名校名师解题、支招、预测高考　名校名师高考复习指导文库

题中提

2006全国高考考点解析

丛书总主编：蔡上鹤　顾振彪　本册主编：王建民
北京高考试题研究室　编

2005全国高考试题（3+13）详析
2006全国高考考点分析与预测
2006高考全真模拟试卷

数学（文科）

题中提

2006全国高考考点解析

丛书总主编：蔡上鹤 顾振彪

数学（文科）

本册主编：王建民（享有国家特殊贡献津贴的特级教师，现任教于北京人大附中）
本册编者：薛文叙（特级教师，现任教于北大附中）
张 颉（特级教师，现任教于北京人大附中）
闫达伟（高级教师，首师大附属育新学校数学组组长）
王 珍（河北省省级骨干教师，现任教于河北霸州一中）
郑宇涛（高级教师，现任教于北京人大附中）
刘警修（高级教师，现任教于河北省霸州一中）
贺万顺（高级教师，现任教于河北省霸州一中）
杨 杰（北京人大附中青年骨干教师）
周建军（北京清华附中青年骨干教师）
江鹏鹰（北京一〇一中学青年骨干教师）
彭 涛（北京首师大附中青年骨干教师）
程少华（北京首师大附中附属育新学校青年骨干教师）
王 洋（北京四十四中青年骨干教师）
刘瑞图（河北省霸州一中青年骨干教师）
孟智颖（北京人大附中青年骨干教师）
宋小华（北京三十九中高级教师）
汪 东（北京三十九中高级教师）
朱雪晨（北京三十九中青年骨干教师）
刘德林（北京三十九中青年骨干教师）

中国统计出版社
China Statistics Press

(京)新登字 041 号

图书在版编目(CIP)数据

题中提—2006 全国高考考点解析・数学(文科)
/蔡上鹤,顾振彪主编
北京:中国统计出版社,2005.7
ISBN　7-5037-4782-X/G.158
Ⅰ.题…　Ⅱ.①蔡…②顾…　Ⅲ.数学课－高中－升学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 090345 号

题中提—2006 全国高考考点解析・数学(文科)

作　　者/ 丛书总主编:蔡上鹤　顾振彪　本册主编:王建民
责任编辑/ 陈根余
封面设计/ 刘国宁
E-mail　/ lgn@stats.gov.cn
出版发行/ 中国统计出版社
通信地址/ 北京市西城区月坛南街 75 号(邮政编码:100826)
办公地址/ 北京市丰台区西三环南路甲 6 号
电　　话/ (010)63459084　63266600-22500(发行部)
排　　版/ 北京排版(www.bjpb.com)
印　　刷/ 河北天普润印刷厂
经　　销/ 新华书店总经销
开　　本/ 787×1092 毫米　1/16
字　　数/ 539 千字
印　　张/ 16.5
版　　别/ 2005 年 8 月第 1 版
版　　次/ 2005 年 8 月第 1 次印刷
书　　号/ ISBN　7-5037-4782-X/G.158
定　　价/ 26.00 元

前言

我国改革开放以来，教育部汇集大批专家、大学和中学一线教师，对全国普通高等学校招生统一考试的命题工作从理论和实践上都进行了广泛、深入的研究，取得了骄人的成效。科学的试卷、科学的评阅和划档录取，为我国选拔了大批考生，使他们得以进入高等学校深造，成为方方面面的优秀人才。

现今的高考，已经从侧重于测试基础知识、基本技能，转向在测试上述"双基"的同时，着重测试学生运用"双基"解决实际问题的能力。各科试题经过精心设计，能够基本上测出应试考生这一学科所具有的的素养，以及进入高等学校继续深造的资质和潜能，这为高等学校录取新生提供了重要依据。

广大考生，尤其是以前未参加过教育部统一组织的全国高考的应届高中毕业生，对各科高考试卷的结构、特点、考试策略等等，都是通过历届试题和模拟试题去把握的。随着我国政治、经济、文化教育的深入变革，各科高考试卷每年都随之有所变化，而且不少省(区、市)还采取了由本省(区、市)招生办公室自行命题、经教育部考试中心审定的方式，使得全国的每一学科试卷都有十几套，呈现出一派繁花似锦、百花齐放的壮观景象。这也为后来的考生提供了一个广泛的训练、感悟和体验的空间，因为其中的试卷、试题都具有较高的质量。

对于广大考生来说，不仅希望拥有国家(或省、区、市)设计

的、质量高的高考试卷，更希望长期从事高中教学、具有丰富的高考教学经验和策略的名校名师，能够对试卷作出精辟到位、画龙点精的分析，指破迷津，让他们在较短的迎考复习时间内，有拨开云雾见到天日之感。

中国统计出版社经过周密调查，为满足广大考生的需求，特组织北京和全国名校长期从事高中教学的一批特级教师和高级教师，联袂编写了这本高考应试辅导教材。本套丛书对2005年高考采用的全国统一试卷和各地自行命题的全部试卷的每道考题进行了解答、详析和点评，剖析了2005年高考试题测试的主要知识点，对2006年高考测试内容作了展望和预测，并在分析研究全国历届高考试卷的基础上，为考生精备了高考强化训练题和模拟试题。

考生从这套丛书中，经过名师指点和精心的研读，可以领悟明了：高考试卷的结构和试题合成方式；高考测试的内容、重点、难点和各道试题的测试目标；2005年试卷与历年试卷相比新在哪里；难题难在那里，形成考生的思维障碍及破除障碍的关键在哪里；学生解析这些试题时，容易在那些地方出错，如何防止和纠正；对于疑难试题，可以从那些不同的方向进行突破，突破的妙招是什么；试题怎样进行延伸，使自己能够举一反三，触类旁通；2006年高考可能测试的主要知识点及试题类型等等。并通过强化训练题的练习，提高2006年考生高考应试能力。

中国统计出版社的同志和本丛书的作者，坚持以广大考生为本，想考生所想，连日奋战，用较短的时间编写、出版了这套丛书，作为对2006年应届高中毕业生和高中各科一线教师的强力奉献。2006年准备参加高考的考生及其任教老师，将可以从这套丛书中获得宝贵的启示。这套丛书还反映了高考各科教学和高考的改革方向，成为中国基础教育各科课程、教材、教法改革史的一套研究资料。

正是看到本丛书的上述使用价值和研究价值，我们怀着对广大考生浓厚感情和为教育积累文献资料的远见，做了这件既有现实意义又有历史意义的工作。并企望通过这一工作，广泛征求并认真吸纳广大读者对本丛书的意见，进一步满足广大学生及其家长和从事高三教学的一线教师的需求，把这套丛书打造成一部精品。

蔡上鹤

2005年7月28日

目　录

1

剖析 2005 年高考试题
展望 2006 年高考

2005年夏季高考数学试题分析与2006年高考复习建议

2005年全国高考，在2004年高考改革的基础上进一步深入和发展. 全国及一些省市共命制了16套(含文理科)共29种试卷. 这些试卷依据《2005年普通高等学校招生全国统一考试大纲》或一些省市的《2005年高考考试说明》的各项要求，在遵循"数学科考试，要发挥数学作为基础学科的作用，既重视考查中学数学知识掌握程度，又注重考查进入高校继续学习的潜能."原则的基础上，进一步加大了改革的力度.

2005年夏季高考数学试卷分析

(一)全面、综合测试基础知识，重视考查对数学内涵的理解

数学基础知识、基本技能和基本的数学思想方法是中学数学教学的主要内容. 学生是否具有较为扎实的基础知识和基本理论，是否具有较高水平的分析和解决问题的能力的前提，也是将来继续学习、参加生产、从事科研工作的基础.

考查学生对基础知识的掌握程度，是数学考试的重要目标之一. 对知识的考查，不仅是知识的简单的重现，更注重理解和运用，特别是注重知识的整体性和综合性. 在知识网络的交汇点上设计试题，其目的是为了引导学生在夯实基础上下功夫，对所学知识融会贯通，理论联系实际，防止单纯性的死记硬背.

1. 对数学基础知识的考查，要求全面又突出重点

全面考查《考试大纲》要求的知识内容，教材中各章的内容都有所涉及. 如二项式定理、排列、组合、复数、球等教学课时较少的内容，在试卷中也都有考查. 在全面考查的前提下，重点考查高中数学知识的的主干内容，如函数，不等式、数列、直线与平面、圆锥曲线、平面向量、概率、导数.

例1 (2005年全国数学卷(Ⅰ))设 I 为全集，$S_1S_2S_3$ 是 I 的三个非空子集，且 $S_1\cup S_2\cup S_3=I$，则下面论断正确的是

A. $\complement S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$

B. $S_1\subseteq(\complement S_2\cap\complement S_3)$

C. $\complement S_1\cap\complement S_2\cap\complement S_3=\varnothing$

D. $S_1\subseteq(\complement S_2\cup\complement S_3)$

本题考查了集合的概念，是源于课本的基础题目，即可以从集合的基本关系和基本运算入手解答，也可以运用文氏图求解.

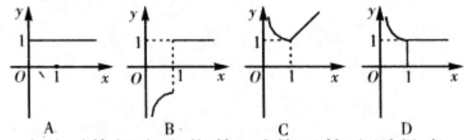
例2 (2005年全国数学卷(Ⅲ))设 $0\leqslant x\leqslant 2\pi$，且 $\sqrt{1-\sin 2x}=\sin x-\cos x$，则

A. $0\leqslant x\leqslant\pi$ B. $\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{2}$

由于 $\sqrt{1-\sin 2x}=|\sin x-\cos x|$，要使本题的结论成立，只须 $\sin x>\cos x$，这种比较三角函数值大小的问题是三角函数学习过程中常见的问题，运用三角函数定义、三角函数图象或单位圆都可以得出结论.

例3 (2005年湖北卷4)函数 $y=e^{|\ln x|}-|x-1|$ 的图象大致是



由绝对值概念和指数、对数运算法则得当 $x\geqslant 1$ 时，函数化为 $y=e^{\ln x}-x+1=1$，当 $x<1$ 时，函数化为 $y=e^{-\ln x}+x-1=\frac{1}{x}+x-1$. 再根据选项得结论 D. 虽然高中数学课程中没有学习 $y=\frac{1}{x}+x$ 的图象，可以依 $y=\frac{1}{x}$ 和 $y=x$ 在区间$(0,1)$上变化快慢直观判断函数 $y=\frac{1}{x}+x$ 在$(0,1)$上是减函数；也可以代值实验；或依据 $y=\frac{1}{x}+x$ 的取值都可以得结论D.

统揽各种试卷，不难看出，基础知识的考查即全面又突出重点，很多题目源于课本，即使课本中没有的内容，运用所学的基础知识也可以容易解决. 重视基础、夯实基础是十分重要的.

2. 重视知识的交汇与融合，在知识网络的交汇点上设计试题

数学是有严密逻辑体系的知识系统，各部分内容有机联系组成一个整体结构. 高考试题注重学科的内在联系和知识的综合，多个题目都在几个知识层面的交汇处命题，综合程度较高.

例4 （2005年北京卷13）对于函数 $f(x)$ 定义域中任意的 $x_1,x_2(x_1\neq x_2)$，有如下结论：

①$f(x_1+x_2)=f(x_1)\cdot f(x_2)$；

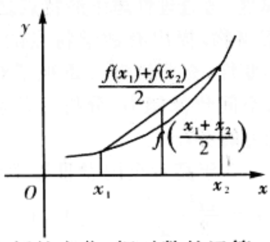
②$f(x_1\cdot x_2)=f(x_1)+f(x_2)$；

③ $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$；

④ $f(\frac{x_1+x_2}{2})<\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$.

当 $f(x)=\lg x$ 时，上述结论中正确结论的序号是__________.

结论①是对数运算法则的符号表示，若对代数的多重表示有较深刻的理解，能立即判断它是正确的，同时得出②是错误的. ③可以看成用符号语言描述增函数的概念，$f(x)=lgx$ 是增函数，因而正确. ④中不等式译成图形语言即是凹函数图象，如图. 但是 $f(x)=lgx$ 是凸函数，该选项是错误的.



本题带来新的变化，把对数的运算、对数函数的单调性、对数函数图象的凹凸性等知识有机合成为一道多选的填空题. 若对函数及性质有较清楚的理解作起来不会有什么困难，而靠死记硬背的考生不大容易解对此题.

例5 （2005年山东卷11）$0<a<1$，下列不等式一定成立的是

A. $|\log_{(1+a)}(1-a)|+|\log_{(1-a)}(1+a)|>2$

B. $|\log_{(1+a)}(1-a)|<|\log_{(1-a)}(1+a)|$

C. $|\log_{(1+a)}(1-a)+\log_{(1-a)}(1+a)|<|\log_{(1+a)}(1-a)|+|\log_{(1-a)}(1+a)|$

D. $|\log_{(1+a)}(1-a)-\log_{(1-a)}(1+a)|>|\log_{(1+a)}(1-a)|-|\log_{(1-a)}(1+a)|$

本题把参数、对数函数、含绝对值的不等式、平均值不等式等知识融合，由平均值不等式可判断(A)正确；从参数取值出发，结合对数函数性质可推出 $|\log_{(1+a)}(1-a)|>1$，

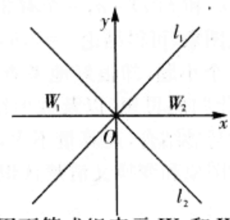
因为 $|\log_{(1-a)}(1+a)|<1$，显然(B)不成立；根据 $\log_{(1+a)}(1-a)<0$，$\log_{(1-a)}(1+a)<0$，利用含绝对值的不等式的性质，可得(C)、(D)也不成立. 这种以含参数的对数为载体，融合不等式知识命制的具有综合性质的试题，若没有对这些知识的真正理解，很难正确解答.

强调基础，强调学科的内在联系，各种试卷中的多数试题都是综合性较强的题目，既有章节内部各部分知识在各自发展过程中的纵向联系，又有各章知识之间的横向联系，还有与其他学科间的联系. 把数学这门基础学科作为一个整体，从学科的整体高度进行综合的考查.

3. 重视考查对数学内涵的理解、突出对数学本质的考查

数学教育的本质首先是数学，数学对社会的作用越来越大，数学意识，特别是思维方法是其他学科很难代替的. 历年高考试题一贯突出对数学本质的考查，强调数学的基础知识和基本方法的考查，强调重要的数学思想方法的考查. 函数重在考查基本性质、函数方法和数形结合的思想；立体几何重在考查对空间图形的处理能力，在空间图形中进行推理、对角与距离度量，平面图形与空间图形互相转化；解析几何重在考查它的最基本的研究方法——坐标法……

例6 （2005年北京卷18）如图，直线 $l_1:y=kx(k>0)$ 与直线 $l_2:y=-kx$ 之间的阴影区域（不含边界）记为 W，其左半部分记为 W_1，右半部分记为 W_2.



（Ⅰ）分别用不等式组表示 W_1 和 W_2；

（Ⅱ）若区域 W 中的动点 $P(x,y)$ 到 l_1,l_2 的距离之积等于 d^2，求点 P 的轨迹 C 的方程；

（Ⅲ）设不过原点 O 的直线 l 与（Ⅱ）中的曲线 C 相交于 M_1,M_2 两点，且与 l_1,l_2 分别交于 M_3,M_4 两点. 求证 $\triangle OM_1M_2$ 的重心与 $\triangle OM_3M_4$ 的重心重合.

本题是把线性规划与解析几何融合命题. 实际上是一个传统的题目，经过巧妙的加工，成为很有新意的题目；高中阶段学习最简单的线性规划知识，本题非常巧妙地把融合进来以表示轨迹所在的区域；求点 P 的轨迹方程及证明两个三角形的重心重合所用的解析几何最本质，也是最重要的方法——坐标法；解答过程中，要进行必要的字母运算，这种运算能力也是今后继续学习所必须具备的能力.

（二）把握数学学科特点，倡导通性通法，考查数学思想

数学思想方法是对数学知识的最高层次的概括与提炼，是适用于中学数学全部内容的通法，是高考考查的核心. 今年的各套试卷中都能体现出注重通性通法，强调数学思想和方法的特点.

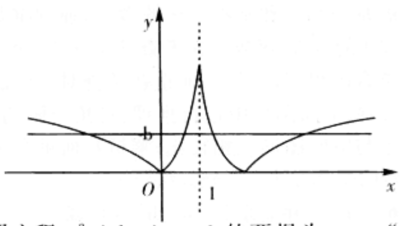
数学思想方法包括：数形结合的思想、分类讨论的

思想、函数与方程的思想、化归与转化的思想；和逻辑学中的方法：分析法、综合法、反证法、归纳法；以及具体数学方法：配方法、换元法、待定系数法、同一法等.

例 7 (2005 年上海卷 16)设定义域为 **R** 的函数 $f(x)=\begin{cases}|\lg|x-1||, & x\neq 1\\ \cdots\cdots & \\ 0, & x=1\end{cases}$，则关于 x 的方程 $f^2(x)+bf(x)+c=0$ 有 7 个不同实数解的充要条件是

A. $b<0$ 且 $c>0$　　B. $b>0$ 且 $c<0$

C. $b<0$ 且 $c=0$　　D. $b\geqslant 0$ 且 $c=0$



设方程 $x^2+bx+c=0$ 的两根为 m,n."方程有 $f^2(x)+bf(x)+c=0$ 有 7 个不同实数解"的充要条件是"方程 $f(x)=m$ 和 $f(x)=n$，一个有 3 个根，一个有 4 个根".画出函数图象，可得结论 $c=0,b<0$.

本题虽然是个小题，却很好地考查了函数与方程的思想、转化与化归的思想、以及数形结合的方法.题目把方程与函数巧妙结合，运算量不大，但必须对方程根的本质及对数图象和变换又清楚认识才能得到正确的解答.

例 8 (2005 年江苏卷 22)已知 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=x^2|xa|$.

(Ⅰ)当 $a=2$ 时，求使 $f(x)=x$ 成立的 x 的集合；

(Ⅱ)求函数 $y=f(x)$ 在区间(1,2)上的最小值.

题目入口容易、深入难.解决(Ⅱ)时，首先要分析函数的属性：$f(x)=x^2|xa|\geqslant 0$，因此当 $x=0,x=a$ 时，$f(x)$ 有最小值 0.再讨论 a 与所给区间(1,2)的关系，利用分类讨论的思想及导数研究函数单调性的方法逐步深入.

例 9 (2005 年全国数学卷(Ⅰ)22)

(Ⅰ)设函数 $f(x)=x\log_2 x+(1-x)\log_2(1-x)(0<x<1)$，求 $f(x)$ 的最小值；

(Ⅱ)设正数 $p_1,p_2,p_3,\cdots,p_{2^n}$ 满足 $p_1+p_2+p_3+\cdots+p_{2^n}=1$，证明

$$p_1\log_2 p_1+p_2\log_2 p_2+p_3\log_2 p_3+\cdots+p_{2^n}\log_2 p_{2^n}\geqslant -n$$

解决本题需要用综合运用导数等知识及数学归纳法，在推理的严密性与灵活性等方面都有较高要求.问题(Ⅰ)，可以通过求导，讨论函数单调性求得结果；问题(Ⅱ)，在数学归纳法的第二步，由归纳假设推证 $n=k+1$ 时命题也成立的过程，需要引进参数，把 $n=k+1$ 时命题条件转化为 $n=k$ 时的命题条件.这个转化，没有对数学思思想方法较好的把握是不能完成的.

数学不仅仅是一种重要的"工具"或者"方法"，更重要的是一种思维模式，表现为数学思想.2005 年的高考各类试卷都不刻意追求知识点的覆盖率，但对数学思想和方法的考查始终贯穿于整个试卷之中.

(三)深化数学理性思维的考查，突出能力立意

数学是思维课程，主要是理性思维，数学本身是从客观事物中抽象出来的理性思维系统.数学是培养理性思维的重要载体，通过研究模式结构，运用判断、分析、综合、演绎、推理、论证等理性思维方法，增强分析能力，启迪创新思维，提高思维品质，构成人的文化素质的重要组成部分.

数学高考目标之一：检测考生个体理性思维的广度和深度，进一步学习的潜能.

2005 年试题，考查理性思维的特点之一，是从数和形的角度观察事物，提出有数学特点的问题(如存在性、惟一性、不变性、充要性等).重视了对逻辑思维能力、计算能力、空间想像能力、分析问题解决问题能力等核心数学能力的考查.

例 10 (2005 年高考全国卷Ⅲ数学(理)试题 22)已知函数 $f(x)=\dfrac{4x^2-7}{2-x}$，$x\in[0,1]$

(Ⅰ)求 $f(x)$ 的单调区间和值域.

(Ⅱ)设 $a\geqslant 1$，函数 $g(x)=x^3-3a^2x-2a$，$x\in[0,1]$，若对于任意 $x_1\in[0,1]$，总存在 $x_0\in[0,1]$，使得 $g(x_0)=f(x_1)$ 成立，求 a 的取值范围.

解答(Ⅱ)，首先读懂题设的条件与结论的要求，"若对于任意 $x_1\in[0,1]$，总存在 $x_0\in[0,1]$，使得 $g(x_0)=f(x_1)$ 成立"指的是："函数 $g(x)$，$x\in[0,1]$的值域 B 与函数 $f(x)$，$x\in[0,1]$的值域 A 之间满足关系 BA".判断函数 $g(x)$ 在区间 $x\in[0,1]$上的单调性，找出它的值域 B.再判断函数 $f(x)$ 在区间 $x\in[0,1]$上的单调性，找出它的值域 A.问题等价的转化为求 B，A 时，a 的取值范围.题目对数学学科特点的把握比较准确，有一定的深度，对考生的思维能力有较高的要求.

例 11 (2005 年湖北卷 7)若 $\sin\alpha+\cos\alpha=\tan\alpha$ $(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$，则 $\alpha\in$

A. $(0,\frac{\pi}{6})$　　B. $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4})$

C. $(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3})$　　D. $(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2})$

由于 $\sin\alpha+\cos\alpha(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$ 的取值范围是 $(1,\sqrt{2}]$，使 $\sin\alpha+\cos\alpha=\tan\alpha$ 成立的必须大于 $\frac{\pi}{4}$，很容易得到答案 C.题目很小，也无须过多运算，但对分析

问题的能力要求很高，体现了高考试题“想的多算的少”的特点.

例 12 （2005 年北京卷 19）设数列$\{a_n\}$的首项 $a_1=a\neq\frac{1}{4}$，且 $a_{n+1}=\begin{cases}\frac{1}{2}a_n, & n\text{ 为偶数},\\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \\ a_n+\frac{1}{4}, & n\text{ 为奇数},\end{cases}$，

记 $b_n=a_{2n-1}-\frac{1}{4}$，$n==1,2,3,\cdots$.

（Ⅰ）求 a_2，a_3；

（Ⅱ）判断数列$\{b_n\}$是否为等比数列，并证明你的结论；

（Ⅲ）求$\lim\limits_{n\to\infty}(b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n)$.

数列及递推数列是高考复习的重点之一，但是把递推关系分段表示却很少见到. 因而可以说它是一道反对题海战术的好题. 只须抓住 n 为偶数还是奇数的核心问题，依据递推关系，寻求$\{b_n\}$的通项公式，可以完整地解答本题.

本题的特点是：运算量不大，思维水平要求高；必须深刻理解数列概念及各项的关系，才能正确解答；对“数”这个数学中最基本的元素的认识要深刻，有“数感”；头脑清楚，逻辑思维水平高，不会觉得此题难，数学学习比较死的考生不会解答；虽然考查数列的递推关系，但适度，只作为载体，没过多的扩展.

（四）科学处理数学创新能力，突出数学核心能力

2005 年的命题在考查创新能力和应用意识方面进一步进行了大胆的摸索，设计了研究型、探索型的新题型. 利用立意创新、结构创新、背景创新的题来突出考查考生的创新能力，对高层次的理性思维、创新意识进行了综合考查，有很好的选拔功能.

例 13 （2005 年上海 12）用 n 个不同的实数 a_1，a_2，$\cdots$，a_n 可得到 $n!$ 个不同的排列，每个排列为一行写成一个 $n!$ 行的数阵. 对第 i 行 a_{i1}，a_{i2}，$\cdots$，a_{in}，记 $b_i=-a_{i1}+2a_{i2}-3a_{i3}+\cdots+(-1)^n na_{in}$，$i=1,2,3,\cdots,n!$. 例如：用 1,2,3 可得数阵如图，由于此数阵中每一列各数之和都是 12，所以，

$b_1+b_2+\cdots+b_6=-12+2\times12-3\times12=-24$，那么，在用 1,2,3,4,5 形成的数阵中，$b_1+b_2+\cdots+b_{120}=$__________.

读出数阵中的行数，及每一列各数字之和，可以知道，在用 1,2,3,4,5 形成的数阵中，每一列各数之和字都是 $\frac{120}{5}\times(1+2+3+4+5)=360$，于是 $b_1+b_2++\cdots\cdots+b_{120}=360\times(1+23+45)=-1080$. 我们可以清楚地感受到本题给学生创设了接受型学习——发现型学习——研究型学习的平台，轮廓清晰又亲切，拾级而上轻松又自然.

例 14 （2005 年湖南卷 15）设函数 $f(x)$的图象与直线 $x=a$，$x=b$ 及 x 轴所围成图形的面积称为函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的面积，已知函数 $y=\sin nx$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{n}\right]$ 上的面积为 $\frac{2}{n}$ $(n\in N^*)$，(i) $y=\sin3x$ 在 $\left[0,\frac{2\pi}{3}\right]$ 上的面积为________；(ii) $y=\sin(3x\pi)+1$ 在 $\left[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right]$ 上的面积为________.

首先学习求曲线围成封闭的平面图形面积的法则，依据法则求出 $y=\sin3x$ 在$\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$上的面积，由正弦函数的对称性导出 $y=\sin3x$ 在$\left[0,\frac{2\pi}{3}\right]$的面积；进而利用三角函数图象及变换推出 $y=\sin(3x\pi)+1$ 在 $\left[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right]$上的面积. 这种学习一些新的法则，再依据所掌握的基础知识解决新问题的能力是进入高校所必须的，也是高考常考查的新题.

例 15 （2005 年北京卷 14）已知 n 次多项式 $P_n(x)=a_0x^n+a_1x^{n_1}+\cdots+a_{n_1}x+a_n$，如果在一种算法中，计算 x_0^k $(k=2,3,4,\cdots,n)$的值需要 $k-1$ 次乘法，计算 $P_3(x_0)$的值共需要 9 次运算（6 次乘法，3 次加法），那么计算 $P_n(x_0)$的值共需要次运算.

下面给出一种减少运算次数的算法：$P_0(x)=a_0$，$P_{k+1}(x_0)=xP_k(x)+a_{k+1}$ $(k=0,1,2,\cdots,n1)$. 利用该算法，计算 $P_3(x_0)$的值共需要 6 次运算，计算 $P_n(x_0)$的值共需要运算.

本题是一道研究型、探索型的新型题. 它立意创新、结构创新、背景创新，突出考查考生的创新能力. 题目提供了计算多项式运算次数的算法，要求学生通过阅读理解该算法，并能运用它进行推理和解决问题. 首先要读懂题目的叙述，把所给的文字和数学符号翻译成数学关系输入大脑，以便于大脑加工. 阅读理解是学习新知识的必要条件，数学的阅读理解能力是高考考查的一种重要的能力. 阅读中学习一些新知识，与已有的规则，从新组织，融合，解决新问题. 这是对高层次的理性思维、创新意识进行了综合考查，有很好的选拔功能.

2006 年高考复习建议

综观 2005 年高考试题，可以看到，数学科的考试承袭了历年来高考命题的总体原则：按照“考查基础知识的同时，注重考查能力”的原则，确立以能力立意命题的指导思想，增加应用性和能力型的试题，加强

素质的考查,融知识、能力与素质于一体,全面检测考生的数学素养.发挥数学作为基础学科的作用,既考查中学数学的知识和方法,又考查进入高校继续学习的潜能.

高考试题体现反对死记硬背,反对题海战术,反对猜题压题;坚持三基为本,坚持能力为纲的原则.据此,2006年度高考复习要注意以下几点:

(一)学好考试大纲,明确范围及考查要求

吃透《考试大纲》,明确重点,对高考"考什么","怎样考",应了若指掌.只有这样,才能对高考数学科的要求准确把握,复习到位.必须明确:

*"考什么"?——知识内容要求,能力要求.

*"怎样考"——命题者的思路,历年高考命题的规律和特点.

*今年大纲有何变化.

(二)纵横梳理知识和方法,形成一个条理化、有序化、网络化的利于提取的认知结构.

良好的知识结构是高效应用知识的保证,对数学本质的正确认识是建构良好知识结构和认知结构体系的前提.狠抓基础,以课本为主,重新全面梳理知识、方法,注意知识结构的重组与概括,揭示其内在的联系与规律,从中提炼出思想方法.

高考数学试题十分重视对学生能力的考查,而这种能力是以整体的、完善的知识结构为前提的.国家教育部考试中心试题评价组《全国普通高考数学试题评价报告》明确指出:"试题注意数学各部分内容的联系,具有一定的综合性.加强数学各分支知识间内在联系的考查……要求考生把数学各部分作为一个整体来学习、掌握,而不机械地分为几块.这个特点不但在解答题中突出,而且在选择题中也有所体现."

1.对重点知识与重点方法要理解准、透.如概念复习要作到:灵活用好概念的内涵和外延,分清容易混淆的概念间的细微差别,提防误用或错用;全面准确把握好所用概念的前提条件;熟练掌握表示有关概念的字符、记号.

2.要注重通性通法,强调数学思想和方法.总结并反思在自己在解题过程中怎样灵活地运用函数与方程、数形结合、分类讨论、化归与转化等思想;怎样选择分析法、综合法、反证法,归纳法等逻辑学中的方法;是否熟练掌握配方法、换元法、待定系数法、同一法等具体的数学方法.作自我诊断:会什么?你是怎样处理问题的?(成功、失败)怎样把新题转化为你熟悉的知识方法?掌握数学思想和方法,并发展成为一种能力,在高考时就能游刃有余,战无不胜.

3.掌握中学数学贯通的观点.如立体几何中用平面图形合成表现立体图形的观点;将立体图形分解转化为平面图形的观点;用关于形的逻辑思维统帅识图、做图的技能以形成空间想象能力的观点.学生运用高观点,就比较容易驾御立体几何的解题.

(三)使学生从"模仿型"向"领悟型"的方向转化

1.注重双基,突出重点真正理解概念、法则、公式、定理、公理的来龙去脉.不能死记硬背.

2.提炼和运用数学思想,常能使解决问题事半功倍.因此,在复习过程中,我们应当努力挖掘知识内涵,提炼数学思想方法,逐步实现知识向能力的转化.

3.尝试发现方式、自主探索方式;在研究性学习的过程中,亲历发现知识、获得成功的体验,逐步启迪智慧,发展思维,开发潜能,提高素质.

4.倡导研究交流,包括老师与学生、学生与学生之间的交流.交流过程就是加强理解的过程.

5.进一步强化自学能力的提高和自学习惯的养成.学会阅读,学会正确获取信息、正确理解信息、正确运用信息,并将所掌握的信息转换成数学模型.学会综合运用所学的文化科学加以观察现实中与数学有关的问题,加以分析、判断,并将其解决.

2

2005年全国高考试题(3+13)详析

2005年普通高等学校招生全国统一考试数学(文史类)

全国卷(Ⅰ)

一、选择题:(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

(1) 设直线l过点$(-2,0)$,且与圆$x^2+y^2=1$相切,则l的斜率是

A. ± 1　　B. $\pm\frac{1}{2}$　　C. $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\pm\sqrt{3}$

(2) 设I为全集,$S_1S_2S_3$是I的三个非空子集,且$S_1\cup S_2\cup S_3=I$,则下面论断正确的是

A. $\complement_I S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$

B. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cap\complement_I S_3)$

C. $\complement_I S_1\cap\complement_I S_2\cap\complement_I S_3=\varnothing$

D. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cup\complement_I S_3)$

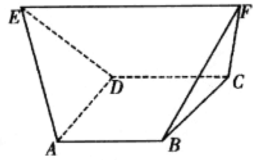
(3) 一个与球心距离为1的平面截球所得的圆面面积为π,则球的表面积为

A. $8\sqrt{2}\pi$　　B. 8π　　C. $4\sqrt{2}\pi$　　D. 4π

(4) 函数$f(x)=x^3+ax^2+3x-9$,已知$f(x)$在$x=-3$时取得极值,则$a=$

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

(5) 如图,在多面体$ABCDEF$中,已知$ABCD$是边长为1的正方形,且$\triangle ADE$、$\triangle BCF$均为正三角形,$EF\parallel AB$,$EF=2$,则该多面体的体积为



A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

(6) 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的一条准线为$x=\frac{3}{2}$,则该双曲线的离心率为

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(7) 当$0<x<\frac{\pi}{2}$时,函数$f(x)=\frac{1+\cos 2x+8\sin^2 x}{\sin 2x}$的最小值为

A. 2　　B. $2\sqrt{3}$　　C. 4　　D. $4\sqrt{3}$

(8) $y=\sqrt{2x-x^2}\ (1\leqslant x\leqslant 2)$反函数是

A. $y=1+\sqrt{1-x^2}\ (-1\leqslant x\leqslant 1)$

B. $y=1+\sqrt{1-x^2}\ (0\leqslant x\leqslant 1)$

C. $y=1-\sqrt{1-x^2}\ (-1\leqslant x\leqslant 1)$

D. $y=1-\sqrt{1-x^2}\ (0\leqslant x\leqslant 1)$

(9) 设$0<a<1$,函数$f(x)=\log_a(a^{2x}-2a^x-2)$,则使$f(x)<0$的$x$的取值范围是

A. $(-\infty,0)$　　B. $(0,+\infty)$

C. $(-\infty,\log_a 3)$　　D. $(\log_a 3,+\infty)$

(10) 在坐标平面上,不等式组$\begin{cases}y\geqslant x-1\\ y\leqslant -3|x|+1\end{cases}$所表示的平面区域的面积为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　D. 2

(11) 在$\triangle ABC$中,已知$\tan\frac{A+B}{2}=\sin C$,给出以下四个论断:

①$\tan A\cdot\cot B=1$　　②$0<\sin A+\sin B\leqslant\sqrt{2}$

③$\sin^2 A+\cos^2 B=1$　　④$\cos^2 A+\cos^2 B=\sin^2 C$

其中正确的是

A. ①③　　B. ②④　　C. ①④　　D. ②③

(12) 点O是三角形ABC所在平面内的一点,满足$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}$,则点$O$是$\triangle ABC$的

A. 三个内角的角平分线的交点

B. 三条边的垂直平分线的交点

C. 三条中线的交点

D. 三条高的交点

二、填空题:(本大题共4小题,每小题4分,共16分)

(13) 若正整数m满足$10^{m-1}<2^{512}<10^m$,则$m=$________.($\lg 2\approx 0.3010$)

(14) $(x-\frac{1}{x})^8$的展开式中,常数项为________.(用数字作答)

(15) 从6名男生和4名女生中,选出3名代表,要求至少包含1名女生,则不同的选法共有________种.

(16) 在正方形 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,过对角线 BD' 的一个平面交 AA' 于 E,交 CC' 于 F,

①四边形 $BFD'E$ 一定是平行四边形

②四边形 $BFD'E$ 有可能是正方形

③四边形 $BFD'E$ 在底面 $ABCD$ 内的投影一定是正方形

④四边形 $BFD'E$ 有可能垂直于平面 $BB'D$

以上结论正确的为__________.(写出所有正确结论的编号)

三、解答题:(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

(17) (本大题满分12分)

设函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)(-\pi<\varphi<0)$,$y=f(x)$ 图象的一条对称轴是直线 $x=\frac{\pi}{8}$.

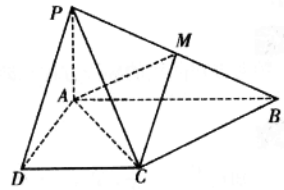
(Ⅰ)求 φ;

(Ⅱ)求函数 $y=f(x)$ 的单调增区间;

(Ⅲ)画出函数 $y=f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上的图象.

(18) (本大题满分12分)

已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为直角梯形,$AB\parallel DC$,$\angle DAB=90°$,$PA\perp$ 底面 $ABCD$,且 $PA=AD=DC=\frac{1}{2}AB=1$,M 是 PB 的中点.



(Ⅰ)证明:面 $PAD\perp$ 面 PCD;

(Ⅱ)求 AC 与 PB 所成的角;

(Ⅲ)求面 AMC 与面 BMC 所成二面角的大小.

(19) (本大题满分12分)

已知二次函数 $f(x)$ 的二次项系数为 a,且不等式 $f(x)>-2x$ 的解集为 $(1,3)$.

(Ⅰ)若方程 $f(x)+6a=0$ 有两个相等的根,求 $f(x)$ 的解析式;

(Ⅱ)若 $f(x)$ 的最大值为正数,求 a 的取值范围.

(20) (本大题满分12分)

9粒种子分种在甲、乙、丙3个坑内,每坑3粒,每粒种子发芽的概率为0.5,若一个坑内至少有1粒种子发芽,则这个坑不需要补种;若一个坑内的种子都没发芽,则这个坑需要补种.

(Ⅰ)求甲坑不需要补种的概率;

(Ⅱ)求3个坑中恰有1个坑不需要补种的概率;

(Ⅲ)求有坑需要补种的概率.

(精确到0.01)

(21) (本大题满分12分)

设正项等比数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=\frac{1}{2}$,前 n 项和为 S_n,且 $2^{10}S_{30}-(2^{10}+1)S_{20}+S_{10}=0$.

(Ⅰ)求 $\{a_n\}$ 的通项;

(Ⅱ)求 $\{nS_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

(22) (本大题满分14分)

已知椭圆的中心为坐标原点 O,焦点在 x 轴上,斜率为1且过椭圆右焦点 F 的直线交椭圆于 A、B 两点,$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ 与 $\boldsymbol{a}=(3,-1)$ 共线.

(Ⅰ)求椭圆的离心率;

(Ⅱ)设 M 为椭圆上任意一点,且 $\overrightarrow{OM}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$,证明 $\lambda^2+\mu^2$ 为定值.

答案与解析

一、选择题

(1) 答案 C

分析

本题考查圆的切线的斜率的求法.解题时,可以通过解方程来求斜率,但要注意斜率存在和不存在的情况,也可以数形结合来求.

解

方法(一)

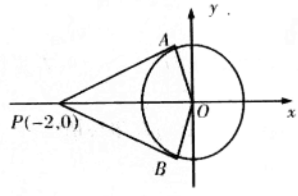
设切线斜率为 k,则切线方程为 $y=k(x+2)$,即 $kx-y+2k=0$,

$\therefore\quad \frac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}=1$,解得 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$.

方法(二)

如图,可以得到 $\angle APO=\angle BPO=\frac{\pi}{6}$,

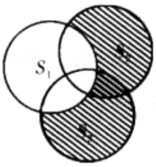
所以 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$.

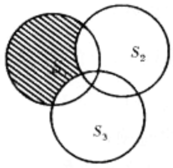


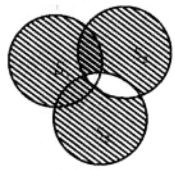
(2) **答案 C**

分析

本题考查集合的子、交、并、补运算以及集合之间的关系，运用文氏图解题比较全面、准确，不宜采用特例法.


图Ⅰ


图Ⅱ


图Ⅲ

解

如图Ⅰ，图中阴影部分表示 $\complement_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3)$，非空，选项 A. 错误；

如图Ⅱ，图中阴影部分表示 $\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \complement_I (S_2 \cup S_3)$，显然 $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3)$ 不成立；

在图Ⅰ中，阴影部分表示 $\complement_I S_1$，在图Ⅱ中，阴影部分表示 $\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3$，所以 $\complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \varnothing$；

如图Ⅲ，图中阴影部分表示 $\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3 = \complement_I (S_2 \cap S_3)$，$S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3)$ 不成立.

点评

关于集合的运算有如下关系同学们若学有余力不妨试一试.

$(\complement_I S_1) \cap (\complement_I S_2) \cap (\complement_I S_3) = \complement_I (S_1 \cup S_2 \cup S_3) = \complement_I I = \varnothing$

(3) **答案 B**

分析

本题考查球的截面问题的处理方法和球的表面积公式的应用.

解

由已知易得截面圆的半径等于 1，所以球的半径 $R=\sqrt{2}$，球的表面积等于 8π.

(4) **答案 D**

分析

本题考查函数求导的方法和极值存在的条件，准确求导是解题关键.

解

$\because f(x)=x^3+ax^2+3x-9$，$\therefore f'(x)=3x^2+2ax+3$

又 $\because f(x)$ 在 $x=-3$ 时取得极值，$\therefore f'(-3)=3\times(-3)^2-6a+3=0$，$\therefore a=5$

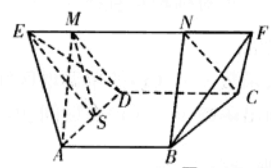
(5) **答案 A**

分析

本题考查割补法在求不规则几何体体积中的应用.

解

如图由已知可得四边形 $ABFE$ 和四边形 $CDEF$ 都是等腰梯形且全等，过 A 作 $AM \perp EF$ 于 M，过 B 作 $BN \perp EF$ 于 N，连结 MD、NC，则 $EF \perp MD$、$EF \perp NC$，多面体 $ABCDEF$ 被分割成三部分，即三棱锥 $E-AMD$、$F-BNC$ 和直三棱柱 $AMD-BNC$，再取 AD 中点 S，连结 ES、MS，易得 $AD \perp ES$、$AD \perp MS$，在等边三角形 AED 中，由 $AD=1$，解得 $ES=\frac{\sqrt{3}}{2}$，又在直角三角形 ESM 中，$EM=\frac{1}{2}$，$\therefore SM=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$S_{\triangle AMD}=\frac{\sqrt{2}}{4}$，



$\therefore V_{E-AMD}=V_{F-BNC}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{4}\times\frac{1}{2}$，$V_{AMD-BNC}=\frac{\sqrt{2}}{4}\times 1$，多面体 $ABCDEF$ 的体积等于 $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

(6) **答案 D**

分析

本题考查双曲线的准线方程和离心率的求法.

解

由已知得 $\frac{a^2}{c}=\frac{3}{2}$，又 $a^2+b^2=c^2$，解得 $e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(7) **答案 C**

分析

本题考查三角公式的运用和均值不等式在求最值问题中的应用，利用均值不等式求最值，要注意“一正二定三等”.

$\because 0<x<\frac{\pi}{2}$，

$\therefore f(x)=\frac{1+\cos 2x+8\sin^2 x}{\sin 2x}=\frac{2\cos^2 x+8\sin^2 x}{2\sin x\cos x}=\frac{\cos x+4\sin x}{\sin x\cos x}=\cot x+4\tan x \geqslant 2\sqrt{4\cot x \cdot \tan x}=4$