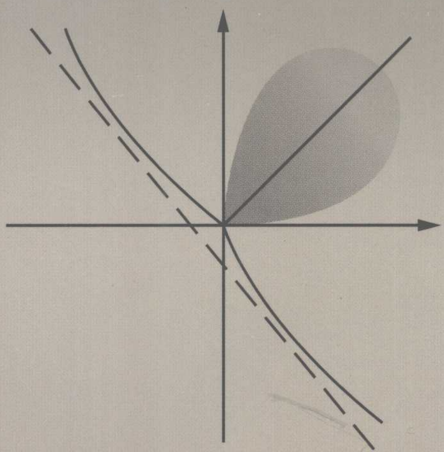
国家级职业教育创新规划教材　职业教育对外交流版基础教材

张学忠　编著

实用数学教程

Practical Mathematatic Tutorial

高职高专·技师学院



国防工业出版社
National Defense Industry Press

国家级职业教育创新规划教材
职业教育对外交流版基础教材

实用数学教程

Practical Mathematic Tutorial

（高职高专·技师学院）

张学忠　编著

国防工業出版社
National Defense Industry Press

图书在版编目(CIP)数据

实用数学教程(高职高专·技师学院)/张学忠编著.
北京:国防工业出版社,2008.2
ISBN 978-7-118-05427-9

Ⅰ.实... Ⅱ.张... Ⅲ.高等数学—高等学校:技术学院—教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 166886 号

※

国防工业出版社 出版发行
(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)
北京奥鑫印刷厂印刷
新华书店经售

*

开本 710×960 1/16 **印张** 17½ **字数** 309 千字
2008 年 2 月第 1 版第 1 次印刷 **印数** 1—4000 册 **定价** 28.00 元

国防书店:(010)68428422 发行邮购:(010)68414474
发行传真:(010)68411535 发行业务:(010)68472764

丛书序

本系列教材参考教育部颁发的《高职高专教育基础课程教学基本要求》、《高职高专教育专业人才培养目标及规格》、《中等职业学校数学教学大纲》以及劳动和社会保障部颁发的《数学教学大纲》，为落实**国防科工委关于加强国防科技工业职业教育工作的若干意见**，进一步完善国防科技工业职业教育标准，大力推进精品课程和教材建设，促进中高等职业技术教育课程体系的**相互衔接**；根据飞跃发展的国防工业对职员基本素质的要求，专门为职业技术院校的数学教学而编写，注重实用性.《实用数学教程(中职中专·技工学校)》，适用于中级阶段的教学.《实用数学教程(高职高专·技师学院)》，适用于高级(大专)阶段的教学. 为满足中职中专中技学生和部队学员中途参加高校对口单招或成人高考的需要，增加了供选修的阅读材料，学有余力的学生可补充学习阅读材料中的有关内容.《数学总复习试题详解》供参加高考的学生训练研习用. 全书内容充分考虑了起步阶段分别与普通初中和普通高中的数学课程相衔接，高职高专高技毕业终点与专科升本科教学相衔接，教学阶段中与各种类型班之间的数学课程相衔接，教学过程中的具体内容与电子、电气、计算机、数控、机械类专业基础课程相衔接. 全书所配图形采用国产优秀 CAD 软件 CAXA 及其它软件联合进行精确制作，彻底解决了困扰数学教材的图形效果问题.

为了覆盖和满足绝大部分职业院校对基础数学的要求，适应多层次教学的需要，本系列教材实行模块式设计，可按专业任务驱动模式安排教学，也可按常规模式安排教学，任课教师可根据生源特点和学制长短具体选择一种模式及教材的相应教学内容. 系列教材适用于初中起点 3＋2 或 2＋2 年制大专班、高级技工班，高中或中职起点 3 年制大专班、高级技工班、技师班，以及初中起点 3 年制中职中专班、中技班以及成教班.

本系列教材来自于数学基础与技术技能复合型教师的精心构思，来自于一线教师数十年的教学实践，来自于老一代知识分子的热心指教，来自于现代计算机科学与CAD绘图技术的帮助．献给高职高专、技师学院、高级技工学校、中职中专和技工学校的学生以及部队院校中的大专和中专学员，愿广大读者学得轻松、开心．

前言

人类进入21世纪，其生产、生活、思维方式发生了深刻的变化. 职业技术教育已成为当代社会教育的重要组成部分，职业技术院校的数学基础教学也需要上一个新的台阶，以适应科学技术与社会经济发展的需要. 由于职业技术院校的生源特点，在数学教材的编写与教学方法上，需要用通俗易懂的方法和语言说明复杂难懂的概念，降低多数读者的学习难度. 在内容的选配上，需要考虑计算机的普及和电子技术的飞速发展，机电一体化的趋势与数控加工技术的广泛应用. 根据上述指导思想，对数学基础课程进行了精心规划，并作全新编写，以适应职业技术学院不同技术专业和不同层次的生源要求.

笔者希望能编出一部既能适应时代要求，又能符合职业院校生源特点的教材，力求站在学生的角度，做到概念准确，层次清晰，语言简洁流畅，易学易懂且实用，经得起读者的检验. 一部教材编写的成功与否，最终是由读者来评判的，由于笔者学识水平有限，书中不妥与错误之处敬请读者批评指正，以便再版修订时采纳. 笔者承诺：对于同一问题第一位反映的读者给予奖励，请发往专用E-mail信箱 zhang096618@yahoo.com.cn 并留址.

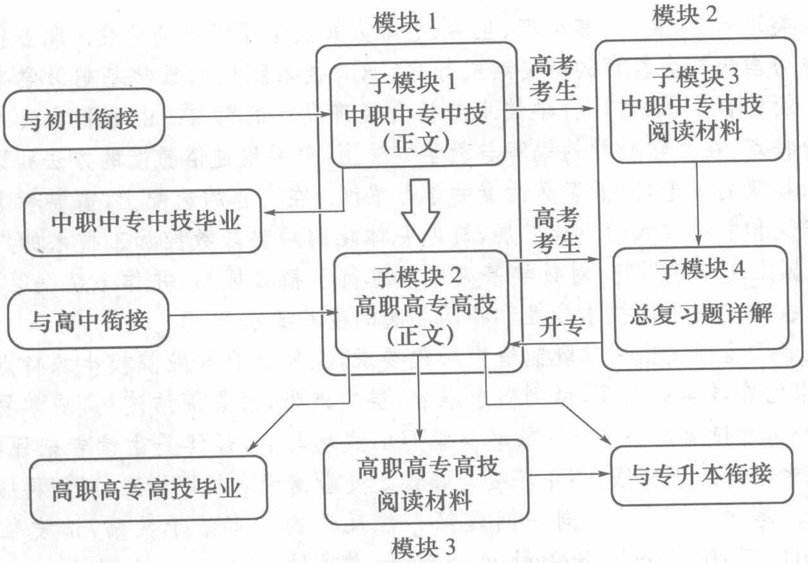
在编写过程中，曾得到下列同志的指导、协助和支援，特在此表示衷心的感谢.

姓名	毕业院校	工作单位	指导、协助、帮助或支援项目
张志能	同济大学城市规划系	江苏南通市规划局	教育规划
高俊杰	南京大学物理系	安徽省合肥市职教中心	职业教育与教学教材的编写
张学兰	上海交通大学计算机系	合肥市无线电三厂	计算机与电子数控技术
严　斌	清华大学水利工程系	江苏南通中远钢结构厂	计算机组装、维护与应用
曹启华	北京航空航天大学	国营6214厂	机械加工与空间几何

北航海尔软件公司、江苏科技大学、江西九江师范学院给予笔者友情帮助，在此表示诚挚的谢意.

作者

系列化模块式实用数学教程结构示意图



授课内容与课时大纲的详细参考资料见附录一**教学大纲**.

作者简介:

主　编　**张学忠**,"双师"型数学讲师,机械技师,1975 年毕业于江苏科技大学(现名)舰船动力专业,1981 年毕业于江西九江师范学院数学系. 曾从事国防工业技术工作,后在原第六机械工业部某重点中学执教八年,1989 年开始从教于南通职业大学技师部. 兴趣:青少儿教育系统研究.

副主编　**张滨海**,复旦大学. **王晓波**,"双师"型讲师,电气技师. **高辉**,兰州理工大学.

初　审　**张利峰**,复旦大学.

协　审　**朱　斌**,北京大学.

目录

[第一篇 基础内容]

第1章 空间解析几何

第2章 微积分

第4章 逻辑函数的图表化简法

[第二篇 阅读材料]

第5章 无穷级数

第一篇　基础内容

第1章　空间解析几何

计算机技术中的CAD制图、加工工业中的高级数控加工中心的操作、机械结构件的设计与安装、电子元器件的设计，都与空间解析几何知识密不可分.

1.1 空间直角坐标系

在空间任意取定一点 O，经过 O 作三条互相垂直的直线 OX、OY、OZ；在三条直线上分别选取它们的正方向；以 O 为起点，在三条直线上以一个单位长分别标上长度单位，使它们成为坐标轴 OX、OY、OZ. 这样，就建立了一个**空间直角坐标系**. O 点称为原点. **原点、单位长、正方向是空间直角坐标系的三要素.** 如图1－1所示，OX 称为横轴，OY 称为纵轴，OZ 称为竖轴.

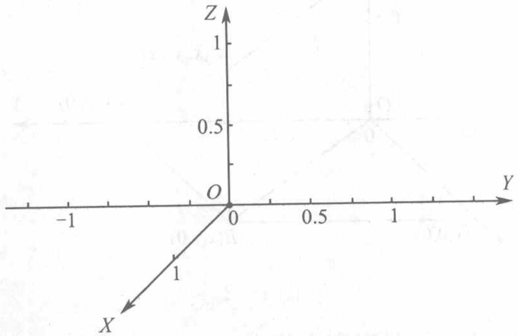


图1－1

在平面上画空间直角坐标系，制图学上有多种方法. 本书采用**斜二测轴测图和正等测轴测图**两种画法. 对于斜二测轴测图，其要点如下.

(1) OZ 轴与 OY 轴之间互相垂直，OX 轴正向与 OY 轴、OZ 轴正向之间在平面上的夹角均为135°，分别用来表示空间的90°角.

(2) OZ 轴与 OY 轴的单位长度取其真实的单位长度 1，OX 轴的单位长度取其缩短变形的单位长度，数值为真实单位长度的一半.

在斜二测空间直角坐标系中，对 OZ 轴、OY 轴、OX 轴单位长度画法的这种规定在制图学上称为**轴的简化缩短率**，如果以 P、Q、R 依次表示 OZ 轴、OY 轴、OX 轴的缩短率，则 $P:Q:R=1:1:0.5$. 平面 XOY、YOZ、XOZ 分别叫做**水平坐标面、正平坐标面、侧平坐标面**.

对于正等测轴测图，其要点如下.

(1) OX 轴、OY 轴、OZ 轴正向之间在平面上的夹角均为 $120°$，分别用来表示空间的 $90°$ 角.

(2) OX 轴、OY 轴、OZ 轴的单位长度取其真实的单位长度 1，轴的简化缩短率为 $P:Q:R=1:1:1$. 由于正等测空间直角坐标系与计算机 CAD 制图软件有密切联系，3D 立体制图已日益完善，读者应加以重视.

如图 1－2 所示，建立空间直角坐标系之后，对于空间任意点 M，可确定它的坐标如下. 过 M 点向 XOY 坐标面作一条垂线 MB，再由 B 向 OX 轴和 OY 轴分别作垂线 BA 和 BC. 设 $OA=x$，$OC=y$，$BM=z$，那么 (x,y,z) 就叫做 M 点的坐标，常把它写成 $M(x,y,z)$ 的形式，x 叫做 M 点的横坐标，y 叫做 M 点的纵坐标，z 叫做 M 点的竖坐标.

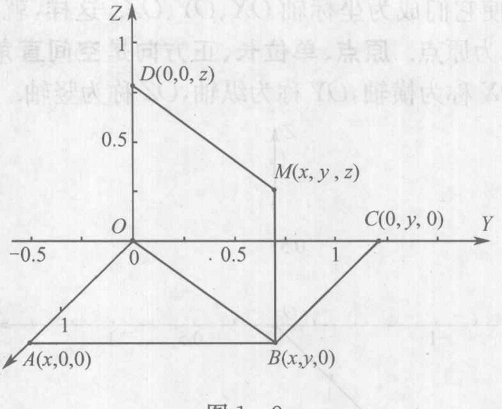


图 1－2

反过来，任意给定一个有序实数组 (x,y,z)，必定能找到一几何点，使得它的坐标就是 (x,y,z). 这样，空间上的点与有序实数组 (x,y,z) 之间建立了一一对应关系.

图 1－2 中，连结 OB，过 M 点作 OZ 轴的垂线，垂足为 D，则下列线段具有等值关系：$OA=CB$，$OC=AB$，$OD=BM$. A、B、C、D 的坐标值如图 1－2 所示.

空间直角坐标系分为**左手系**和**右手系**，为便于以后的量值计算方便，本书采用右手系，即右手大拇指与四指垂直，四指从 OX 轴的正方向以 $90°$ 角转向 OY 轴的正方向时，大拇指所指的方向为 OZ 轴的正方向.

如图 1—3 所示，分别在三个坐标面上放一个边长为 1 的正方形. 在正平坐标面上体现了正方形的真实形状；而在水平坐标面、侧平坐标面上，正方形的形状发生了改变，但要注意到，正方形的对边是保持平行的. 这对画图很重要.

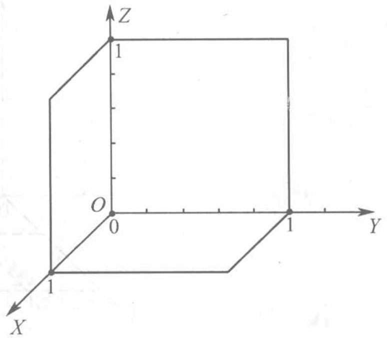


图 1—3

习 题

一、若 $P(x,y,z)$ 在 XOY 面上，z 的值如何？P 在 YOZ 面上，x 的值如何？P 在 XOZ 面上，y 的值如何？在斜二测空间直角坐标系中举例说明.

二、若 $P(x,y,z)$ 在 OX 轴上，y 及 z 的值如何？若 P 在 OY 轴上，x 及 z 的值如何？若 P 在 OZ 轴上，x 及 y 的值如何？在正等测空间直角坐标系中举例说明.

三、在斜二测空间直角坐标系中，水平坐标面 XOY 上有一个等边 $\triangle OAB$，边长为 2，OA 边在 OX 的正半轴上，B 点在水平坐标面 XOY 上的第一象限，三角形三条垂线相交于一点. 试在斜二测空间直角坐标系中画该图形并求 $\triangle OAB$ 的面积.

四、在斜二测空间直角坐标系中，水平坐标面 XOY 上有一个等边 $\triangle OAB$，边长为 3，OA 边在 OX 的正半轴上，B 点在水平坐标面 XOY 上的第一象限，三角形三条中线相交于一点 D，$\triangle OAB$ 的重心 D 的正上方四个单位为正三棱锥的顶点，在斜二测空间直角坐标系中画该图并求此三棱锥的体积. 三棱锥的体积公式为 $V=\frac{1}{3}SH$. S 为三棱锥的底面积，H 为三棱锥的高.

1.2 距离、定比分点以及球面方程

如图 1—4 所示，设空间两已知点坐标为 $M_1(x_1,y_1,z_1)$、$M_2(x_2,y_2,z_2)$，分

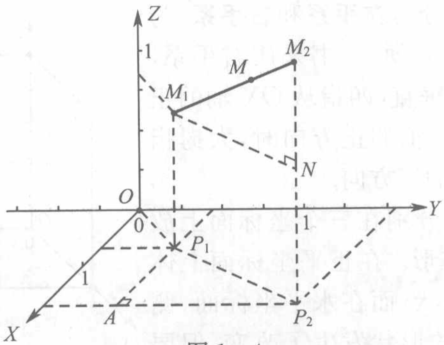


图 1－4

别过 M_1、M_2 作坐标面 XOY 的垂线，交点为 $P_1(x_1,y_1,0)$、$P_2(x_2,y_2,0)$. 过 M_1 作 P_2M_2 的垂线，垂足为 N，则 $|NM_2|^2=(z_2-z_1)^2$.

对于水平坐标面 XOY 上的 $P_1(x_1,y_1,0)$、$P_2(x_2,y_2,0)$ 两点，根据平面上两点间的距离公式有

$$|P_1P_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2},$$

即

$$|P_1P_2|^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2.$$

在 $\mathrm{Rt}\triangle M_1NM_2$ 中

$$\because\ |M_1M_2|^2=|M_1N|^2+|NM_2|^2=|P_1P_2|^2+|NM_2|^2$$
$$=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2,$$
$$\therefore\ |M_1M_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}.$$

这就是空间两点间的距离公式.

从上述过程可以看出，其推理方法和公式形态与平面解析几何相仿. 类似的还有如下内容.

1. 线段的定比分点坐标公式

如图 1－4 所示，已知空间两点坐标为 $M_1(x_1,y_1,z_1)$、$M_2(x_2,y_2,z_2)$，$M(x,y,z)$ 为线段 M_1M_2 上的一点，且 $\dfrac{M_1M}{MM_2}=\lambda$，则 M 点的坐标为

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.$$

此式称为空间线段的定比分点坐标公式.

当 M 为线段 M_1M_2 上的中点时，$\dfrac{M_1M}{MM_2}=\lambda=1$，于是有

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.$$

此式称为**空间线段的中点坐标公式**.

2. 球面方程

如图 1—5、图 1—6(正等测空间直角坐标系)及图 1—7(斜二测空间直角坐标系)所示,若球心坐标为 $A(a,b,c)$,球面动点坐标为 $B(x,y,z)$,球半径 $AB=R$,则有如下方程.

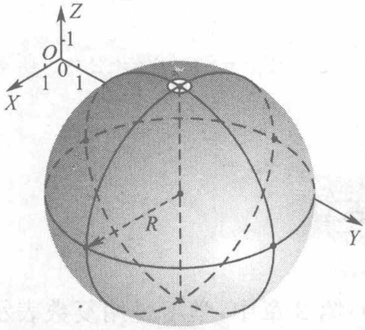


图 1—5

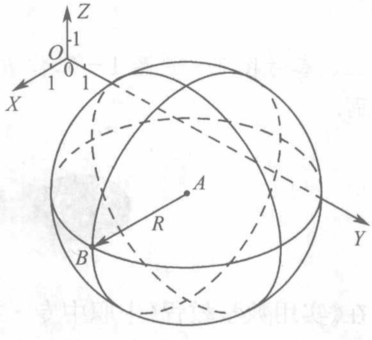


图 1—6

(1) 球面标准方程为

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2.$$

特殊情况,当球心在原点(0,0,0)时,方程就变为

$$x^2+y^2+z^2=R^2.$$

(2) 球面一般方程为

$$x^2+y^2+z^2+Dx+Ey+Fz+H=0,$$

式中:D、E、F、H 为常数,并且 $D^2+E^2+F^2-4H\geqslant 0$.

在球面标准方程里,可直接看出球心坐标为 $A(a,b,c)$,球半径为 R. 而球面的一般方程转化为球面标准方程时的计算公式为

$$a=-\frac{D}{2},b=-\frac{E}{2},c=-\frac{F}{2},$$

$$R=\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2+F^2-4H}.$$

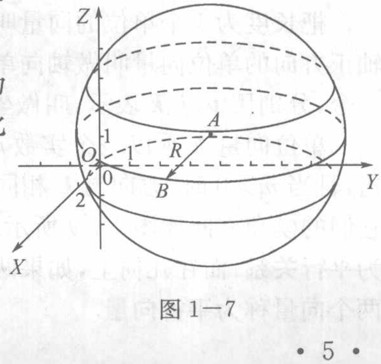


图 1—7

根据这组表达式，从球面的一般方程可直接计算出球半径 R 和球心坐标 $A(a,b,c)$.

习题

一、空间两已知点坐标为 $M_1(0,-1,3)$、$M_2(2,3,-4)$，$M(x,y,z)$ 为 M_1M_2 上的一点，且 $\dfrac{M_1M}{MM_2}=\dfrac{1}{2}$. 求 M 点的坐标和 M_1、M_2 两点间的距离并图示.

二、参考图 1—5、图 1—6，作方程 $x^2+y^2+z^2+2x-8y+2z+2=0$ 所表达的曲面.

1.3 向量及运算

在《实用数学教程（中职中专・技工学校）》第 2 章中，学习过用复数表示平面向量. 现在学习空间直角坐标系中的向量及运算. 至于平面直角坐标系中的向量及运算，仅仅是空间直角坐标系中的向量及运算简化后的特例；鉴于读者已经掌握了复平面内的向量及运算，因此对平面直角坐标系中的向量及运算不再专门讨论.

数学中研究的向量是**自由向量**，它不考虑该向量的实际背景，只具有（长度）大小、方向两个要素. 当使用有向线段表示向量时，起点位置可以任意选取，相同方向且相等长度的有向线段都表示同一向量，这样可为研究问题带来很大的方便. 下面开始学习空间向量.

1.3.1 单位向量

把长度为 1 个单位的向量叫做**单位向量**（也叫**幺矢**），用 $\boldsymbol{E}$ 表示. 而把坐标轴正方向的单位向量叫做**轴向单位向量**. 空间直角坐标系中轴向单位向量共有三个，分别用 $\boldsymbol{p}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 表示，叫做**坐标系的底矢**，如图 1—8 所示.

单位向量 $\boldsymbol{E}$ 乘以一个实数 m 所得向量 $m\boldsymbol{E}$，其模（长度）为 1 个单位的 $|m|$ 倍，且当 $m>0$ 时，方向与 $\boldsymbol{E}$ 相同，而当 $m<0$ 时，方向与 $\boldsymbol{E}$ 相反. 例如，$2\boldsymbol{k}$、$-\boldsymbol{k}$，它们的模和方向如图 1—9 所示. 这种向量之间在代数上具有的实数倍关系称为**平行关系**；而在几何上，如果两个向量在同一直线上或在平行直线上，那么这两个向量称为**平行向量**.