

鲁棒最优控制 理论与应用

薛安克 著



科学出版社

www.sciencep.com

TP273/505

2008

鲁棒最优控制理论与应用

薛安克 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书阐述了不确定性系统鲁棒稳定和鲁棒性能这一鲁棒控制的关键问题,介绍了鲁棒最优控制的基本概念、理论和方法,以及其工程应用。主要内容包括频域鲁棒最优控制的理论和方法、鲁棒最优控制时频域方法、鲁棒最优界、鲁棒 H_∞ 最优控制、鲁棒最优保性能控制、采样系统鲁棒最优控制、鲁棒最优控制的 LMI 设计方法、鲁棒最优控制系统分析和综合的理论和方法、工程应用等。本书内容系统、严谨,理论与应用结合,尤其注重鲁棒最优控制的工程实用性。

本书可供从事控制科学与控制工程、机械、电子、通信、计算机、数学、力学等专业的科研和工程技术人员阅读,亦可作为相关专业研究生的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

鲁棒最优控制理论与应用/薛安克著. —北京:科学出版社,2008

ISBN 978-7-03-021256-6

I. 鲁… II. 薛… III. 鲁棒控制-最佳控制-研究生-教材 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 029152 号

责任编辑:姚庆爽 于宏丽/责任校对:宋玲玲

责任印制:刘士平/封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

丽源印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年3月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2008年3月第一次印刷 印张:13

印数:1—3 000 字数:218 000

定价:40.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

前 言

“上帝从不掷骰子”的时代已成过去。自1927年春天，25岁的德国物理学家 Black 提出不确定性原理至今，人们从对不确定性的认识、认同、研究到应用，逐渐走向深入和成熟。毕竟我们所处的是一个运动和变化的世界，因此不确定性是现实中不可避免的，是人们达到全知的永久障碍。上帝也许不仅掷骰子，而且往往把其掷到意想不到的地方。不确定性问题深刻的哲学含义，以及对人类方方面面活动的指导，越来越突显其魅力。它已成为许多理论的基础和技术的核心，也许将来最终能在一定严格意义下解释事物的运动规律。

1972年 Davison 首次提出了鲁棒控制概念，这是不确定性原理在系统和控制学科的应用。长期以来，鲁棒控制受到人们的广泛重视，吸引了众多学者参与研究，并在许多领域取得了令人瞩目的成果，成为控制界的一个非常活跃的研究方向。随着控制对象的日益复杂、控制系统应用范围的不断扩大、系统与环境不确定性的日益严重、控制目标的不断提高以及相关技术的飞速发展，不确定性系统的鲁棒控制必将得到快速发展，并不断显示其永久的生命力。

本书结合实际控制工程，研究不确定性系统鲁棒最优控制问题。实践表明，同时具备鲁棒稳定和鲁棒性能品质是不确定性系统鲁棒控制的关键，也是工程鲁棒控制的目标和迫切需要解决的问题。事实上，不确定性系统鲁棒稳定和鲁棒性能是一对矛盾统一体。从系统的角度看是折中平衡的问题，而从工程角度看则是一个鲁棒优化设计问题。这就是所谓鲁棒最优控制的基本出发点，更是其核心思想。作者在吸收前人研究成果的基础上，提出了鲁棒最优控制概念，建立了较系统的理论体系、工程实用算法、系统分析和综合方法。书中所得结论，不仅力求严谨，而且侧重于工程应用。同时，作者希望这些结果不仅具有学术价值，而且更有推广应用前景。

作者的研究及本书的完成,得到了国家自然科学基金重点基金(60434020)、国家自然科学基金(60174029, 69874036),以及中国科学院科学出版基金的资助,在此表示衷心的感谢。导师孙优贤院士对作者的研究工作给予了指导,在此由衷地表示感谢。杭州电子科技大学信息与控制研究所的王建中教授、鲁仁全副教授、郭云飞博士、王惠姣博士、陈云博士、王俊宏讲师、石厅博士研究生等提出了许多有价值的建议,并参与了本书的部分编写工作。作者在此向所有提供帮助的同事表示感谢。

由于作者水平有限,书中的疏漏在所难免,诚挚欢迎读者批评指正。

作者

2007年7月于杭州

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 工业生产过程的鲁棒控制问题	1
1.2 不确定性系统鲁棒控制进展简述	2
1.3 不确定性系统的鲁棒最优控制问题	8
1.3.1 鲁棒 LQG 控制	8
1.3.2 鲁棒保性能控制	10
1.3.3 不确定性采样系统的鲁棒控制	12
1.4 本书主要研究内容	13
第 2 章 数学基础	15
2.1 Hermite 矩阵	15
2.2 矩阵的行列式	16
2.3 矩阵的秩	18
2.4 特征值和特征向量	18
2.5 奇异值	20
2.6 向量范数和矩阵范数	21
2.7 矩阵的迹	23
2.8 Cauchy-Schwarz 不等式	26
2.9 线性矩阵不等式基础	27
2.10 最优理论基础	31
2.11 稳定性理论	33
2.12 鲁棒最优控制理论基础	36
2.12.1 不确定性系统的描述	36
2.12.2 鲁棒 H_∞ 控制理论基础	39
2.12.3 鲁棒保性能控制	39
第 3 章 不确定性系统频域分析基础	41
3.1 概述	41
3.2 基本概念	42

3.3	不确定性的描述	44
3.3.1	参数不确定性	45
3.3.2	非参数不确定性	45
3.4	内稳定	47
3.5	鲁棒稳定性分析	49
3.6	鲁棒性能分析	53
3.7	结束语	56
第4章	不确定性系统鲁棒最优控制的时频域方法	57
4.1	概述	57
4.2	问题提出和定义	57
4.3	时频域法设计鲁棒 LQ 最优控制器	60
4.3.1	系统矩阵摄动情况	60
4.3.2	系统矩阵和输入矩阵摄动情况	61
4.3.3	鲁棒保稳定最优的实、复数域条件	63
4.4	时域法设计鲁棒 LQ 最优控制器	64
4.4.1	系统矩阵摄动情况	64
4.4.2	系统矩阵和输入矩阵摄动情况	66
4.5	一级倒立摆系统鲁棒最优控制	68
4.5.1	一级倒立摆系统不确定性模型	68
4.5.2	鲁棒最优控制一级倒立摆系统	70
4.6	结束语	74
第5章	不确定线性系统的鲁棒最优界	75
5.1	概述	75
5.2	问题描述	75
5.3	系统矩阵存在不确定性时的鲁棒最优界	76
5.3.1	非结构不确定性系统的鲁棒最优界	76
5.3.2	一类结构不确定性系统的鲁棒最优界	76
5.3.3	奇异值不确定性的鲁棒最优界	77
5.4	系统矩阵和输入矩阵存在不确定性时的鲁棒最优界	79
5.5	结束语	86
第6章	性能指标含交叉项的鲁棒最优控制	87
6.1	概述	87
6.2	鲁棒频域等式	88

6.3	鲁棒保稳定性分析	89
6.4	鲁棒保稳定最优控制器设计	91
6.5	实例分析	93
6.6	结束语	95
第7章	不确定线性系统的鲁棒 H_∞ 最优控制	97
7.1	概述	97
7.2	系统矩阵摄动情况	97
7.2.1	问题描述和定义	97
7.2.2	充分必要条件	98
7.2.3	鲁棒 H_∞ 最优控制器设计	102
7.2.4	数值仿真例子	104
7.3	系统矩阵和输入矩阵摄动情况	106
7.3.1	问题提出和基本定义	106
7.3.2	鲁棒 H_∞ 最优状态反馈控制器设计	108
7.3.3	鲁棒性能分析	110
7.3.4	基于 LMI 的鲁棒 H_∞ 最优控制器设计	112
7.4	二级倒立摆系统的鲁棒 H_∞ 最优控制	114
7.4.1	二级倒立摆系统不确定性模型	114
7.4.2	鲁棒 H_∞ 最优控制二级倒立摆系统	117
7.5	结束语	122
第8章	不确定线性系统的鲁棒最优保性能控制	123
8.1	概述	123
8.2	基本定义	123
8.3	鲁棒保性能控制器设计	125
8.4	保性能控制鲁棒界	130
8.5	应用实例	134
8.5.1	数值仿真实例	134
8.5.2	鲁棒最优保性能控制在三级倒立摆控制系统中的应用	135
8.6	鲁棒 H_∞ 最优保性能控制	141
8.7	输出反馈鲁棒 H_∞ 保性能控制	146
8.8	结束语	149
第9章	不确定性系统保性能控制的鲁棒性分析	150
9.1	概述	150

9.2	问题描述	150
9.3	鲁棒性分析	152
9.3.1	保性能系统鲁棒性分析	152
9.3.2	保性能控制系统鲁棒性分析	153
9.4	数值实例	156
9.5	结束语	156
第 10 章	不确定性采样系统的鲁棒保性能控制	157
10.1	概述	157
10.2	单率采样系统的鲁棒保性能控制	157
10.2.1	问题描述	157
10.2.2	基本定义和性质	158
10.2.3	状态反馈鲁棒保性能控制器设计	160
10.3	单率采样系统输出反馈鲁棒保性能控制	161
10.3.1	问题描述与基本定义	161
10.3.2	动态输出反馈鲁棒保性能控制器设计	163
10.4	多率采样系统的鲁棒保性能控制	165
10.5	结束语	166
第 11 章	工业应用实例	167
11.1	不确定性系统的鲁棒最优控制	167
11.1.1	造纸打浆过程鲁棒最优控制	167
11.1.2	造纸机网前箱鲁棒最优控制系统设计	170
11.2	板形板厚综合调节系统鲁棒最优保性能控制	171
11.2.1	概述	171
11.2.2	带钢轧机参数不确定性系统模型	172
11.2.3	鲁棒最优保性能控制系统设计	174
11.2.4	鲁棒最优保性能控制系统仿真试验	175
11.3	造纸打浆过程采样系统鲁棒保性能控制	178
11.4	结束语	181
参考文献	182

第 1 章 绪 论

1.1 工业生产过程的鲁棒控制问题

工业生产涉及到的工业部门十分广泛，包括电力、冶金、石化、化工、轻工等行业，是国民经济的支柱产业之一。实现生产过程综合自动化是企业实现现代化生产、节能降耗、环境保护、提高经济效益和产品市场竞争力的综合需要，因此越来越受到人们的高度重视。由于生产过程是一个包括信息流、物质流和能源流，同时还伴随着物理化学反应、生化反应、相变过程以及物质和能量的转换和传递等的复杂过程（孙优贤等，1993；金以慧等，1995），因此生产过程控制（简称过程控制）是一个极富挑战性的研究课题。该过程中存在的大量不确定性以及状态和扰动的不完全性，使得实现过程的鲁棒控制十分必要。受工业市场激烈竞争的影响，过程控制的目标已从保持平稳和少出事故转向优质、高产、节能、低消耗、低成本和少污染。因而，实现过程的鲁棒最优控制势在必行。例如，存在大量不确定性因素的造纸过程，成纸的定量和水分是衡量纸张质量的两个基本指标。实现对它们的严格控制，能显著提高产品质量，减少断纸，稳定生产，增加产量，降低能源和原料消耗，获得明显的经济效益（孙优贤等，1993）。该过程的控制，除保持其稳定外，更重要的是精确控制使过程卡边操作运行在最佳工况。由于影响定量和水分的因素有三十多个（其中有些还不能在线测量），所以卡边运行必须具备性能的鲁棒性。又如某些反应过程，保持状态值高度精确和平稳，可使产品的收率和质量显著提高。再如带钢热轧机动态控制系统，必须动态保持输出辊道上沿带钢的最优温度分布；带钢冷轧机板形板厚综合动态控制系统，必须动态保持工作辊和支承辊最佳调节（薛安克，1996）。实践表明，控制系统的鲁棒品质与产品质量和成本、生产工况等直接相关。

在工业生产过程中采用数字控制技术所获得的明显经济效益，使人们进一步认识到采用计算机控制的必要性。工业生产过程的控制对象是连续系统，在计算机控制系统上设计控制算法时，传统的设计方法是基于某一采样周期将对象离散化，然后基于此离散的数学模型设计数字控制器。实际上，这样做对系统作了近似化处理，忽略了采样周期之间系统的状态和性质。为达到更好的系统性能、更精确地描述系统，我们必须考虑采样系统的控制问题。

当前对生产过程控制反映出如下几个特点：

- (1) 单独追求强鲁棒稳定已远远不够；

(2) 性能的鲁棒性必须保证;

(3) 多目标动态最优控制越来越重要, 它既是卡边运行的保证, 也是获得稳态最优的前提, 包括数个复杂子过程(各自有不同的控制目标)的造纸过程, 就是一个典型的多目标系统;

(4) 采样系统鲁棒控制理论和应用研究迫在眉睫。

随着工业生产过程控制的深入研究和发 展, 多目标鲁棒最优控制的新理论、新方法和新技术, 必将有广泛的应用前景。将数学理论和实际工程应用结合起来, 寻求同时实现系统稳定和性能鲁棒性所需要的最优控制器结构, 以及研究对应的优化设计算法等, 有重要的理论研究和工程应用价值。

在过去的十多年间, 鲁棒控制一直是研究的热点。理论上已有很大发展, 且日臻完善。但要在工业生产中得到成功的应用尚有不少问题亟待解决。由于系统的性能鲁棒性分析可以转化为稳定鲁棒性分析, 因而人们更关注的是稳定鲁棒性问题, 并已取得了大量的研究成果。然而鲁棒性分析的相互转换, 虽然具有重要的理论研究价值, 但在工程应用中并非总是有效和方便, 且不易被工程界接受。稳定鲁棒性常常限制了闭环系统的带宽, 因而降低了系统的指令跟踪和抗干扰性能。强鲁棒稳定往往靠牺牲控制系统的性能而得以保证, 再则, 现实中存在相当一类开环稳定系统等。工业生产过程控制实践证明, 一味追求系统的强鲁棒稳定不尽合理, 性能鲁棒性不可或缺。例如, 造纸过程中的重要环节——打浆过程(开环稳定)的鲁棒控制, 必须同时保证单位时间通过的绝干浆量稳定及打浆过程的热损功耗最小, 才能达到成浆均匀稳定和节约能量的目标(薛安克等, 1997a)。因此, 理论研究脱离工程应用背景, 是造成鲁棒控制理论至今仍未有效地应用于工业实际的一个主要原因。除此之外, 目前仍没有易于工程界使用的鲁棒控制器构造方案以及系统设计算法。针对一个具体工业对象, 鲁棒性的工程描述和提法, 鲁棒稳定和鲁棒性能与动态品质的关系, 鲁棒控制器如何用软、硬件有效实现, 以及鲁棒控制在综合自动化系统和多目标混合设计中的有效融入等一系列关键性问题仍然未被有效地解决。

1.2 不确定性系统鲁棒控制进展简述

由于实际工程系统都运行在变化的环境中, 用精确的数学模型描述这些系统的动态特性是不现实的, 甚至是不可能的。系统的不确定性普遍存在, 譬如控制对象的模型化误差和未知参数, 以及传感器噪声和外部扰动等。因此, 控制系统的设计与实现, 要求在存在未知不确定性的情况下, 仍然能使系统稳定并保持所希望的性能。这就是所谓的不确定性系统鲁棒控制。图 1.2.1 描述了不确定对象控制系统结构, 其中 ΔP 代表对象 P 的不确定性部分。

鲁棒控制的早期研究主要针对微摄动的不确定性,即敏感性分析问题上。这是一种无穷小分析思想,与工程实际相距较远。鲁棒控制(robust control)这一术语首次被提出是在1972年(Davison, 1972)。通常意义下,鲁棒控制就是要试图描述被控对象模型

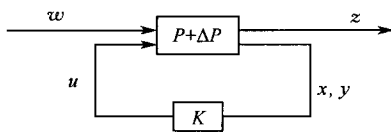


图 1.2.1 不确定对象控制系统结构

的不确定性,并估计在某些特定界限下达到控制目标所留有的自由度。20世纪70年代末和80年代初,人们从实际与理论两方面越来越深刻地认识到鲁棒控制具有的特殊理论意义和实践意义,因而鲁棒控制一直是一个非常活跃且具有挑战性的研究领域。经过许多学者三十多年的努力,鲁棒控制理论得到了长足的发展,并取得了令人瞩目的成果,逐渐形成了各自完整的一套理论体系。在现代鲁棒控制研究领域受到广泛重视的有 Kharitonov 区间理论(Kharitonov, 1978)、 H_∞ 控制理论(Zames, 1981)、结构奇异值理论(又称 μ 理论)(Doyle, 1982)等。经过二十多年的广泛研究,鲁棒控制的许多领域都已取得了令人瞩目的成就,各方面的文献浩如烟海。要作全面的综述,已是相当困难。下面只能就其发展主要阶段的有代表性的工作进行简单概述。

自 Routh 和 Hurwitz 建立了著名的稳定性判据以来,相当长的一段时间内,基于灵敏度分析的方法成为控制理论中处理系统参数不确定性的主要工具(Cruz et al., 1964; Frank, 1987)。由于系统中参数不确定性通常不能视为无穷小扰动,因此这种基于无穷小分析的鲁棒性分析方法,在实际系统的分析和设计中,不能收到良好的效果。另一方面,灵敏度分析方法一般要求已知对象的标称值,这在处理实际问题时,往往很难做到。就参数空间中的鲁棒稳定性而言,导致研究困难的一个主要问题是因为参数空间中稳定区域是非凸的,即当两个参数点对应的系统均为稳定时,不能保证连接这两点直线上的每个参数点均对应于稳定的系统。1978年 Kharitonov 提出了著名的 Kharitonov 定理, Bartlett 等(1988)给出了关于多项式凸多面体的棱边定理。这两个结果,在多项式系数为不确定参数的一次函数的假设下,分别解决了区间多项式族稳定的有限检验问题和一般多项式多面体稳定的一维检验问题。Kharitonov 定理的意义在于,它将区间多项式中无穷多个多项式的稳定性与四个顶点的稳定性等价起来。该定理首先由 Barmish(1984)引入控制系统的鲁棒性研究中,很快引起了多项式系数空间中研究系统鲁棒性的热潮。Anderson 等(1987)指出,对于低阶情况,需要检验的多项式数目还可以进一步减少。Bialas 等(1985a; 1985b)首先讨论了两个稳定多项式的凸组合保持稳定的问题,给出了相当一般的稳定多项式组合保持稳定的充要条件。Huang 等(1987)等给出了该问题解的充要条件,即这两个多项式具相同的奇次项(或偶次项)。

由于 Kharitonov 定理及相关结论仅适用于区间多项式族的 Hurwitz 稳定问题, 对于一般的 D 稳定性, 处理起来则较困难。棱边定理则比较彻底地解决了这一问题。棱边定理出现后, 引起了鲁棒控制界很大的研究兴趣。Fu 等 (1988) 将棱边定理推广到时滞系统。Tempo 等针对一类特殊多面体——菱形多项式族, 用最优的办法证明了对一般 n 阶问题, 仅需利用 8 个特殊的多面体棱边就足以判断多面体的 Hurwitz 稳定性。Hollot 等 (1990a; 1990b) 进一步简化了上述结论。除了 Kharitonov 开创性工作和棱边定理重要结论外, 多项式族鲁棒稳定性研究中另一个里程碑是 Rantzer (1992) 的关于凸方向的结果。它在棱边定理的基础上, 给出了顶点检验结果存在的条件。Rantzer 给出了凸方向条件的一个频域判据。Barmish 等 (1992)、田玉平等 (1995) 在多项式的系数空间中讨论了凸方向的条件。

以 Kharitonov 定理为代表的多项式代数方法, 为参数不确定性系统的鲁棒控制研究提供了强有力的理论方法。Bhattacharyya 等 (1995) 在其专著中对参数不确定性系统的鲁棒控制问题作了较全面的总结。然而, 由于矩阵空间与多项式空间有着本质的不同, 以上基本定理在矩阵族中均不成立。因此, 对于适应状态模式的矩阵族的研究, 仍有许多问题亟待解决。另外, 多项式代数方法基本上局限于系统鲁棒稳定性分析, 对鲁棒性能和鲁棒镇定等问题, 还没有比较满意的结果。如何将现有方法应用到控制工程实践, 仍有许多问题还未涉及。

H_∞ 控制思想的提出有很强的工程应用背景。在 20 世纪 60 年代状态空间方法得到很大发展, 出现了以 Kalman-Bucy 滤波和最优控制理论为基础的 LQG 设计 (简称 H_2 控制) 方法, 并在航空航天等领域得到了许多成功的应用。然而, 诸多现代控制理论的完备成果, 包括 LQG 理论, 未能在广泛的实际控制系统设计中得到较好的应用。主要原因之一是系统分析和综合基于精确的数学模型。一旦系统模型出现不确定性因素, 如 LQG 设计就不能保证其固有的最优性能, 即不具有鲁棒性。原因之二是对系统所存在的干扰信号作了某种较理想的假设。如 LQG 设计方法需假定扰动为白噪声, 或假定干扰信号的统计特性已知。针对 LQG 设计方法鲁棒性不好的事实, Zames (1981) 提出了著名的 H_∞ 控制思想。Zames 认为, LQG 设计方法之所以鲁棒性差, 主要原因是因为采用白噪声模型表示不确定的干扰以及使用积分指标而造成的。因此, Zames 在假定干扰信号属于某一有限能量信号集情况下, 提出用其相应的灵敏度函数的 H_∞ 范数作为指标, 设计目标是在可能发生的最坏干扰下使误差的 H_∞ 范数达到极小。从而将干扰问题化为求解使闭环系统稳定, 并使相应的 H_∞ 范数指标极小化的输出反馈控制问题。 H_∞ 控制思想一问世, 就引起了控制界的极大兴趣。在过去的二十多年中, H_∞ 控制的研究已取得了许多成果。这里对其发展历史中几种有较大影响的分析和设计方法作一简介。

H_∞ 控制的发展可粗略地划分为三个阶段：频域方法阶段、状态空间方法阶段和完善发展阶段。

第一阶段主要特征是采用纯频域方法，以 H_2 空间、 H_∞ 范数等概念为基础，以因子分解方法为工具。其处理问题的基本方法是，首先由因子分解得到所有稳定控制器的参数化形式，再将系统设计问题转化为模型匹配问题，或进一步转化为广义距离问题，然后用迭代方法求解 (Chu et al., 1986)。研究模型匹配问题的重要意义在于，标准问题可以转化成较简单的模型匹配问题，后者有较好的解法 (Doyle et al., 1992)。这方面的主要工作有 Zames 等 (1983)、Francis 等 (1984)、Foo 等 (1984)、Kwakernaak (1986) 和 Helton (1985) 等。其中有代表性的工作是 Doyle (1984) 提出的方法。此方法包括 Youla 参数化、内外分解、谱分解和最佳 Hankel 逼近。因为每步都要增加状态，整个计算是复杂的，最后得到的控制器阶数是对象阶数的 10~30 倍。即使使用控制器降阶手段，仍是对象的 2~3 倍。总之，这一阶段的方法，虽然问题的表达简单明了，但计算过程烦琐和所得最优控制器阶数较高，实现较为困难。这一阶段提出的 H_∞ 控制问题的解法，因为所用的数学工具非常烦琐，不像 H_∞ 控制基本思想那样具有明确的实际工程意义，所以不仅理论研究方面存在许多问题，重要的是应用十分困难。Vidyasagar (1985) 对这一段的研究作了较详细的总结。

第二阶段的主要特征是采用状态空间方法来研究 H_∞ 控制问题。1987 年，Francis 比较系统地介绍了 H_∞ 控制理论及其设计方法。Glover 等 (1988) 提出了著名的“2-Riccati 方程”标准 H_∞ 控制问题解法后，从事 H_∞ 控制的研究人员急剧增加， H_∞ 控制的理论研究取得了突破性进展。Ball 等 (1987) 得到了 H_∞ 控制 2×2 块问题的由 3 个 Riccati 方程表示的状态空间解。Peterson (1987) 首先对状态反馈情形给出了 H_∞ 控制的一个 Riccati 方程表示的状态空间解，随后 Khargonekar 等 (1988)、Zhou 等 (1988) 对其进行了推广，并证明了在状态反馈下，次优控制可取为常增益。1987 年 Doyle 等 (1989) 发表了著名的 DGKF 论文，不但严格证明了可通过求解两个 Riccati 方程来获得 H_∞ 控制器，而且控制器的阶数与广义控制对象的阶数相等，同时明确了 H_∞ 控制的基本结构及其与 LQG 最优控制之间的联系。Doyle 等的文章可以说是 H_∞ 控制理论发展的一个重要里程碑。该文从标准问题入手，避免了 Youla 参数化过程，不需将原问题化为模型匹配或广义距离问题，其基础是 Lyapunov 稳定性理论和混合 Hankel-Toeplitz 算子范数的状态空间计算。从而使 H_∞ 控制问题的状态空间解法有可能推广到时变或无限维系统。

H_∞ 控制理论研究发展的第三阶段可以认为是从纯时域解法的出现而开始的。由于采用了时域表示的 H_∞ 性能指标，时变有限时与无限时 H_∞ 问题都可在统一框架下展开讨论。其中有微分对策方法 (Basar et al., 1989; Limébeer et

al., 1992; Rhee et al., 1991) 和极大值原理方法 (Tadmor, 1989)。Khar-gonekar 等 (1991a) 提出初始条件非零的 H_∞ 性能指标, 使 H_∞ 最优设计达到新的水平。由于 H_∞ 控制器不唯一, 多目标 H_∞ 最优问题自然引起了人们的兴趣, 这方面的工作主要有 Khargonekar 等 (1988) 的 H_2/H_∞ 方法、Bernstein 等 (1989a; 1989b) 的 LQG/ H_∞ 方法、Glover 等 (1991) 的极小熵 H_∞ 控制方法 Zhou 等 (1994) 和 Doyle 等 (1994) 的混合 H_2 和 H_∞ 方法等。Kimura (1995) 利用共轭化概念和更能揭示 H_∞ 控制系统串联结构广义对象的散射 (Chain-Scattering) 模型, 提出了基于 J-无损分解的 H_∞ 控制系统分析方法。该方法的特点是混合频域和时域分析, 物理概念清晰, 推导过程简单。本阶段的研究工作大都从模型匹配问题入手讨论标准 H_∞ 控制问题, 并与 Doyle 等 (1989) 的结果形成对比。前面所述的模型匹配问题在数学上已由 Adam (1978) 和 Ball 等 (1983) 作过研究, 并已得到了解的参数表达形式。如何获得解的状态空间形式, 是该阶段的主要目标。解决以上问题的方法有各种各样, 主要的工作有, Kimura (1987) 用频域有向插值法, 得到了单边模型匹配问题的解; Hose 等 (1988) 和 Kimura (1988) 分别得到了在状态空间中模型匹配问题的有向插值解法; Kawatani 等 (1989) 提出了用共轭化方法来解决更一般的双边模型匹配问题; Green 等 (1990) 发展了 Ball 等 (1987) 的工作, 将标准 H_∞ 控制问题转化为两个 J-分解问题, 并给出了较统一和系统的解法, 其解决问题的思想方法具有较大的创新性。实际上 Helton (1985) 和 Ball 等 (1987) 应用 Krein 空间、角算子、负子空间等概念已经得到了标准 H_∞ 控制模型匹配问题解的参数形式, 然后利用多个谱分解及 J-谱分解来求 P , Green 等 (1990) 的工作是给出了更简捷的算法。上述提到的共轭化方法、J-谱分解法及 J-酉分解方法, 本质上处理的是同一问题, 即求解与模型匹配问题已知数据相关的某一传递函数的 J-无损分解。诸解法都有各自的优缺点。Huang (1989) 给出了求解模型匹配问题的 H_∞ 插值理论方法, 其主要做法是将 H_∞ 最优控制问题转化为两个单边模型, 而不是转化为双边模型匹配问题。求解 H_∞ 最优问题的另一条途径是利用 Hilbert 空间的收缩算子和等距算子的概念, 将其转化为广义距离问题。Glover 等 (1991) 给出的全通嵌入法即是一个范例。对 H_∞ 最优问题解的存在性判别, 是求解的一个关键问题。Glover 等 (1991) 采用广义特征值问题来判定有解条件。Glover 等 (1988) 和 Doyle 等 (1989) 采用 Riccati 方程有解来表示 H_∞ 最优问题有解的充要条件。Huang (1989) 则用 Riccati 方程广义解的概念建立了 H_∞ 最优问题有解的条件。本阶段是 H_∞ 控制理论不断完善, 并与其他控制理论相互结合, 渗透的时期。在奇异 H_∞ 控制 (Safonov, 1987)、非线性 H_∞ 控制 (van der Schaft, 1992)、自适应 H_∞ 控制、 H_∞ 滤波等方面的研究都取得了不同程度的进展。

自 20 世纪 90 年代以来, 在控制理论与控制工程实际中, 随着 Matlab 等系

统软件分析包的广泛应用,特别是线性矩阵不等式(LMI)的引入,使得一些复杂控制问题的求解变得相对简单。1994年,Boyd提出了用线性矩阵不等式求解 H_{∞} 控制问题,使得算法更加简化。Xu等(2006)基于线性矩阵不等式方法,针对时变时滞系统得出了新的时滞依赖鲁棒 H_{∞} 控制器设计方法。Shi等(2005)针对一类非线性系统,给出了基于线性矩阵不等式的鲁棒 H_{∞} 控制问题解。Foo(2006)研究了非零初始条件下的鲁棒 H_{∞} 控制问题。Montagner等(2005)研究了具有凸多面体不确定性时的鲁棒 H_{∞} 控制问题。线性矩阵不等式已经成为目前不确定性系统鲁棒控制分析和综合的一个重要工具。

H_{∞} 控制理论在过去二十几年间得到了很大的发展。就线性系统的 H_{∞} 控制而言,其理论体系已基本确立。 H_{∞} 方法是解决不确定性系统鲁棒性问题的一种有效方法,虽然成果丰硕,但在理论完备和工程应用等方面仍有许多工作要进一步完善。例如,怎样把实际控制对象的不确定性信息量化以便应用 H_{∞} 最优控制;如何有效处理多目标,不同性能指标,以及约束条件下的 H_{∞} 控制问题; H_{∞} 指标如何与其他形式指标结合,以便较全面地刻画和反映实际控制工程品质;如何为现有的或不断涌现的 H_{∞} 分析和设计方法找到一种统一框架;当复杂控制系统具有分层结构且具有不同模式时的 H_{∞} 控制问题等。这些问题对理论研究和实际应用都十分重要,有待继续深入研究。

鲁棒控制另一个较有效的方法是Doyle(1982)提出的结构奇异值(structured singular value, SSV)理论,又称 μ 理论。我们知道,小增益原理(Zames, 1981)在鲁棒分析中起了十分重要的作用。当仅仅考虑稳定的传递函数和稳定的摄动时,小增益定理用矩阵奇异值给出的系统鲁棒稳定性估计是无保守性的。因此,以奇异值为性能指标的系统设计方法在20世纪70年代末到80年代初得到了广泛研究(Doyle et al., 1981)。因为实际问题中未建模动态很难简单地用一个范数有界的摄动块来描述的,加之部分内部结构信息有时往往是可以获取的,此时仍用小增益定理来估计系统的鲁棒性,则结论的保守性可能会很大。Doyle的 μ 理论正是针对奇异值分析的不足而提出的。 μ 理论一提出,很快就受到控制界的关注。随后经Doyle(1985)和Packard等(1990)的进一步研究和完善,而成为现代鲁棒控制理论中的一个重要组成部分。 μ 方法的基本思想是,通过对系统中的输入、输出、传递函数、不确定性等进行回路整形,把实际控制系统设计问题归结为求结构奇异值问题。 μ 方法的另一个重要贡献在于很好地补充了 H_{∞} 控制的不足,可以把结构式不确定性系统的鲁棒稳定性和鲁棒性能结合起来考虑,并且克服设计上的保守性,从而设计出性能更优,鲁棒性更好的控制系统。这些正是控制系统设计中期望得到却很难解决的问题。

复数摄动下的 μ 分析理论已基本完善。但是, μ 综合仍是一个没有很好解决的问题。虽然 μ 综合已成为一个纯数值最优问题,但计算过于麻烦。 μ 综合方面

的主要研究有, Balas 等 (1993)、Ruth (1990)、Farag 等 (2006)、富饶等 (2004) 等。目前常用的仍是 Doyle (1983; 1985) 提出的所谓 K - D 算法。由于 K 和 D 的优化并不具有联合凸性, 所以无法保证迭代算法收敛到全局最优。Lin 等 (1993) 提出的 μ - K 迭代法, 仍未能有效解决以上问题。值得一提的是, μ 综合而得到的控制器往往阶数过高, 须降价后方可在实际中采用。而降阶会使结果偏离全局最优点, 最终设计的控制器性能甚至还比不上由回路整形法得到的结果 (Freudenberg, 1989)。这就与 μ 方法的初衷不相一致。

Lyapunov 方法一直是讨论不确定性系统稳定性的有效方法之一。这一方法的基本思想是选择一个合适的 Lyapunov 函数, 然后利用范数概念得到不确定性系统的鲁棒稳定界 (Huang et al., 1995; Neto et al., 1992; Yedavalli, 1985)。Sezer 等 (1989) 讨论了 Lyapunov 函数选择如何影响稳定界的问题, 本问题进一步的讨论可见 Juang 等 (1989)。利用 Lyapunov 函数的分析方法只能得到保证系统二次稳定的条件。这对分析时变和非线性系统的不确定性是非常有效的, 但对常实参数的不确定性问题, 所得到的结果是非常保守的。此外, 应用 Lyapunov 函数分析方法, 得到的只是不确定性系统鲁棒稳定的充分条件。这些条件的优劣直接取决于 Lyapunov 函数的选择, 而不同 Lyapunov 函数的选择可以得到许多形式的充分条件, 这些条件甚至互不包容。更严重的问题是, 至今谁也不清楚这些充分条件离真正的鲁棒稳定界有多远 (Huang et al., 1995)。另一个缺陷是所有讨论的鲁棒稳定界大都是针对不确定性参数的绝对值的。因此, 求得的鲁棒稳定区域一般都是关于原点或坐标轴对称的。显然, 这样的结果理论上是保守的, 而且工程应用上指导意义也是很受局限的。这些结果不能适合于工程应用的一个主要原因, 是其不能给设计者提供鲁棒稳定裕度的任何信息。而这恰恰是工程人员最关心的问题之一。作者利用非 Lyapunov 方法, 在解决该问题上做了一些有益的尝试 (Xue et al., 1997)。

1.3 不确定性系统的鲁棒最优控制问题

1.3.1 鲁棒 LQG 控制

Kalman (1964) 提出的 LQG (linear quadratic gaussian) 最优控制是现代控制理论的重要组成部分。LQG 控制器本身具有很强的鲁棒性, 即无穷大增益裕度和 60° 相位裕度, 加上 LQG 性能指标能较好反映工程品质, 物理意义清楚, 因此 LQG 最优设计是被工程界采用, 且得到成功应用的为数不多的现代控制理论方法之一 (IEEE Special Issue, 1971; Anderson et al., 1971)。由于客观实际中不可避免地存在着各种不满足理想假设条件的不确定性因素, 所以要获得对象精确数学模型和干扰信号统计特性, 几乎是不可能的事情。所以完全依赖于被