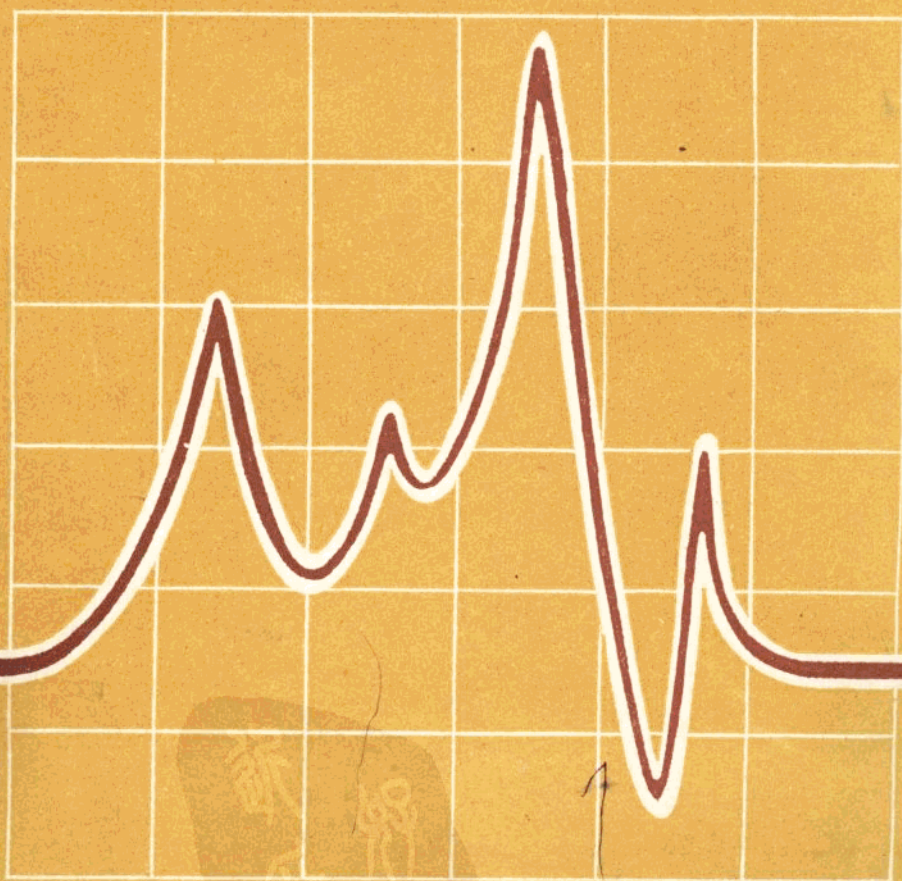


高等学校函授教材

地震勘探资料 数字处理

黄德济 贺振华 包吉山 编著



地质出版社

高等学校函授教材

地震勘探资料数字处理

黄德济 贺振华 包吉山 编著

地质出版社

高等学校函授教材
地震勘探资料数字处理
黄德济 贺振华 包吉山 编著

责任编辑：阎德祥
地质出版社出版发行
(北京和平里)
顺义振华印刷厂印刷

开本：787×1092¹/₁₆ 印张：14 字数：320000
1990年6月北京第一版·1990年6月北京第一次印刷
印数：1—4005册 国内定价：4.95元
ISBN 7-116-00678-8/P·576

编 者 的 话

本书是为石油物探专业本(专)科函授教学编写的《地震勘探原理和野外工作方法》、《地震勘探仪器》、《地震勘探资料数字处理》、《地震勘探资料解释》系列教材之一。这套系列教材由成都地质学院聂勋碧教授主编。

本书以高等院校石油物探专业“地震勘探”教学大纲对地震勘探数字处理部分的基本要求为基础,参阅了国内外主要教材,并纳入了作者多年来的工作经验和部分科研成果。主要内容除包括目前国内外常规地震勘探数字处理方法外,还增加了80年代以来最新发展起来的一些新方法、新技术。

全书共分八章,第一~五章以常规处理为主,简单介绍了地震勘探数字处理方法所涉及的部分数学、物理、信号分析等方面的基础知识;介绍了地震子波的概念、性质、形成及分类、地震记录线性褶积模型形成的假设条件、形成方法及分解方法等方面的新知识;并增加了 τ - P 域二维滤波和 τ - P 域层速度计算、宽线空间信息处理及解释方法等。第六章主要介绍偏移概念和波动方程偏移基础知识,波动方程式的推导和波场延拓原理及方法,频率波数域、有限差分、克希霍夫积分等叠后地震资料波动方程偏移原理和方法步骤, f - k 域波动方程叠前偏移和倾斜动校与等效叠前偏移原理和方法。第七、八章为用地震资料进行岩性处理的部分方法技术等。

考虑到函授生以自学为主的特点,本书在内容上强调基本概念和基本原理、条件使用、实现步骤和参数选择等;重点、难点讲解比较细致透彻,文字通俗易懂,并附有大量图件,有助于读者深入理解所述理论和实现方法。另外本书还注重了理论与实际相结合,处理和解释相结合。

本书可作为高等院校石油物探专业大学本科、函授生的教材,亦可供石油物探专科生、职大生、培训生教学使用。还可作为从事石油、煤田、工程物探、天然地震等工程技术人员的参考书。

全书由黄德济副教授主编,并编写了第一、二、三、四、五章。贺振华教授编写了绪论、第三章的第四节和第六章。包吉山教授编写了第七、八两章,最后由刘馥教授主审。

在编写过程中时间比较仓促,加之编者水平有限,难免有遗漏不妥之处,诚望同行指正。

编者

1989年10月

绪 论

由于现代社会对石油、天然气、煤炭等能源资源的需求日益增长、石油工业受到了高度的重视并得到了迅速的发展。与石油工业密切相关的地震勘探在最近二三十年内也发生了根本性的变化，其主要特征是“数字化”技术在地震勘探中广泛全面的应用，例如在地震勘探野外数据采集过程中，几乎所有的地震队都配备了精度高、动态范围大的数字地震记录仪，为地震资料处理提供可靠的原始数据。在资料处理阶段广泛应用了数字信号处理技术和计算机科学（软、硬件）的最新成果，使地震勘探数据处理质量和地震勘探能力显著提高。地震资料解释开始从手工操作向人机联作自动化方向发展。以上三个主要工作阶段中，地震数字处理技术投入力量大，进展快，效果最明显，已成为地震勘探中的一个重要学科分支。

地震勘探数据的数字处理主要研究任务是：利用地震勘探的基本原理和数字信号处理方法在电子计算机上对野外地震记录进行有效处理，提供和显示记录中包含的与地下地质体的位置、形态、结构、物质成分等有关的信息，为地震数据的地质解释服务，达到找矿勘探的目的。地震勘探数据的数字处理属边缘性的综合应用学科、除涉及地球物理学、地震学、地质学、弹性力学等学科的专业知识外，还与数字信号处理，计算机科学和应用数学（例如工程数学中的积分变换，线性代数、复变函数，数理方程，数理统计等）紧密相联。包含的内容广、跨越的学科多，吸引、汇集了众多学科的专家学者，使该学科分支刚刚建立不久就得到了飞速的发展。新方法新技术层出不穷，地质效果和影响日益扩大。

地震数字处理的发展可大致划分为三个时期：初期阶段（西方发达国家为60年代，我国为70年代早、中期），这时使用的计算机多为中、小型机。主要的方法有简单的数字滤波，简单的动、静校正，速度谱，水平叠加和几何射线偏移。成熟阶段（国外为70年代，我国为70年代末，80年代初），这一时期内，普遍采用了中型和大型计算机，发展了专用的计算机程序库。技术方法日趋成熟。在数字滤波方面除一维、二维滤波、最小平方反滤波外，出现了能提高地震勘探纵向分辨率和有助于地层、岩性勘探的各种反褶积技术。在成像技术方面取得了突破性的进展，由水平叠加，射线偏移发展到波动方程偏移，继克雷尔伯特提出有限差分偏移之后，相继出现了频率波数域波动方程偏移，克希霍夫积分偏移、深度偏移等方法，它们的出现，使水平叠加后时间剖面上的倾斜同相轴、绕射、断面波正确归位，增强了地震资料的可信度与可解释性，提高了地震勘探的横向分辨能力。在数值校正方面，精度好、效率高的各种自动静校正方法的产生使地形起伏大，表层条件复杂地区地震资料的处理质量得到保证。与此同时出现的弯线、宽线叠加技术更增强了地震勘探对复杂地形的适应能力。这一时期的另一个引人注目的动向是出现了直接寻找油气藏和解决地层岩性问题的新方法，如亮点技术，声阻抗技术，复数道分析技术等等，这些方法虽然远未达到成熟实用阶段，但为地震地层学的发展打下了基础，为地震勘探从单纯研究构造问题，间接找油气转变到研究地层、岩性问题和直接找油指明了方向。从80年代开始，地震勘探面临的地质任务愈来愈复杂，精度要求愈来愈高，常常需要同时解决表层和深层都很复杂

(如碳酸盐岩地区)的地质问题,要求分辨延伸范围小、厚度薄、埋深大的地质异常体。为实现此目标,地震勘探数据的数字处理进入了深入发展和不断完善的阶段。地表、地下测量联合进行的垂直地震剖面法迅速推广;将滤波,参数反演,叠前偏移,融为一体的 τ - p 变换和层析成像方法也开始取得明显效果;叠前部分偏移、叠前偏移正向实用阶段过渡;三维静校,三维速度分析、三维偏移的使用更加普遍。人工智能,地震反演技术也在不断开创新的局面。数字处理的发展使解释向规范化、量化、自动化方向迈进,目前已经很难在地震处理和解释之间划一条严格的界线,因为解释之中引入了许多数字处理,而数字处理本身往往就是解释任务。在这种情况下,高速度,大容量的巨型机开始为地震数字处理服务;人机联做自动解释工作站也广为应用。一个人们想往的,能在计算机终端屏幕上直接显示地下地质体的三维立体图像并能观察研究各部分细节的诱人前景,看来已为期不远了。

目 录

绪论

第一章 数字滤波	(1)
§ 1.1 数字滤波基础	(2)
一、时间域滤波基础	(2)
二、频率域滤波基础	(12)
§ 1.2 地震子波及反射地震记录的褶积模型	(24)
一、地震子波	(25)
二、反射地震记录的线性褶积模型	(28)
§ 1.3 一维数字滤波	(32)
一、理想滤波器的设计	(32)
二、数字滤波器的特殊性	(34)
三、一维滤波的实现	(39)
§ 1.4 二维滤波	(41)
一、二维滤波基础	(41)
二、二维滤波原理	(44)
三、二维滤波的实现	(47)
四、 τ - p 域中的二维滤波方法	(51)
§ 1.5 反滤波	(53)
一、反滤波的概念	(53)
二、地震子波提取方法简介	(56)
三、最小平方反滤波	(58)
§ 1.6 预测反滤波	(66)
一、预测滤波	(66)
二、预测反滤波原理	(67)
三、用预测反滤波消除海上鸣震	(70)
四、预测反滤波对反射脉冲的压缩	(71)
第二章 动静校正	(77)
§ 2.1 动校正	(77)
一、动校正概述	(77)
二、快速查表法动校正	(79)
三、动校正的实现	(82)
§ 2.2 静校正	(85)
一、静校正概述	(85)
二、野外(一次)静校正	(87)
三、自动统计剩余静校正	(88)
四、长波长剩余时差对静校正的影响	(96)

§ 2.3 高精度动静校正	(97)
一、基本原理	(97)
二、方法步骤	(99)
第三章 速度分析	(102)
§ 3.1 速度分析原理	(102)
一、速度信息及反射信号的最佳估计	(102)
二、速度分析判别准则	(105)
§ 3.2 速度谱	(110)
一、基本原理	(110)
二、速度谱的计算及参数选择	(111)
三、速度谱的显示及应用	(113)
§ 3.3 速度扫描	(116)
§ 3.4 层速度计算与 τ - p 域反演	(118)
一、 τ - p 域求速度的基本公式	(119)
二、 τ - p 域速度分析方法	(120)
第四章 水平叠加	(124)
§ 4.1 预处理和处理分析	(124)
一、预处理	(124)
二、处理分析	(129)
§ 4.2 水平叠加	(131)
一、水平叠加方法原理	(131)
二、水平叠加的实现	(135)
§ 4.3 相干加强	(136)
一、基本原理	(136)
二、相干加强的实现	(138)
§ 4.4 振幅平衡	(139)
一、道内动平衡	(139)
二、道间均衡	(140)
§ 4.5 振幅控制	(141)
§ 4.6 时深转换	(141)
一、时深转换的概念	(142)
二、时深转换方法	(142)
第五章 弯曲测线和宽线剖面	(144)
§ 5.1 弯曲测线水平叠加	(144)
一、弯曲测线水平叠加原理	(144)
二、弯曲测线资料处理	(147)
三、弯线水平叠加影响因素分析	(150)
§ 5.2 宽线剖面	(153)
一、宽线剖面原理	(153)
二、宽线资料处理	(158)
第六章 反射地震资料的偏移处理	(163)

§ 6.1 偏移处理基础	(163)
一、偏移的概念	(163)
二、偏移脉冲响应及射线偏移方法	(165)
三、波动方程偏移的成象原理	(168)
§ 6.2 波动方程式与波场延拓	(171)
一、声波方程与弹性波方程	(171)
二、平面波和斯耐尔(Snell)波	(172)
三、波场延拓的单平方根方程式	(174)
四、双平方根方程式	(175)
§ 6.3 叠后地震资料的波动方程偏移	(176)
一、频率波数域中的波动方程偏移	(176)
二、有限差分法波动方程偏移	(179)
三、克希霍夫积分法波动方程偏移	(184)
§ 6.4 波动方程叠前偏移简介	(186)
一、二维 $F-K$ 波动方程叠前偏移	(187)
二、倾斜动校与等效叠前偏移	(188)
第七章 地震岩性分析	(193)
§ 7.1 波形保真技术	(193)
§ 7.2 波阻抗分析	(195)
§ 7.3 瞬时速度分析	(199)
§ 7.4 复数道分析	(203)
一、复数道分析基本概念	(203)
二、瞬时参数计算	(205)
三、瞬时参数显示	(207)
四、地震瞬时参数在解释中的应用	(208)
第八章 地震烃类指示分析	(209)
§ 8.1 亮点、平点、暗点	(209)
§ 8.2 地层参数研究	(212)
§ 8.3 地震记录合成分析	(213)
参考文献	(215)

第一章 数字滤波

由地震波的激发、传播、接收过程可知：一道地震记录中包含具有地质意义的有效波和不具有地质意义的干扰波，然而，在地震资料解释中，有效波和干扰波并没有严格的界线。例如，当我们研究反射波时，往往把其它有效波，如折射、横波等也看成是干扰波，反之亦云。在反射地震勘探中，主要研究对象是反射波。反射波是由地震子波和反射系数形成的。反射系数可反映出上、下岩层在波阻抗方面的差异。含在地震子波中的振幅、频率、相位、吸收系数，发散系数等是与岩性有关的信息。在层状介质中，反射地震记录是由地震子波和反射系数序列形成的复合振动。反射系数序列既可反映出各层反射系数的大小又可反映出反射波的到达时间。为了提高用地震资料进行构造、岩性地层解释的可靠性，人们希望得到高讯噪比、高分辨率的地震记录。

地震勘探中的滤波是对地震记录分解的一种手段。常用的分解方法大体上分为两大类，一类是利用有效波和干扰波在频率、视速度方面的差异进行滤波，以达到消除干扰波，突出有效波的目的。另一类是对地震记录进行反滤波，以期达到压缩子波，压制海上鸣震、提高地震记录纵面分辨率的目的。

根据信号在频率方面的差异进行的滤波称为频率滤波。频率滤波可以通过仪器中由电子元件所构成的网络来完成，这种网络称为电滤波器。它的滤波对象是连续信号，当输入信号中的某种频率成分与网络的固有频率一致时，则产生谐振输出，其它频率成分被旁路掉，从而达到滤波的目的。网络的固有频率由组成网络的电子元件决定。为了得到不同频率成分的输出信号，就必须更换电子元件，或设计多种网络，因此电滤波器具有严重的缺点，即结构复杂、笨重、不方便、不灵活；同时由于网络对信号有延迟作用、会使滤波后的输出信号产生相位畸变。

利用信号视速度不同进行的滤波，称为视速度滤波。视速度滤波可以通过组合爆炸、组合接收来实现，但一种组合方式或一种组合参数，只能得到一种视速度范围内的有效波，压制与之不同的干扰波。为得到不同视速度的有效波，就必须改变组合方式或组合参数，因此这种滤波也是既不经济又不方便的。

在数字处理中，根据滤波后，期望输出离散信号的特性，设计一个数值算子（数学表达式），通过电子计算机对数值算子与离散信号进行某种数学运算，在计算过程中，消除输入信号中与算子的频率或视速度不同的成分，保留相同成分，这就是数字滤波。若想改变期望输出信号的频率或视速度成分，只需改变数值算子的数学表达式或改变其参数，重新运算即可实现。因此数字滤波具有灵活、多样、简单、方便、经济、滤波效果更理想、更精确等重要优点。目前数字滤波（包括反滤波）方法已得到了较多的应用和飞速发展。

地震勘探数据的数字处理属边缘性的综合应用科学，它所涉及的知识面较广，要求数理基础较强，为便于自学，本章将首先介绍所涉及的物理概念和数学运算等方面的基本知识。然后将重点介绍一维、二维数字滤波原理及方法；简单数值算子（或称数字滤波器）的设计；数字滤波器的特殊性；反射地震记录的线性褶积模型；子波概念及其提取方法简

介；反滤波的原理和应用等。

数字滤波是数据处理的主要手段之一，它的原理和方法是整个地震勘探数据处理的基础。

§ 1.1 数字滤波基础

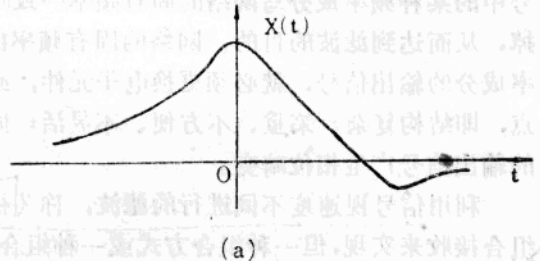
一、时间域滤波基础

1. 系统、信号与序列的概念

在工程技术领域里，系统和信号是两个非常重要的概念。系统是指为实现某种目的而相互作用的一组事物的集合，由于不同事物或事物之间的关系不同，可构成各种各样的系统。这里我们感兴趣的是由物理器件按着一定关系所构成的物理系统。通常可以认为信号是能量在系统中的一种传播方式，它可以力、电、磁、光、声、振动与波动等等形式传播。在传播过程中可随时间和空间而变化，这种变化与系统的状态和特性有关。例如我们可以把大地、检波器、地震仪等等都分别看成是物理系统。把地下震源处的爆炸脉冲作为大地的输入信号，在大地中，信号以波动形式传播和改造。接收点处地面点的振动可作为大地的输出信号，同时又可作为检波器和地震仪的输入信号，信号在系统中以磁、电形式传播和改造，最后以光或磁的形式被记录下来，我们所看到的地震监视记录或野外数字磁带就是地震仪的输出信号。

从不同的角度出发，可以对信号进行各种分类，这里仅从连续性方面把信号分为连续信号和离散信号两大类。无论哪类信号都可以用按着某种方式变化的图形或用含有一个或几个独立变量的数学式子来表示。

连续信号是指独立变量—时间（或空间）连续，幅度也连续的信号，因此它可以用连续变量的函数或连续图型来表示。连续变量函数可写为 $X(t)$ ， t 的取值为 $-\infty < t < \infty$ 或 $0 < t < \infty$ 。连续图形如图1-1(a)所示。



离散信号是指在独立变量—时间（或空间），离散值上定义的信号，即时间（或空间）和幅度都取离散值，然后将离散幅值按取值的先后顺序排列起来，构成数字序列，因此离散信号可以用数字序列和离散点的图形来表示。所以离散信号又称为序列，它可表示为：

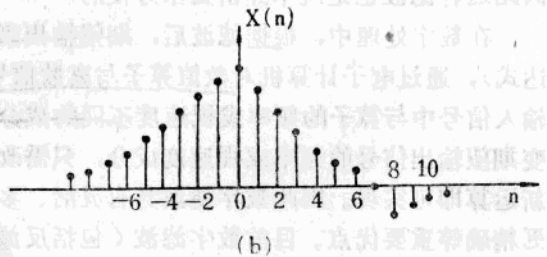


图 1-1 时域连信号和离散信号的图形续

$$\{X(n\Delta)\} = \{\dots X(-2\Delta), X(-\Delta), X(0), X(\Delta), X(2\Delta) \dots\}$$

其中 Δ 称为时间采样间隔， n 为时间采样序号。

n 只能为整数， $X(n\Delta)$ 为序列的第 n 个样值。为了简单也可直接用 $X(n)$ 或 X_n 表示序列，用 $X(-2)$ ， $X(-1)$ ……表示序列的样本值，离散序列的图形如图1-1(b)所示。

表 1-1

数字表达式	含 义	数 字 序 列 运 算
C_n	离散时间序列	$C_n = \{C_0, C_1, C_2, C_3\}$ $= \{1, 2, -1, -3\}$
X_n	离散时间序列	$X_n = \{X_0, X_1, X_2, X_3\}$ $= \{1, -2, -1, 2\}$
$Y_n = K \cdot C_n$	离散时间序列与常数 K 相乘	$K \cdot C_n = \{KC_0, KC_1, KC_2, KC_3\}$ $2 \cdot C_n = \{2, 4, -2, -6\}$
$Y_n = C_n + X_n$	两个时间序列相加	$C_n = \{1, 2, -1, -3\}$ $+) X_n = \{1, -2, -1, 2\}$ $Y_n = \{2, 0, -2, -1\}$
$Y_n = C_n \cdot X_n$	两个时间序列相乘	$C_n = \{1, 2, -1, -3\}$ $\times) X_n = \{1, -2, -1, 2\}$ $Y_n = \{1, -4, 1, -6\}$
X_{n-m}	具有时间延迟的序列, 即信号移动到 $m=2$ 处。 n 为移动前后的时间坐标	$X_{n-2} = \{X_{0-2}, X_{1-2}, X_{2-2}, X_{3-2}, X_{4-2}, X_{5-2}\}$ $= \{0, 0, 1, -2, -1, 2\}$
X_{-n}	以 $n=0$ 为折叠点 X_n 的翻转时间序列	$n=3, n=2, n=1, n=0$ $X_{-n} = \{X_{-3}, X_{-2}, X_{-1}, X_0\}$ $= \{2, -1, -2, 1\}$
$\sum_{n=0}^N C_n$	将 $n=0$ 到 $n=N$ 的时 间范围内序列的值求和	$\sum_{n=0}^N C_n = C_0 + C_1 + C_2 + \dots + C_N$ $\sum_{n=0}^3 C_n = (1) + (2) + (-1) + (-3) = -1$
$\sum_{n=0}^N C_n X_{n-2}$	将 $n=0$ 到 N 时间范围 内一个时间序列与向右 移动 2 个点的序列对应 相乘后求和	$\sum_{n=0}^N C_n \cdot X_{n-2} = C_0 X_{-2} + C_1 X_{-1} + C_2 X_0 + \dots + C_N X_{N-2}$ $\sum_{n=0}^3 C_n \cdot X_{n-2} = C_0 X_{-2} + C_1 X_{-1} + C_2 X_0 + C_3 X_1 + C_4 X_2 + C_5 X_3$ $= (1) \times (0) + (2) \times (0) + (-1) \times (1) + (-3) \times (-2)$ $+ (0) \times (-1) + (0) \times (2)$ $= 0 + 0 + (-1) + 6 + 0 + 0 = 5$

对信号进行数据处理，主要是通过计算机对离散信号进行某种或多种运算来实现的。表1-1中列举了序列的几种基本运算。

表中数学表达式的下角标“ n ”或“ $n-m$ ”等，为时间采样序号。符号“ C ”、“ X ”、“ Y ”等为时间采样序号所对应的离散振幅值。

请注意：对一个序列每点幅值求和运算与这个序列时间序号用什么符号表示是无关系的。如：

$$\sum_{i=0}^N a_i = \sum_{i=0}^N a_i = \sum_{s=0}^N a_s = \sum_{m=0}^N a_m = \sum_{n=0}^N a_n = \dots$$

$$\sum_{i=0}^M a_i \cdot X_{t-2} = \sum_{s=0}^M a_s \cdot X_{s-2} = \sum_{k=0}^M a_k \cdot X_{k-2} = \dots$$

2. 线性系统与脉冲响应

一个系统对信号的改造作用，大体上可分为线性和非线性两大类。

线性系统是指系统的特性与输入信号的幅度、极性都无关的系统，或者说无论输入信号的幅度大小、极性怎样，系统对它的作用都是相同的。例如图1-2中， $V_{\text{出}} = [R_2 / (R_1 + R_2)] V_{\lambda}$ ，不管 V_{λ} 的振幅大小，性质和极性如何，系统都按着 $R_2 / (R_1 + R_2)$ 的比率减小，这就是个线性系统。

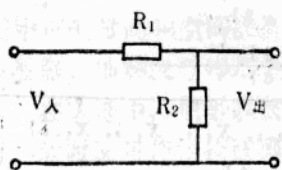


图 1-2 线性系统(电路)

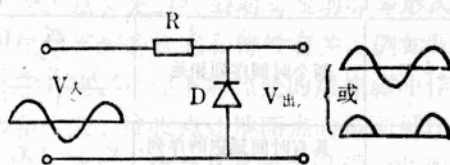


图 1-3 非线性系统(电路)

在图1-3中，二极管 D 的阻抗与输入信号的频率无关，但却依赖于输入电压的极性和大小。当电压很小或上端相对于下端为正时，则输出信号形状变化不大，但当 V_{λ} 很大或上端相对于下端为强烈的负值时，则输出信号失掉负半周，如图 1-3 所示。这就是非线性系统。

一个系统的特性和作用可以用数学表达式或数学运算来模拟，这种数学表达式称为“数学模型”。因此，数学运算也可以分为线性运算和非线性运算。像加、减、乘、除、付氏变换、Z变换、卷积与相关等一类满足叠加性的运算都是线性运算，而不满足叠加性的运算，如对数运算可以把两个函数之积变为另外两个函数之和，这种运算就是非线性运算。

由于线性系统在数学上容易表征，且很有实用价值，因此本教材主要研究线性系统。

线性系统有以下几个主要性质：

(1) 叠加性：

若对系统输入 $X_1(n)$ ，输出为 $Y_1(n)$

输入 $X_2(n)$ ，输出为 $Y_2(n)$

则对系统输入 $X(n) = aX_1(n) + bX_2(n)$

系统输出应为 $Y(n) = aY_1(n) + bY_2(n)$

其中 a 和 b 为任意常数。

上述表明系统对信号的改造作用只是线性叠加或分离，扩大或缩小。这是线性系统的重要特性，因此也有人定义满足叠加原理和正比定理的系统为线性系统。

(2) 非时变性：加上非时变条件约束的线性系统称非时变线性系统，这种系统的特

性是系统响应的形式只取决于输入信号的形式，而与输入信号施加于系统的时间无关。如图1-4所示，当输入信号延迟 n_0 个采样点（图中 $n_0 = 1$ ）时，输出信号也延迟 n_0 个采样点，且两次输出信号的形状完全一致。图中“L·S·”代表线性非时变滤波系统。

(3) 因果性(无源性)：因果律可用下式表示：

$$h(n) = \begin{cases} h(n) & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1-1-1)$$

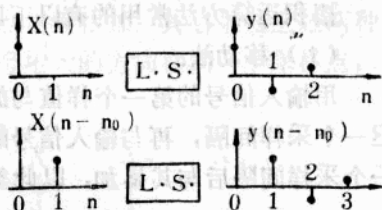


图 1-4 线性系统非时变性示意图

满足因果律的线性系统称为线性因果系统。这种系统的特点是：在没有受到输入信号的作用时，不会产生任何反应。只有这种没有输入就没有输出，输出不会出现在输入之前的系统才是物理上可实现的系统，因此因果性又称物理可实现性。

(4) 稳定性：对于每一个有界输入产生一个有界输出的线性系统称为线性稳定系统。这种系统的特点是：当 $n \rightarrow \infty$ 时，模拟系统的数值算子 $h(n) \rightarrow 0$ ， $h(n) \rightarrow 0$ 的速度越快，系统越稳定。或者说当且仅当数值算子是绝对可求和的，即

$$\sum |h(n)| < \infty \quad (1-1-2)$$

时，系统是稳定的。

一个系统的特性可以通过它对输入脉冲的反应来测定。

按下式取值的单位采样序列简称为单位脉冲

$$\delta(n) = \begin{cases} 0 & n \neq 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases} \quad (1-1-3)$$

这个定义简单而精确，可以看出它在时域离散信号和系统中所起的作用和单位脉冲函数 $\delta(t)$ 在时域连续信号和系统中所起作用是相同的，但又不象后者那么复杂。

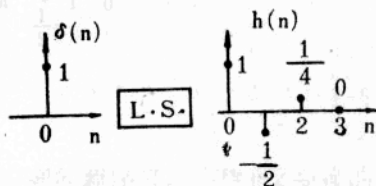


图 1-5 脉冲响应

在时间域给系统输入一个单位脉冲 $\delta(n)$ ，则系统的输出 $h(n)$ 就称为系统的脉冲响应。例如给滤波器

“L·S·”输入单位脉冲，得到输出 $h(n) = \left\{ 1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0 \right\}$ ，如图1-5所示。

则 $h(n)$ 就称为“L·S·”的脉冲响应。

3. 序列的线性褶积

序列的线性褶积，可以定义为获得线性系统输出的过程。其物理含义可由图1-6简单而明确的示出，还可用语言简述为：让一个输入序列的样值依次通过系统，这样就可在系统的输出端依次获得系统的脉冲响应，这些脉冲响应之间，总是后一个比前一个延迟一个采样间隔时间，把这些脉冲响应按对应时间叠加，即得系统的输出结果。这个过程就是褶积，它的数学表达式为

$$Y_n = \sum_{k=m_1}^{m_2} h_k X_{n-k} \quad (1-1-4)$$

其中 K 为滤波系统（滤波因子）脉冲响应样值的序号， m_1 为脉冲响应起始点序号， m_2 为

最末点序号， n 为输入、输出样值的序号。
褶积运算方法常用的有以下四种：

(1) 移动法：

用输入信号的第一个样值与滤波因子的样值分别相乘后依次输出，然后将滤波因子延迟一个采样间隔，再与输入信号的第二个样值分别相乘，并将输出相对于第一次输出延迟一个采样间隔后与其累加，以此类推。图1-6就是移动法做褶积的示意图。

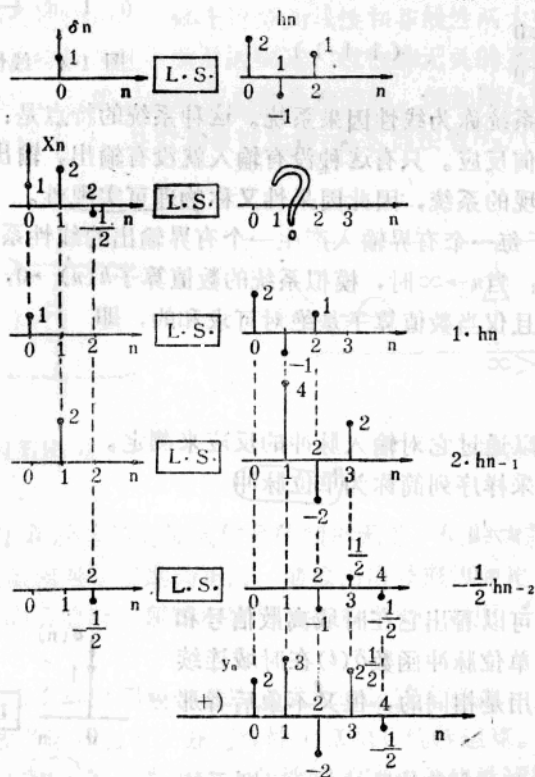


图 1-6 褶积物理过程示意图

(2) 交叉相乘法：

从图1-6中可以看出

$$Y_2 = -2 = X_0 h_2 + X_1 h_1 + X_2 h_0$$

这表明 Y_2 是以滤波因子中点为对称点，将输入信号与滤波因子交叉相乘的代数和。将滤波因子向序号增大的方向移动一个采样点，再重复上述过程即得 Y_3 ，如下列算式所示。

X_0	X_1	X_2	X_0	X_1	X_2	X_3
\		/	\		/	\
h_0	h_1	h_2	h_0	h_1	h_2	h_2
$Y_2 = X_0 h_2 + X_1 h_1 + X_2 h_0$			$Y_3 = X_1 h_2 + X_2 h_1 + X_3 h_0$			

移动法和交叉相乘法实质是相同的，因此均可用(1-1-4)式表示。

(3) 折叠法:

以滤波因子中点为轴: 将其翻转后与输入信号对应点相乘相加, 其结果与上述两种方法的运算结果相等。将翻转后的滤波因子向输入信号序号增大的方向移动一个采样点, 重复上述过程, 即得一个输出点的值, 如下列算式所示:

$$\begin{array}{ccc}
 X_0 & X_1 & X_2 \\
 | & | & | \\
 h_2 & h_1 & h_0 \\
 \hline
 Y_2 = X_0 h_2 + X_1 h_1 + X_2 h_0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ccc}
 X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \\
 | & | & | & | \\
 h_2 & h_1 & h_0 & \\
 \hline
 Y_3 = X_1 h_2 + X_2 h_1 + X_3 h_0
 \end{array}$$

其数学式可表示为

$$Y_k = \sum_{n=0}^N X_n \cdot h_{n-k} \quad (1-1-5)$$

(4) 用多项式相乘代替褶积:

可以将一个序列写成Z变换或付氏变换多项式, 这里只介绍用Z变换多项式做褶积的方法, 用付氏变换多项式做褶积的方法将在频率域滤波中介绍。

首先引入Z变换的概念: 设离散序列

$$\begin{aligned}
 b_n &= \{ b_{-1}, b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 \} \\
 &= \{ 0, 1, 2, 0, -1, -1, 0 \}
 \end{aligned}$$

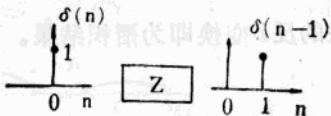
它可用Z的多项式表示, 多项式各项系数为 b_n 在各采样点上的值, 则称:

$$\begin{aligned}
 B(z) &= b_{-1}Z^{-1} + b_0Z^0 + b_1Z^1 + b_2Z^2 + b_3Z^3 + b_4Z^4 + b_5Z^5 \\
 &= 1 + 2Z - Z^3 - Z^4 \\
 &= \sum_{n=-1}^5 b_n Z^n
 \end{aligned} \quad (1-1-6)$$

为 b_n 的Z变换。从(1-1-6)式可看出Z的幂次就是离散序列的序号。一般正Z变换的定义为: 若 X_n 为给定的时间序列, 其中 $n=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm \infty$ 我们可以用这个序列的系数, 构造一个包括Z的正和负整数次幂的无穷级数:

$$X_{-n}Z^{-n} + \dots + X_{-1}Z^{-1} + X_0Z^0 + X_1Z^1 + X_2Z^2 + \dots + X_nZ^n$$

把它写成和式为

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n Z^n \quad (1-1-7)$$


这个级数叫做序列 X_n 的Z变换, Z的反(逆)变换, 只需把Z多项式中各项系数取出排列起来, 便构成了离散序列。

图 1-7 延迟算子Z的物理含义图

这里, Z只是一个延迟单位, 或称单位延迟算子。图1-7中示出了单位脉冲送入Z系统后, 其输出仍为单位脉冲, 只是时间上延迟了一个采样间隔。如 $b_n = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0\}$ 的Z变换为

$$B(z) = 1 + \frac{1}{2}Z + \frac{1}{4}Z^2, \text{ 则 } Z \cdot B(Z) = Z + \frac{1}{2}Z^2 + \frac{1}{4}Z^3 \text{ 的序列为 } b_{n-1} = \{0, 1, \frac{1}{2},$$

$\frac{1}{4}, 0\}$, 可见 b_{n-1} 的图形(图1-8(b)) 相对于 b_n 的图形(图1-8(a)) 来说, 只是在时间上延迟了一个采样间隔, 其形态则完全一致。

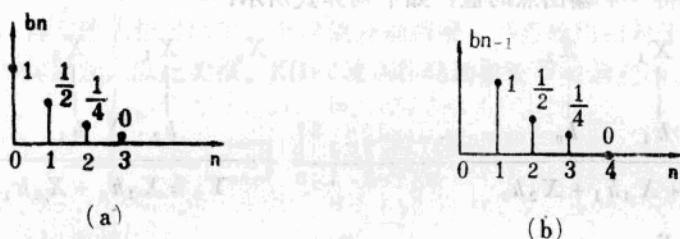


图 1-8 b_n 通过延迟算子 Z 后得 b_{n-1} , 后者比前者只延迟了一个采样间隔

用序列的 Z 变换多项式相乘代替褶积的方法是, 首先将输入信号和滤波因子进行 Z 变换:

$$\text{输入信号 } X_n = \left\{ 1, 2, -\frac{1}{2} \right\} \xleftrightarrow{Z\text{变换}} X(Z)$$

$$= 1 + 2Z - \frac{1}{2}Z^2$$

$$\text{滤波因子 } h_n = \left\{ 2, -1, 1 \right\} \xleftrightarrow{Z\text{变换}} H(Z)$$

$$= 2 - Z + Z^2$$

然后取 $X(Z) \cdot H(Z)$ 的反变换, 其结果与图1-6中的 Y_n 相同。这个过程与结果可用下列竖式表示:

右面竖式的物理含义是

$$H(Z) = 2 - Z + Z^2$$

让输入序列 X_n 的样本值依次

$$\times) \quad X(Z) = 1 + 2Z - \frac{1}{2}Z^2$$

通过系统 h_n , 将系统输出端

$$\underline{2 - Z + Z^2}$$

依次得到的脉冲响应的 Z 变

$$4Z - 2Z^2 + 2Z^3$$

换, 同类项相加, 其叠加结

$$+) \quad - Z^2 + \frac{1}{2}Z^3 - \frac{1}{2}Z^4$$

果的反 Z 变换即为褶积结果。

$$\underline{Y(Z) = 2 + 3Z - 2Z^2 + 2\frac{1}{2}Z^3 - \frac{1}{2}Z^4}$$

$$Y(Z) \xleftrightarrow{Z\text{反变换}} Y_n = \left\{ 2, 3, -2, 2\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\}$$

上述表明两个时间序列 Z 变换乘积的反变换与两者在时间域褶积结果等价。它们之间的关系可由下式表示:

$$X_n * h_n = Y_n \xleftrightarrow{Z\text{变换}} Y(Z) = X(Z) \cdot H(Z) \quad (1-1-8)$$

式中 “*” 是褶积运算符号。

褶积运算有以下重要性质: