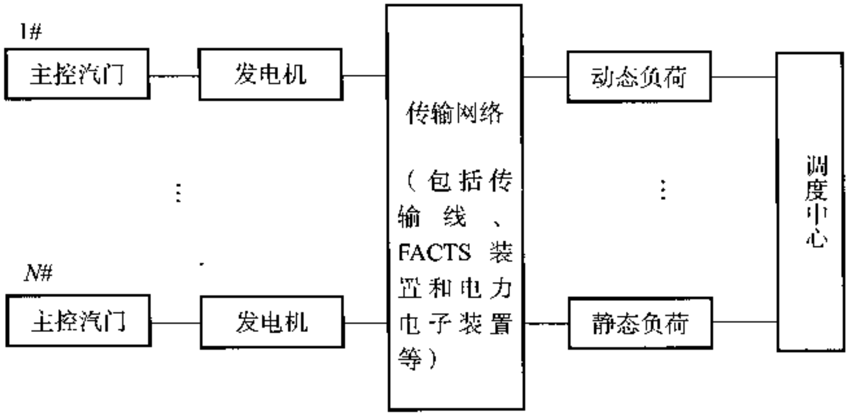

图1.1 电力系统结构示意图

在电力系统所包括的众多元件中，既有动态设备，如汽（水）轮机开度控制装置、发电机、励磁控制系统、调速系统、柔性输电装置（FACTS）、动态负荷等；也有静态设备，如静态负荷等．其中动态设备的特性方程用微分方程来描述，而静态元件和系统网络方程需要用代数方程来描述，所以描述电力系统的完整数学模型为[1~4]

$$\begin{cases}\dot{x}=f(x,z,p),\\0=\sigma(x,z,p),\end{cases}\tag{1-7}$$

其中 $x\in X\subset R^n$ 为状态变量， $z\in Z\subset R^s$ 为代数变量， $p\in P\subset R^p$ 为系统参数． f,σ 是适当维数的充分可微的向量函数．在电力系统的暂态稳定性及其控制问题研究中，可以假设系统参数不变，同时加入适当的控制输入，电力系统模型可以化为

$$\begin{cases}\dot{x}=f(x,z,u),\\0=\sigma(x,z,u),\end{cases}\tag{1-8}$$

其中 $u\in U\subset R^r$ 为控制输入．显然，该系统是一个典型的非时变非线性微分代数系统．

1．基于微分代数模型的电力系统分析

近年来，基于微分代数模型的电力系统数值分析[94~97]、稳定性分析[98~110]以及稳定域估计[2][16][27][28][44][50][106][118]得到了越来越多的研究．研究结果发现，在电力系统分析中采用微分代数模型具有以下优点：

（1）微分代数模型能够更加准确地表示电力系统中元件的特性，包括发电机动态特性、负荷特性等；

（2）在系统数值仿真中可以采用疏松矩阵技术，便于提高系统在线分析的