21世纪高职高专规划教材

公共基础系列

高等数学学习指导

（经管类）

主编　陈宝华　李美贞　王九福

清华大学出版社
http://www.tup.tsinghua.edu.cn

北京交通大学出版社
http://press.bjtu.edu.cn

21 世纪高职高专规划教材·公共基础系列

高等数学学习指导

（经管类）

主　编　陈宝华　李美贞　王九福

副主编　李忠杰　赵明才　范彩荣

姜　晓　陈尔建　于静之

孟　玲

清华大学出版社

北京交通大学出版社

·北京·

内容简介

本书共10章，包括：函数的极限和连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、行列式与矩阵、线性方程组、线性规划初步、概率论、数理统计．各章包括四部分：学习指导、典型例题、同步训练、单元自测题．书后附有4套模拟试题，并给出了同步训练、单元自测题和模拟试题的参考答案．

本书既可以作为教师的教学参考，又适合学生使用，对于成人自学也是难得的参考书．

图书在版编目（CIP）数据

高等数学学习指导：经管类/陈宝华，李美贞，王九福主编．—北京：清华大学出版社；北京交通大学出版社，2008.4

（21世纪高职高专规划教材·公共基础系列）

ISBN 978－7－81123－258－5

Ⅰ．高…　Ⅱ．①陈…　②李…　③王…　Ⅲ．高等数学-高等学校：技术学校-教学参考资料　Ⅳ．O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第051041号

责任编辑：黎　丹
出版发行：清 华 大 学 出 版 社　　邮编：100084　　电话：010－62776969
　　　　　北京交通大学出版社　　邮编：100044　　电话：010－51686414
印 刷 者：北京东光印刷厂
经　　销：全国新华书店
开　　本：185×230　　印张：13.5　　字数：303千字
版　　次：2008年5月第1版　　2008年5月第1次印刷
书　　号：ISBN 978－7－81123－258－5/O·53
印　　数：1～4 000册　　定价：19.00元

本书如有质量问题，请向北京交通大学出版社质监组反映．对您的意见和批评，我们表示欢迎和感谢．
投诉电话：010－51686043，51686008；传真：010－62225406；E-mail：press@bjtu.edu.cn.

出版说明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分，它的根本任务是培养生产、建设、管理和服务第一线需要的德、智、体、美全面发展的高等技术应用型专门人才，所培养的学生在掌握必要的基础理论和专业知识的基础上，应重点掌握从事本专业领域实际工作的基本知识和职业技能，因而与其对应的教材也必须有自己的体系和特色。

为了适应我国高职高专教育发展及其对教学改革和教材建设的需要，在教育部的指导下，我们在全国范围内组织并成立了“21世纪高职高专教育教材研究与编审委员会”（以下简称“教材研究与编审委员会”）。“教材研究与编审委员会”的成员单位皆为教学改革成效较大、办学特色鲜明、办学实力强的高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业技术学院，其中一些学校是国家重点建设的示范性职业技术学院。

为了保证规划教材的出版质量，“教材研究与编审委员会”在全国范围内选聘“21世纪高职高专规划教材编审委员会”（以下简称“教材编审委员会”）成员和征集教材，并要求“教材编审委员会”成员和规划教材的编著者必须是从事高职高专教学第一线的优秀教师或生产第一线的专家。“教材编审委员会”组织各专业的专家、教授对所征集的教材进行评选，对所列选教材进行审定。

目前，“教材研究与编审委员会”计划用2～3年的时间出版各类高职高专教材200种，范围覆盖计算机应用、电子电气、财会与管理、商务英语等专业的主要课程。此次规划教材全部按教育部制定的“高职高专教育基础课程教学基本要求”编写，其中部分教材是教育部《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》的研究成果。此次规划教材按照突出应用性、实践性和针对性的原则编写并重组系列课程教材结构，力求反映高职高专课程和教学内容体系改革方向；反映当前教学的新内容，突出基础理论知识的应用和实践技能的培养；适应“实践的要求和岗位的需要”，不依照“学科”体系，即贴近岗位，淡化学科；在兼顾理论和实践内容的同时，避免“全”而“深”的面面俱到，基础理论以应用为目的，以必需、够用为度；尽量体现新知识、新技术、新工艺、新方法，以利于学生综合素质的形成和科学思维方式与创新能力的培养。

此外，为了使规划教材更具广泛性、科学性、先进性和代表性，我们希望全国从事高职高专教育的院校能够积极加入到“教材研究与编审委员会”中来，推荐“教材编审委员会”成员和有特色的、有创新的教材。同时，希望将教学实践中的意见与建议，及时反馈给我们，以便对已出版的教材不断修订、完善，不断提高教材质量，完善教材体系，为社会奉献更多更新的与高职高专教育配套的高质量教材。

此次所有规划教材由全国重点大学出版社——清华大学出版社与北京交通大学出版社联合出版，适合于各类高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业技术学院使用。

21世纪高职高专教育教材研究与编审委员会

2008年5月

前言

当前，我国的经济、科技和社会发展对高职高专教育的人才培养提出了许多更高的要求，高职高专教育已成为社会关注的热点，面临大好的发展机遇．我们组织了几位多年来从事高校和高职高专数学教学的一线教学骨干，根据教育部最新制定的“高职高专教育高等数学课程的教学基本要求”，结合高职高专经管类专业的特点和培养对象，编写了21世纪高职高专规划教材·公共基础系列——《高等数学》（经管类）教材．在该教材使用3年的基础上我们又根据需要编写了其配套用书——《高等数学学习指导》（经管类）．

本书对主教材的重点、难点逐一进行分析讲解，对典型例题进行归纳，着重理清解题的思路、方法和规律，以帮助学生正确地理解数学概念，提高学生的解题能力和数学素质．

本书保持了主教材的体系并按原来的章节编排，每章包括学习指导、典型例题、同步训练和自测题四部分，书末附有模拟试题和参考答案．

“学习指导”对本章节的基本概念、定理、定义、公式、运算法则等内容进行全面总结，明确指出了本章节必须掌握的知识点、要求掌握的程度及它们之间的内在联系，并对解题过程中常见的问题进行分类．

“典型例题”对每一类习题常用的解题方法和解题技巧进行了总结，以使读者能举一反三，触类旁通．

“同步训练”根据各章节的重点知识，又编写了部分习题，以进一步巩固所学知识．

“自测题”是根据各章中常见的题型及学生在学习中容易出现的问题编制的，供学生自我检查使用．

另外，在本书后的附录中还精选了几套模拟试题，供学生总复习时使用，以提高学生学习的主动性和积极性，并给出了参考答案．

本书是作者根据当前高等职业教育发展的趋势和广大高职高专教师的实际需要，以及学生自身的状况编写的，它以主教材为主要教科书，同时兼顾其他同类教材的内容，读者即使使用其他教材也可采用本书作为参考书．本书既可以作为教师的“教学参考”，又可以作为学生的“学习指南”．

鉴于编者水平有限，书中不当之处在所难免，敬请读者与同行指正．

编　者

2008年4月

目录

第1篇　一元函数微积分

第3篇 概率论与数理统计

DI YI PIAN

第 1 篇

一元函数微积分

第 1 章

函数的极限与连续

微积分研究的主要对象是函数．因此，熟练掌握函数的有关概念和性质对学好微积分很重要．而极限是数学中的一个重要的基本概念，它是学习微积分学的理论基础．因此，掌握好极限和连续的有关概念对后面的学习至关重要．

1.1 学习指导

1.1.1 函数

1. 函数的概念

关于函数概念的几点说明.

（1）函数定义的要素之一是对应关系或对应法则．

凡是函数，都有确定的对应关系或对应法则，但不一定有解析式．事实上有很多函数是没有解析式的，如一天 24 小时内每一时刻的气温情况．

（2）函数定义的另一要素是定义域．

求函数的定义域，应遵循以下原则.

① 在实际问题中，变量由实际意义确立．

② 在数学式子中，要使数学式子有意义．

（3）要正确理解记号“ f ”.

例如，$y=f(x)=x^2+x$，则 $f(x+1)=(x+1)^2+(x+1)$，而 $f(x^2)=(x^2)^2+x^2$.

（4）若两个函数有相同的定义域，且有相同的对应关系，则这两个函数相等．这里必须强调要同时满足这两个条件．

（5）分段函数．

① 一个分段函数只表示一个函数，不能看成几个函数．

② 分段函数的定义域等于这个函数各“段”区间的并集．

③ 求分段函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的函数值时，要把 $x=x_0$ 代入到 x_0 所在的区间相对应的数学式子中去．

2. 函数的特性

函数的特性包括：奇偶性、单调性、周期性和有界性．

这里要特别强调两点：

① 不论是奇函数或是偶函数都是在关于原点的对称区间上讨论的函数特性，离开对称区间就无法谈论函数的奇偶性；

② 有界函数的界是不唯一的．

3. 反函数

关于反函数，除理解好定义之外，还应掌握以下内容．

① 函数 $y=f(x)$，若 x 与 y 之间满足一一映射，则函数的反函数一定存在；若 x 与 y 之间不满足一一映射，但若把这个函数限制在定义域的某个区间上，使其能够满足一一映射，则 $y=f(x)$ 在该区间上也存在反函数．

② 求函数 $y=f(x)$ 的反函数一般遵循如下步骤：先从 $y=f(x)$ 中解出 $x=f^{-1}(y)$，再在 $x=f^{-1}(y)$ 中把 x 和 y 对调，得到 $y=f^{-1}(x)$．

③ $y=f(x)$ 的图像与 $x=f^{-1}(y)$ 的图像是同一条曲线；而 $y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称．

④ 函数 $y=f(x)$ 与它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的增减性是一致的．

4. 基本初等函数

包括常量函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数．

5. 复合函数

学习复合函数时要注意以下几点．

①“对于 x 值所对应的 u 值，函数 $y=f(u)$ 有意义”是复合函数定义中的重要条件，如果不满足这个条件，就不能够构成复合函数．

例如，$y=\arcsin u$，而 $u=2+x^2$，这两个函数不能复合，因为当 x 取任何实数时，都有 $u=2+x^2>1$，而 $y=\arcsin u$ 的定义域为 $|u|\leqslant 1$．

② 复合函数的中间变量可以不止一个.

③ 把一个复合函数分解成若干个较简单的函数，一般应遵循的原则是：使分解后的每一个函数都是基本初等函数的线性组合.

6. 初等函数

由初等函数的定义，可以分解为以下 4 个条件.

① 由基本初等函数作为运算和复合的起点.

② 有限次的四则运算.

③ 有限次的函数复合步骤.

④ 能用一个解析式表示出来.

必须满足条件①，否则会导致错误.

7. 经济学中几个常用函数

成本函数、需求函数、供给函数、总收益函数、利润函数等.

1.1.2 极限与连续

1. 极限的有关概念

（1）学习数列极限时要注意以下几点.

① 如果数列存在极限，其极限值是唯一的.

② 并不是任何数列都有极限. 有穷数列一定没有极限.

（2）函数的极限.

由于函数自变量的变化趋势有两大类，即 $x\to\infty$ 和 $x\to x_0$，所以函数极限是分两种类型来定义的.

对于极限 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$，需要说明以下几点.

① 函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 存在极限，并不要求 $y=f(x)$ 在点 x_0 有定义. 因为考察函数的变化趋势时，突出 $f(x)$ 在 $x\to x_0$ 这一过程中的取值情况，因此必须要求 $f(x)$ 在点 x_0 的附近有定义. 至于 $f(x)$ 在点 x_0 有无定义，并不影响函数 $f(x)$ 的极限存在. 也就是说 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 是否存在，与 $f(x)$ 在点 x_0 有没有定义无关. 例如，函数

$$y=f(x)=\begin{cases}-x, & x<0\\ x, & x>0\end{cases}$$

在 $x=0$ 处不存在定义，但 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$.

② 由极限的定义不难得出：$\lim\limits_{x\to x_0}x=x_0$，$\lim\limits_{x\to x_0}c=c$．这两个极限是今后进行极限运算的重要工具之一，应理解并熟记．

③ 左极限和右极限．极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在的充要条件是：$f(x_0+0)=f(x_0-0)$．该结论常用来判定函数在一点 x_0 处的极限是否存在．例如，函数

$$f(x)=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ x+1, & x<0\end{cases}$$

在分段点 $x=0$ 处，$f(0+0)=\lim\limits_{x\to 0^+}x=0$，而 $f(0-0)=\lim\limits_{x\to 0^-}(x+1)=1$．因为 $f(0+0)\neq f(0-0)$，所以 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 不存在．

2. 无穷小量和无穷大量

（1）无穷小量．

学习无穷小量要理解以下几点．

① 无穷小量不是一个很小的数，而是一个趋于零的变量，即函数．

② 常量中只有零是无穷小量．

③ 无穷小量是和某一极限过程联系着的．一个函数在这一极限过程中是无穷小量，而在另一极限过程中未必是无穷小量．

（2）无穷小量与具有极限的函数的关系，即

$$\lim_{x\to\Delta}f(x)=A\Leftrightarrow f(x)=A+a(a\to 0)$$

（3）无穷小量的阶．

在同一变化过程中，两个无穷小相比较分高阶、低阶、同阶和等价无穷小．

等价无穷小有一个很有用的性质，在求两个无穷小的比值的极限时，可借助于等价无穷小的代换．但要注意，如果不是乘或除的情况，一般不用等价代换，否则容易导致错误．例如，求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}$，不能直接用 x 代替 $\tan x$ 和 $\sin x$．因为

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}\neq\lim_{x\to 0}\frac{x-x}{x^3}$$

正确的做法是：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}=\lim_{x\to 0}\frac{\tan x(1-\cos x)}{x^3}\quad(x\to 0\text{时},\tan x\sim x)$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x(1-\cos x)}{x^3}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{x^2}=\frac{1}{2}$$

(4) 无穷小量与无穷大量的关系．

在同一变化过程中，无穷小量与无穷大量互为倒数关系．

1.1.3 极限的四则运算与两个重要极限

1. 极限的运算法则（略）

2. 两个重要极限

(1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$

这个极限的特征是：无穷小量的正弦和它自身的比的极限等于1，即 $\dfrac{\sin \text{无穷小}}{\text{无穷小}} \to 1$．

(2) $\lim\limits_{x \to \infty}\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x = \mathrm{e}$

这个极限的特征是：底数由两项组成，一项是1，另一项是无穷小，指数是底数中无穷小的倒数（无穷大），即 $(1+\text{无穷小})^{\text{无穷大}} \to \mathrm{e}$．

1.1.4 函数的连续性与间断点

1. 连续的概念

设函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 的某邻域 $U(x_0)$ 内有定义，如果 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$ 或者 $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta y = 0$，则称 $f(x)$ 在点 x_0 处连续，称点 x_0 为 $f(x)$ 的一个连续点．

函数在点 x_0 连续的定义中，必须满足 3 个条件：一是 $f(x)$ 在点 x_0 及其附近有定义；二是 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ 存在；三是 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$．只要有一个不满足，$f(x)$ 在点 x_0 就是间断的．

要注意，关于函数在点 x_0 连续的定义（两种定义），它们虽然形式不同，但所表达的是同一个概念，本质上并无区别．由于它们形式不同，在具体使用时对不同问题要选用不同的定义形式，以求使问题简化．

2. 函数的间断点

由函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续的条件可知，间断点 x_0 至少属于下列三种情况之一：

① $f(x_0)$ 不存在；

② $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ 不存在；

③ $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$.

要注意，在第一类间断点中，如果函数 $f(x)$ 在点 x_0 的左、右极限都存在且相等，这样的间断点称为可去型间断点，只要补充或改变函数原本的定义，使得 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$，则补充或改变后的函数在点 x_0 处连续.

3. 初等函数的连续性

一切初等函数在其定义区间内都是连续的.

如果 $f(x)$ 是初等函数，在求函数间断点时，根据初等函数的连续性，只要找出 $f(x)$ 无定义的点，就可以得到全部间断点.

如果 $f(x)$ 是分段函数，除无定义的点外，它还可能在分段点处间断. 此时，需要研究分段点处左、右极限与函数值的关系，如果它们都存在并且相等，分段点就是连续点，否则是间断点. 例如，函数

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & -\pi \leqslant x \leqslant 0 \\ 0, & 0 < x < 1 \\ \dfrac{1}{x-2}, & 1 \leqslant x \leqslant 4 \end{cases}$$

除在无定义点 $x=2$ 间断外，还可能在分段点 $x=0$，$x=1$ 处间断，通过考察可知 $x=1$，$x=2$ 是间断点.

求出函数的间断点，就明确了函数的连续区间. 初等函数的定义区间就是它的连续区间；分段函数在每一段区间内是初等函数，其定义区间不难求得，再考察分段点的连续性，即可确定分段函数的连续区间.

4. 闭区间上连续函数的性质

闭区间上连续函数的主要性质有：最值性、有界性和介值性.

在应用闭区间上连续函数的性质时，必须注意“闭区间”和“连续”这两个条件缺一不可.

1.2 典型例题

【例 1-1】 求下列函数的定义域.

(1) $y = \sqrt{4-x^2} + \dfrac{1}{\log_a(x+1)}$　　　(2) $y = \dfrac{x}{\tan\dfrac{x}{2}}$