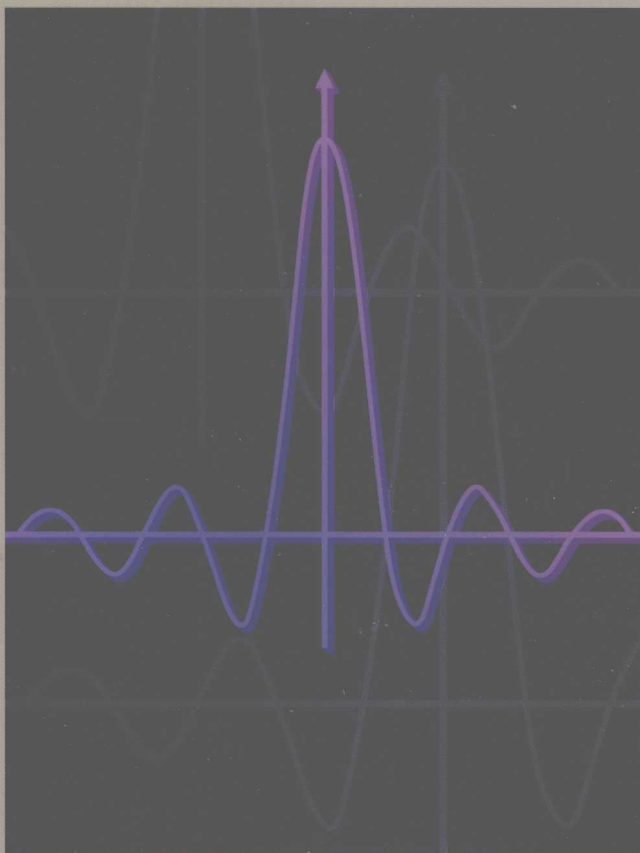


21世纪高等院校
●●●●● 自动化类专业系列教材 ●●●●●

信号与系统

路林吉 袁华 周琳 编著



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



21 世纪高等院校自动化类专业系列教材

信号与系统

路林吉 袁华 周琳 编著



机械工业出版社

本书系统、深入地论述了信号与系统的基本概念、理论与分析方法。全书分为 10 章, 内容包括信号与系统的基本概念、信号与系统的时域分析方法、连续时间信号与系统的频域及复频域分析、离散时间信号与系统频域分析、Z 变换、系统函数分析、状态变量分析、状态反馈以及 Matlab 软件在信号与系统分析中的应用。

本书可作为高等学校计算机、电子工程、信息工程、通信、自动化、仪器仪表、电气工程等专业“信号与系统”课程的教材, 也可作为相关领域工程技术人员的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

信号与系统/路林吉等编著. —北京: 机械工业出版社, 2007.1

(21 世纪高等院校自动化类专业系列教材)

ISBN 7-111-18858-6

I. 信... II. 路... III. 信号系统—高等学校—教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 031584 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 胡毓坚 责任编辑: 时静 车忱 版式设计: 霍永明

责任校对: 李秋荣 责任印制: 杨 曦

北京机工印刷厂印刷

2007 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 21.5 印张 · 529 千字

0 001—5 000 册

定价: 30.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

销售服务热线电话: (010) 68326294

购书热线电话: (010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话: (010) 88379739

封面无防伪标均为盗版

21 世纪高等院校自动化类专业系列教材

编 审 委 员 会

主 任 袁著祉 南开大学
副主任 王桂增 清华大学
席裕庚 上海交通大学

委 员 (以姓氏笔划为序)

田作华 上海交通大学
李华德 北京科技大学
陈大钦 华中科技大学
张长水 清华大学
胡毓坚 机械工业出版社
贾 磊 山东大学
韩崇昭 西安交通大学
薛定宇 东北大学

出版说明

自动化技术是一门集控制、系统、信号处理、电子和计算机技术于一体的综合技术，广泛用于工业、农业、交通运输、国防、科学研究以及商业、医疗、服务和家庭等各个方面。自动化水平的高低是衡量一个国家或社会现代化水平的重要标志之一，建设一个现代化的国家需要大批从事自动化事业的人才。高等院校的自动化专业是培养国家所需要的专业面宽、适应性强，具有明显的跨学科特点的自动化专门人才的摇篮。

为了适应新时期对高等教育人才培养工作的需要，以及科学技术发展的新趋势和新特点，并结合最新颁布实施的高等院校自动化专业教学大纲，我们邀请清华大学、南开大学、上海交通大学、西安交通大学、东北大学、华中科技大学、山东大学、北京科技大学等名校的知名教师、专家和学者，成立了教材编写委员会，共同策划了这套面向高校自动化专业的教材。

本套教材定位于普通高等院校自动化类专业本科层面。按照教育部颁发的《普通高等院校本科专业介绍》中所提出的培养目标和培养要求，适合作为高校相关专业的教材，反映了当前教学与技术发展的主流和趋势。

本套教材的特色：

1. 作者队伍强。本套教材的作者都是全国各院校从事一线教学的知名教师和相关专业领域的学术带头人，具有很高的知名度和权威性，保证了本套教材的水平和质量。
2. 观念新。本套教材适应教学改革的需要和市场经济对人才培养的要求。
3. 内容新。近20年，自动化技术发展迅速，与其他学科的联系越来越紧密。这套教材力求反映学科发展的最新内容，以适应21世纪自动化人才培养的要求。
4. 体系新。在以前教材的基础上重构和重组，补充新的教学内容，各门课程及内容的组成、顺序、比例更加优化，避免了遗漏和不必要的重复。根据基础课教材的特点，本套教材的理论深度适中，并注意与专业教材的衔接。
5. 教学配套的手段多样化。本套教材大力推进电子讲稿和多媒体课件的建设工作。本着方便教学的原则，一些教材配有习题解答和实验指导书，以及配套学习指导用书。

机械工业出版社

前 言

本书系统、深入地论述了信号与系统的基本概念、理论与分析方法。全书分为 10 章，内容包括信号与系统的基本概念、信号与系统的时域分析方法、连续时间信号与系统的频域及复频域分析、离散时间信号与系统频域分析、 Z 变换、系统函数分析、状态变量分析、状态反馈以及 Matlab 软件在信号与系统分析中的应用。

本书注重信号分析与系统分析、时域处理与各种变换处理以及基础理论的分析与应用，注重连续时间信号与离散时间信号的并行分析和处理，有利于读者学习。为适应计算机技术的高速发展，本书加强了对学生在学习信号与系统这门课程过程中相关的计算机能力的培养。

全书第 1、3、5、7、9 章由路林吉和周琳编写，第 2、4、6、8、10 章由路林吉和袁华编写，最后由路林吉进行统稿，由谢强、孙婧、葛玉兰对部分内容进行修改。

本书可作为高等学校计算机、电子工程、信息工程、通信、自动化、仪器仪表、电气工程等专业“信号与系统”课程的教材，也可作为相关领域工程技术人员的参考书。

作 者

目 录

出版说明

前言

第 1 章 引论	1
1.1 信号	1
1.1.1 信号的概念及描述	1
1.1.2 信号的分类	1
1.1.3 常用基本信号	4
1.1.4 信号的运算与分解	13
1.2 系统	16
1.2.1 系统的概念	16
1.2.2 系统的模拟与方框图表示	17
1.2.3 系统的互联	18
1.2.4 系统的性质	18
1.2.5 系统模型及其分类	20
1.3 系统分析方法概述	22
1.4 习题	23
第 2 章 信号与系统的时域分析	27
2.1 信号的时域分解	27
2.1.1 用 $\delta(t)$ 表示连续时间信号	27
2.1.2 用 $\delta(n)$ 表示离散时间信号	28
2.2 连续时间系统的时域分析	29
2.2.1 卷积积分	29
2.2.2 卷积积分的性质	30
2.2.3 微分算子与微分方程	32
2.2.4 零输入响应	35
2.2.5 奇异函数	38
2.2.6 单位冲激响应	40
2.2.7 零状态响应	45
2.2.8 系统响应模式分析	48
2.3 离散时间信号与系统时域分析	50
2.3.1 序列的卷积和	51
2.3.2 差分方程	55
2.3.3 零输入响应	58
2.3.4 零状态响应	60
2.3.5 离散系统响应模式分析	62

2.3.6 离散时间系统与连续时间系统时域分析法的比较	63
2.4 系统的方框图表示	64
2.5 习题	65
第3章 连续信号的傅里叶分析	71
3.1 信号的正交分解与傅里叶展开	71
3.1.1 矢量的正交与正交分解	71
3.1.2 信号的正交与正交分解	72
3.1.3 傅里叶级数展开	75
3.2 周期信号的频谱分析——傅里叶级数	77
3.2.1 三角函数形式和指数形式的傅里叶级数	77
3.2.2 周期信号的频谱与功率谱	79
3.2.3 周期信号的对称性质与傅里叶系数的关系	81
3.2.4 常用周期信号的频谱	85
3.3 非周期信号的频谱——傅里叶变换	91
3.3.1 傅里叶变换的导出	91
3.3.2 常用非周期信号的傅里叶变换	93
3.4 傅里叶变换的性质	99
3.4.1 对称性	99
3.4.2 线性	100
3.4.3 奇偶虚实性	100
3.4.4 尺度变换特性	102
3.4.5 时移特性	104
3.4.6 频移特性	105
3.4.7 卷积定理	107
3.4.8 微分特性	109
3.4.9 积分特性	110
3.5 周期信号的傅里叶变换	111
3.5.1 正弦和余弦信号的傅里叶变换	111
3.5.2 一般周期信号的傅里叶变换	111
3.5.3 傅里叶系数与傅里叶变换	112
3.6 系统的频域分析	114
3.6.1 系统函数	114
3.6.2 系统响应的频域求解——系统频域分析法	115
3.7 无失真传输与滤波	117
3.7.1 信号的无失真传输	117
3.7.2 信号的滤波	118
3.8 信号的抽样与恢复	124
3.8.1 信号的抽样	124
3.8.2 抽样定理	126
3.8.3 信号的恢复	127
3.9 相关分析与谱分析	129
3.9.1 相关函数和相关定理	129

3.9.2 能量谱密度与功率谱密度	130
3.9.3 系统的相关分析和谱分析	131
3.10 习题	132
第4章 连续时间信号与系统的复频域分析	139
4.1 拉普拉斯变换	139
4.1.1 拉普拉斯变换的定义	139
4.1.2 拉普拉斯变换的收敛域	140
4.1.3 常用信号的拉普拉斯变换	141
4.2 拉普拉斯变换的性质	142
4.3 拉普拉斯逆变换	149
4.3.1 查表法	150
4.3.2 部分分式法	150
4.3.3 留数法(反演积分)	156
4.3.4 级数展开法	157
4.4 双边拉普拉斯变换	157
4.5 系统的复频域分析	160
4.5.1 微分方程的变换解	160
4.5.2 电路系统的分析	162
4.5.3 系统函数和零状态响应的 s 域分析法	165
4.6 拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	166
4.7 习题	168
第5章 离散时间信号与系统的频域分析	171
5.1 离散时间傅里叶级数(DFS)	171
5.1.1 离散时间周期信号的表示	171
5.1.2 离散时间傅里叶级数的性质	172
5.2 离散时间傅里叶变换(DTFT)	174
5.2.1 非周期序列的傅里叶变换	174
5.2.2 周期序列的离散时间傅里叶变换	178
5.2.3 离散时间傅里叶变换性质	179
5.3 傅里叶变换的离散性与周期性	181
5.4 离散时间系统频域分析	183
5.4.1 系统响应的频域求解	183
5.4.2 频率响应的计算	183
5.4.3 离散时间信号的滤波	185
5.5 离散傅里叶变换(DFT)	185
5.5.1 从DFS到DFT	185
5.5.2 栅栏效应	186
5.5.3 离散傅里叶变换的性质	186
5.6 习题	191

第 6 章 z 变换	195
6.1 z 变换的定义	195
6.1.1 单边 z 变换	196
6.1.2 z 变换与傅里叶变换的关系	196
6.1.3 z 变换与拉普拉斯变换的关系	197
6.1.4 s 平面与 z 平面的映射关系	197
6.2 z 变换的收敛域	198
6.3 z 反变换	201
6.3.1 z 反变换的定义	201
6.3.2 幂级数展开法	202
6.3.3 部分分式展开法	204
6.3.4 围线积分与极点留数法	209
6.4 z 变换的性质	211
6.4.1 线性	211
6.4.2 移位性	211
6.4.3 周期性	213
6.4.4 z 域尺度变换	213
6.4.5 z 域微分性	214
6.4.6 z 域积分性	215
6.4.7 部分和	215
6.4.8 时域折叠性	216
6.4.9 时域卷积定理	216
6.4.10 初值定理	217
6.4.11 终值定理	217
6.5 离散时间 LTI 系统的 z 域分析	218
6.5.1 z 域分析法	218
6.5.2 系统函数的计算	219
6.6 习题	219
第 7 章 系统函数分析	224
7.1 系统函数	224
7.2 系统的极点和零点及其分布	224
7.2.1 系统极点和零点	224
7.2.2 系统函数零、极点分布对系统时域响应的影响	225
7.2.3 系统函数零、极点分布对系统频域响应的影响	227
7.3 信号流图与梅森公式	230
7.3.1 信号流图	230
7.3.2 流图代数	231
7.3.3 梅森公式	231
7.4 习题	233
第 8 章 状态变量分析	237

8.1 系统状态与状态变量	237
8.2 状态方程与输出方程	239
8.3 状态方程的建立	241
8.3.1 从电路系统求状态方程	241
8.3.2 从微分方程(或差分方程)建立状态方程	243
8.3.3 从信号流程图建立状态方程	244
8.4 状态方程与输出方程的解法	247
8.4.1 状态向量微分方程和输出方程的复频域解法	247
8.4.2 状态向量微分方程和输出方程的时域解法	250
8.4.3 连续时间系统状态方程的数值解法	259
8.4.4 离散时间系统状态方程和输出方程的解法	259
8.5 根据状态方程判断系统稳定性	262
8.5.1 连续时间系统的稳定性	262
8.5.2 离散时间系统的稳定性	262
8.6 系统的可控性与可观性	263
8.6.1 系统的可控性	263
8.6.2 系统的可观性	268
8.7 习题	272
第9章 反馈系统	275
9.1 反馈系统的基本特性及其应用	276
9.2 根轨迹	279
9.3 奈奎斯特(Nyquist)稳定性判据	285
9.4 习题	288
第10章 Matlab 软件在信号系统分析中的应用	292
10.1 矩阵运算、数组运算、求矩阵的特征值与特征向量	292
10.1.1 矩阵加减与数组加减	293
10.1.2 矩阵乘与数组乘	294
10.1.3 矩阵除与数组除	295
10.1.4 矩阵的求逆	296
10.1.5 矩阵的对角化	296
10.1.6 求矩阵的特征多项式	297
10.1.7 求矩阵的特征向量	298
10.2 描述线性系统的3种不同方式之间的转换	298
10.3 卷积和差分方程的求解	303
10.4 傅里叶变换	305
10.5 系统的频率特性	306
10.6 根轨迹	308
10.7 系统的稳定性、可控性与可观性	311
10.8 用龙格-库塔(C Runge&M W Kutta)法求解微分方程	319
10.9 求传递函数矩阵和状态转移矩阵	320

10.10 习题	321
附录	323
附录 A 单边拉普拉斯变换表	323
附录 B 拉普拉斯反变换表	324
附录 C z 变换表	325
附录 D 常用周期信号的傅里叶级数表	326
附录 E 常用信号的傅里叶变换表	328
参考文献	331

第 1 章 引 论

信号的传播对人类的生活和生产极为重要。从航海中灯塔的光信号，到 19 世纪中期的电报，再到 20 世纪的无线电通信，人们不断寻求用各种办法实现信号的传输与信号的处理。信号传输与信号处理有着密切的关系，它们共同的理论基础是信号分析与系统分析。虽然在通信、航空与宇航、电路设计、生物工程以及化学过程控制等不同的领域中出现的信号与系统的物理性质很不相同，但它们具有许多基本的共同点：即作为一个或几个独立变量函数的信号都包含了有关某些现象性质的信息；而系统总是对给定的信号作出响应而产生另外的信号，或是产生某些需要的特性。

本章讲述信号与系统的概念、信号的数学描述和系统的表示以及系统的分析方法。

1.1 信号

1.1.1 信号的概念及描述

信号是信息的载体或表现形式，而信息则是信号的具体内容。在电子信息科学技术中，信号一般指电信号，即随时间而变化的电压或电流，也可以是电容的电荷、线圈的磁通以及空间的电磁波等。

信号是传递信息的工具。描述信号的基本方法是写出它的数学表达式，在实际应用中，此表达式可以是时间、空间、高度或其它变量的函数。例如，一张黑白照片可以用亮度随二维空间变量变化的函数来表示。本书主要以时间为单变量的函数。另外，也可以绘出函数的图像（即信号的波形）来描述信号。除了数学表达式与波形这两种直观的描述方法之外，随着问题的进一步深入，需要用频谱分析或其他正交变换的方式来描述和研究信号。

1.1.2 信号的分类

对于各种不同的信号，其形式是多种多样的，所以可以从不同的角度进行分类：

1. 连续时间信号与离散时间信号

按照时间函数取值的连续性与离散性可将信号划分为连续时间信号与离散时间信号。

在给定的时间间隔内，除若干不连续点之外，对于任意时间值都可给出确定的函数值，称这样的信号为连续时间信号，常记为 $f(t)$ 。例如语音波形与随高度变化的大气压等。如图 1-1 所示的正弦波和矩形脉冲也都是连续信号。

另外，连续信号的幅值可以是连续的，也可以是离散的（只取某些规定值）。时间和幅值都为连续的信号称为模拟信号（见图 1-2a）；时间连续而幅值离散的信号称为量化信号（见图 1-2b）。实际应用中，模拟信号与连续信号两词往往不予区分。

离散时间信号仅仅定义在离散的时间点上，即其时间变量仅在一个离散集上取值，而在其他时间没有定义。这些离散时间变量的时间间隔可以相等也可以不等，通常我们只讨论时间间隔 $T_k = t_{k+1} - t_k$ 为常数的情况。若令 $T_k = T$ ， T 为常数，则离散信号只在 $t = nT$ (n 为离散时刻序号，其中 $n = 0, 1, \dots$) 时才有定义，可以表示为 $f(nT)$ ，常记为 $f(n)$ 。离散信

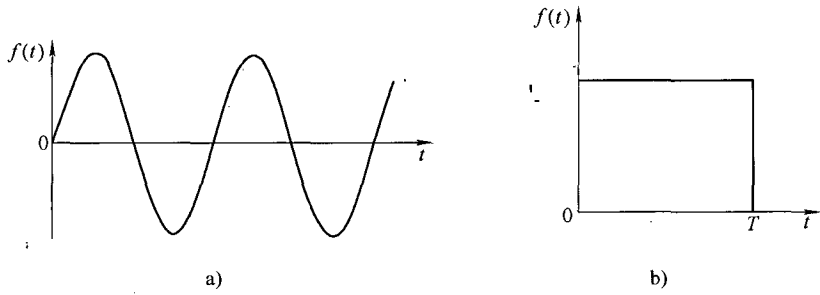


图 1-1 连续信号
a) 正弦波 b) 矩形脉冲

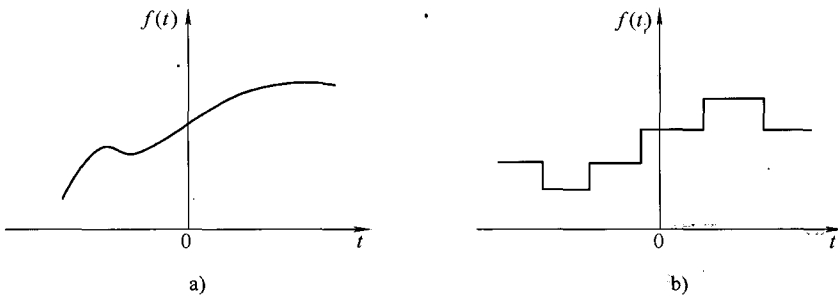


图 1-2 两种连续信号
a) 模拟信号 b) 量化信号

号也称为序列。

例如，一张照片上各点亮度的采样以及上海股票市场指数等均为离散的时间信号。图 1-3 给出了一个离散信号。图中对应的函数 $f(n)$ 只在 $n = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 等离散时刻处给出函数值 1, 2, -1, 1, 2, 1, -2 等。

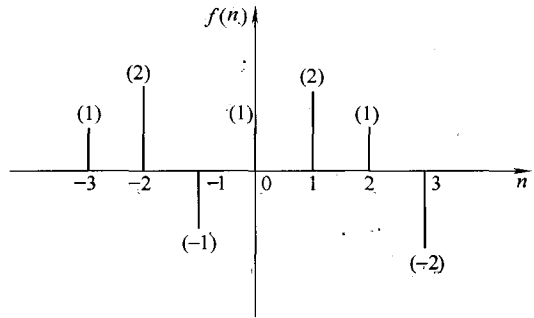


图 1-3 离散信号

另外，如果离散时间信号的幅值是连续的，则被称为抽样信号，见图 1-4a；如果离散信号的幅值也被限定为某些离散值，也就是说时间与函数值都为离散值，则这种信号

被称为数字信号，见图 1-4b。图中离散时间的函数值只取“0”和“1”两者之一。实际上，还可以有函数值取为多个离散值的多电平数字信号。

2. 确定信号与随机信号

信号被表示为一个确定的时间函数。如果对于给定的某一时刻，可以确定一个相应的函数值，这种信号被称为确定信号，也叫规则信号。例如前面所说的正弦信号和矩形脉冲等。

实际上，信号在传输中往往具有不可预知的不确定性，这种信号被称为随机信号，也叫不确定信号。可以设想，在通信系统中，如果所传输的信号都是确定的时间函数，接收者就

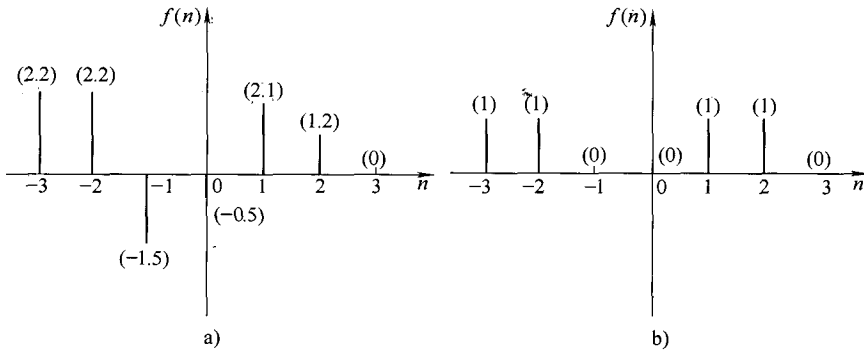


图 1-4 两种离散信号
a) 抽样信号 b) 数字信号

不可能由该信号得到任何有用的新的消息，因而也就失去了通信的意义。同时，在信号的传输过程中，不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响，这些干扰和噪声都具有随机特性。因而，通信信号一般都是随机信号。

确定信号与随机信号既有区别又有联系。对于随机信号，不能给出确切的时间函数，只能知道它取某一函数值的概率。另一方面，在一定条件下，随机信号也会表现出某种确定性。例如，音乐信号表现出某种周期性信号的波形，电码也可以表示为具有某种规律的脉冲波形等。由于研究确定信号是研究随机信号的理论基础，本书只讨论确定信号。

3. 周期信号与非周期信号

确定信号又可以分为周期信号与非周期信号。

周期信号就是以一定时间间隔周而复始，并且无始无终的信号。对于连续的周期信号，其数学表示式为

$$f(t) = f(t + kT), (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1-1a)$$

对于离散的周期信号，其数学表示式为

$$f(n) = f(n + kN), (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1-1b)$$

满足这些关系式的最小 T 值和 N 值被分别称为连续信号和离散信号的周期。由上式可知，周期信号定义在 $(-\infty, +\infty)$ ，每隔周期 T 或 N 按相同规律重复变化。所以，只要知道周期信号在任一个周期内的表示式或波形，就可以知道该信号在任一时刻的函数值。

非周期信号在时间上不具有这种周而复始的特性。如果令周期信号的周期趋于无穷大，则可将其视为非周期信号。

4. 能量有限信号与功率有限信号

能量为有限值的信号为能量有限信号，简称能量信号。功率为有限值的信号为功率有限信号，简称为功率信号。有些信号既不属于能量信号，也不属于功率信号。

考虑一个单位电阻，其上的电压和电流分别为 $v(t)$ 和 $i(t)$ ，则其瞬时功率为 $p(t) = v(t) i(t) = v^2(t)$ ，在时间间隔 $t_1 \leq t \leq t_2$ 内消耗的总能量就是 $\int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} v^2(t) dt$ ，其

平均功率是 $\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v^2(t) dt$ 。类似，将能量和功率概念引入信号分析中，通常考虑信号在一个

无穷区间上的能量与功率,则信号能量定义为 $E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$, 信号功率定义为在 $(-\infty, +\infty)$ 内信号 $f(t)$ 的平均功率 $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$ 。可见信号能量与信号功率均为非负实数。

能量有限信号的能量 $0 < E < \infty$, 平均功率 $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E}{2T} = 0$, 例如单个的矩形脉冲。

功率有限信号的平均功率 $0 < P < \infty$, 显然有能量 $E = \infty$ 。

5. 一维信号与多维信号

具有一个变量的函数的信号称为一维信号; 具有多个变量的函数的信号称为多维信号。

6. 实信号与复信号

信号函数是时间的实函数的信号称为实信号; 信号函数是时间的复函数的信号称为复信号。

1.1.3 常用基本信号

1. 典型连续信号

(1) 实指数信号

实指数信号的函数表示式为

$$f(t) = Ke^{at} \quad (1-2)$$

式中 a 为实数。当 $a < 0$ 时, 信号随时间衰减, 如图 1-5a 所示; 当 $a > 0$ 时, 信号则随时间增长, 如图 1-5b 所示; 当 $a = 0$ 时, 信号不随时间变化, $f(t) = K$, 成为直流信号, 如图 1-5c 所示。常数 K 表示指数信号在 $t = 0$ 点的初始值。

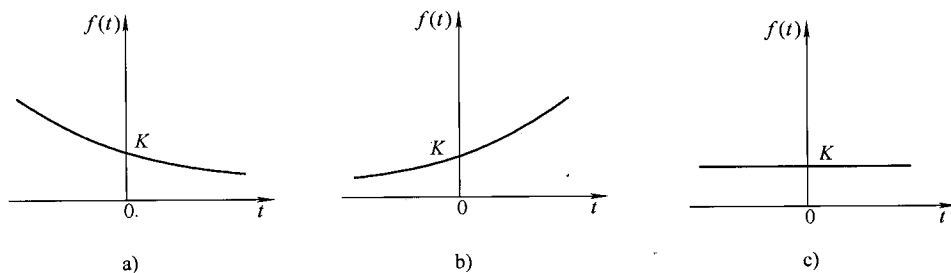


图 1-5 实指数信号

a) $a < 0$ b) $a > 0$ c) $a = 0$

指数 a 的绝对值大小反映了信号增长或衰减的速率, $|a|$ 越大, 增长或衰减的速率越快。通常, $|a|$ 的倒数被称为实指数信号的时间常数, 记作 τ , $\tau = \frac{1}{|a|}$, τ 越大或 $|a|$ 越小, 实指数信号增长或衰减的速率就越慢。实际上, 比较常见的是单边实指数衰减信号, 波形如图 1-6 所示, 其函数式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ e^{-\frac{t}{\tau}} & t \geq 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

在 $t = 0$ 处, $f(0) = 1$; 在 $t = \tau$ 处, $f(\tau) = \frac{1}{e} \approx 0.368$ 。

在信号与系统分析中, 实指数信号是重要的基本信号之一。它有一个重要的特性, 即它对时间的微分和积分仍然是指数形式。

(2) 正弦信号

正弦信号和余弦信号仅在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$, 统称为正弦信号, 一般表示为

$$f(t) = K \sin(\omega t + \theta) \quad (1-4)$$

式中, K 为振幅, ω 是角频率, θ 称为初相位。波形如图 1-7 所示。

正弦信号是周期信号, 其周期 T 与角频率 ω 和频率 f 满足关系式 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$ 。

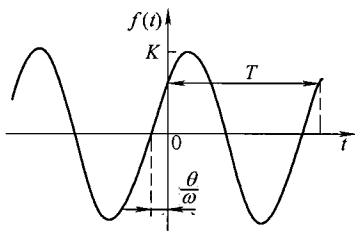


图 1-7 正弦信号

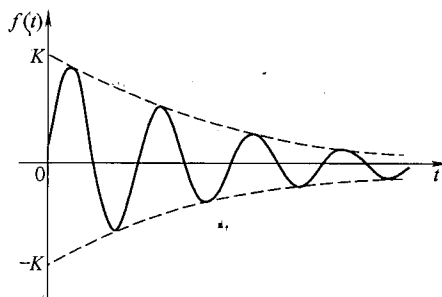


图 1-8 指数衰减正弦信号

在信号与系统分析中, 时常遇到衰减的正弦信号, 其波形如图 1-8 所示, 此正弦信号振荡的幅度按指数规律衰减, 其函数式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ Ke^{-at} \sin \omega t & t \geq 0 \end{cases} \quad (1-5)$$

正弦信号和余弦信号常借助复指数信号来表示, 根据欧拉公式, 有

$$\sin \omega t = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}), \cos \omega t = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (1-6)$$

与指数信号的性质相似, 正弦信号对时间的微分与积分仍为同频率的正弦信号。

(3) 复指数信号

如果指数信号的指数因子为一复数, 则称为复指数信号, 其函数式为

$$f(t) = Ke^{st} \quad (1-7)$$

其中 $s = \sigma + j\omega$, σ 为复数 s 的实部, ω 为复数 s 的虚部。利用欧拉公式将式 1-7 展开, 得

$$f(t) = Ke^{st} = Ke^{(\sigma + j\omega)t} = Ke^{\sigma t} \cos \omega t + jKe^{\sigma t} \sin \omega t \quad (1-8)$$

上式表明, 一个复指数信号可以分解为实部和虚部两部分。其中, 实部为一余弦信号, 虚部为一正弦信号。指数因子的实部 σ 表示正弦与余弦函数随时间变化的情况。若 $\sigma > 0$,