高等数学内容提要及解题指导

（财经类）

潘鼎坤

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

高等数学内容提要及解题指导

（财经类）

潘鼎坤

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS
·西 安·

内容简介

本书按照财经类高等数学课程的一般要求和编者50多年的教学实践经验,为解除学生学习高等数学中的困惑编写而成。各章重点突出,叙述准确,条理清楚,解释详尽透彻,例题典型丰富,还针对每章内容指点学习注意事项,完全可以无师自学。读者只需记忆少量定义、定理、公式,便能掌握本课程的核心内容和解题的一般途径。它是财经类学生和青年教师的良师益友,是一本富有特色的优秀辅导读物。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学内容提要及解题指导(财经类)/潘鼎坤编著.
—西安:西安交通大学出版社,2004.5
ISBN 7-5605-1837-0

Ⅰ.高…　Ⅱ.潘…　Ⅲ.高等数学-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第027697号

书　　名　高等数学内容提要及解题指导(财经类)
编　　著　潘鼎坤
出版发行　西安交通大学出版社
地　　址　西安市兴庆南路25号(邮编:710049)
电　　话　(029)82668357　82667874(发行部)
　　　　　(029)82668315　82669096(总编办)
印　　刷　西安交通大学印刷厂
字　　数　654千字
开　　本　787 mm×1 092mm　1/16
印　　张　22.375
版　　次　2004年5月第1版　2004年5月第1次印刷
印　　数　0 001 ~ 3 000
书　　号　ISBN 7-5605-1837-0/O·208
全套定价　84.00元　(本册定价　26.00元)

前　言

笔者在高等学校中教了50多年的数学课，直到现在仍经常与学生接触，多少积累了一点感性知识，颇知青年学子在学习高等数学这门课的过程中会有一些什么困难与要求。他们常常诉苦：高等数学概念多、定理多、公式多、方法多、技巧多、解题困难多、课本厚、课余时间少、复习消化困难多等等。因此想写一本辅导书，希望能够帮助学生抓住这门课的重点、要点，清理出清晰图景，也希望能尽力化繁为简、化难为易。在千变万化的解题方法中尽力归纳出一些基本原则（或经验），尽量体现能由“多”变“少”，又能由“少”变“多”的辩证关系。所谓由“多”变“少”，是对内容和方法而言，即把每章的重点要点找出来，浓缩为内容提要列于各章之首，让读者看到各章的核心内容就是这么一点，一目了然。其次，精选典型题，本书的每一组例题，都是从众多题中筛选出来的，尽量让挑上的每道题都比较典型，这种筛选，同样也是从“多”到“少”的过程，让读者看到典型的题型并不很多，典型的解题途径也不很多。另一方面，我们对每一道题的解答尽量地采用有较大通用性的解法，即较一般的、技巧性不强的解题途径，让读者不难由此及彼，举一反三，由“少”到“多”。本书的企图，就是想借“题”发挥，努力在典型性与通用性上下工夫，希望能给读者一点启迪，掌握微积分的基本思想方法。

教学中的所谓“三基”：即指基本概念、基本理论和基本方法。这三基中，基本概念是最基本的，基本理论、基本方法都是根据基本概念推衍发展出来的。青年学生常常重视定理与公式，没有充分重视基本概念的重要性：它是山之祖、水之源，决不可等闲视之.因此，笔者尽量围绕基本概念精选一些题，也尽量依据基本概念来作分析和推导，让读者领会到基本概念的重要性。并且，要让读者觉察到高等数学这门课中核心的基本概念和基本思想方法并不多，只有那么寥寥几点，但这寥寥几点却非常重要，必须熟练掌握不可，它们是理解内容、分析解决问题的关键。

本书筛选出的例题，大体可分为两大类：一类例题帮助读者加深对课程基本内容的理解和掌握；另一类例题与习题训练读者综合运用基本内容的能力。书中题型力求多样，有选择题、填空题、计算题、证明题和应用题。对于选择、填空等客观性例题，不只给出答案，还给出了充分详尽的分析或推导，使读者知道答案之所以然。例题与习题的难度大多数属于中等或中等偏难，也有一定数量较复杂的综合题和应用题。总体上说，这些例题比一般教材上的例题综合性更强一些，应先阅读教材上的例题，再阅读本书的例题。

读数学书，很怕“显然”多，也怕证明过简或推导过程跳步太大，阅读时要作许多补充证明或计算才能读懂，因而阅读起来速度十分慢，甚至让不少人惧怕甚至厌恶.为此，本书说明力求详尽，推导力求不跳步，尽量为读者设想学习时可能有什么困难，仔仔细细加旁注，多数旁注是为疏通阅读时可能发生的障碍，点明用到的公式或定理，或指出应注意什么等。笔者写这些旁注，有如妇女绣花，一针一线都全神贯注，小心检点，唯怕漏针断线。

本书每章正文的第三部分是学习指导，是对本章的内容作比较详尽的疏导，畅言点点滴滴旁注中意犹未尽者，或点评解决问题的基本思路，或指出不可忽视的重点，或云考试热点之所在，或述各个内容相互之间的联系，或明枝繁叶茂中的主干，或示茫茫航道中隐藏的暗礁，或论

该章节在整个学科中之地位……旁注是在各局部处加注，学习指导是对整章加以疏释。它可在每章学习之初时阅读，也可在学完例题分析之后阅读，或边读例题边看这些评述。这是笔者敞开心扉与读者对话，包括每章开头的几句开场白，都是个人所见，难免有不妥之处，诚请读者不吝赐教。

为便于读者自学、自测、巩固和提高，每章后，提供了一定数量的习题，对这些习题都作了相当详尽的解答。

书末附有常系数线性差分方程解法和初等数学中的常用公式。

本书的读者对象是财经类各专业一年级大学生和考研生，可配合任何一本财经类的《高等数学》一起学习。

非常感激我的大学同窗、学长和挚友西南交通大学黄盛清教授，他特地为我从美国凤凰城带回一本 Stewart 著的新版《Calculus - Early transcendentals》，它是本书的主要参考书之一，使本书增色不少。我也非常感激西安交通大学陆诗娣教授，在她的建议、热情鼓励和大力支持下，我才能从容不迫地完成此书。特在此向二位教授表示衷心的感谢。

潘鼎坤

2003 年 10 月 15 日

目　录

第 3 章　导数与微分

第 4 章　微分中值定理与导数的应用

第 5 章　不定积分

第 1 章 函数

本书所谓的"高等数学"是指由微积分、无穷级数以及微分方程所组成的一门课程.高等数学的研究对象为函数,故函数是高等数学中少数几个十分重要的基本概念之一.读者务必透彻理解函数定义以及各个基本初等函数的性质及其图形.

1.1 内容提要

1. 实数 有理数与无理数的总称.

> 有理数 $\begin{cases}\text{整数}\\\text{分数}.\end{cases}$

2. 区间 开区间 $(a,b)=\{x\mid a<x<b\}$.
闭区间 $[a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$.
半开区间 $(a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b\}$, $[a,b)=\{x\mid a\leqslant x<b\}$.
无限区间 $[a,+\infty)=\{x\mid a\leqslant x\}$, $(-\infty,b)=\{x\mid x<b\}$,
$(-\infty,+\infty)=\{x\mid -\infty<x<+\infty\}$.

> 不包含区间两端点.
> 包含区间两端点.
> 只包含区间一个端点.
> $-\infty$ 和 $+\infty$ 是两个记号,不是数.

3. 绝对值 $|x|=\begin{cases}x, & \text{当 } x\geqslant 0 \text{ 时};\\ -x, & \text{当 } x<0 \text{ 时}.\end{cases}$

绝对值的运算有: $|a\pm b|\leqslant|a|+|b|$, $|ab|=|a|\cdot|b|$, $\left|\dfrac{b}{a}\right|=\dfrac{|b|}{|a|}$, $|a|-|b|\leqslant|a-b|$.

$|x|<\varepsilon \iff -\varepsilon<x<\varepsilon$.

> 牢记绝对值定义.
> $\iff$ 表示正反命题都成立.

4. 邻域 a 的 δ 邻域记作:
$U(a,\delta)=\{x\mid |x-a|<\delta\}=\{x\mid a-\delta<x<a+\delta\}$.

> a 称为此邻域的中心,δ 称为此邻域的半径.

5. 函数 给定集合 D,若存在某种规律 f,对于每个元素 $x\in D$,总存在唯一的一个实数 $y\in\mathbf{R}$ 与之对应,便称 f 是从 D 到 $\mathbf{R}$ 的一个函数,记作 $y=f(x)$. D 称为这个函数的定义域,x 为自变量,y 为因变量,$\{f(x)\mid x\in D\}$ 为函数的值域.

[注] D 可以是数集,也可以是某个集合;对应规律未必能用解析式子表达出.

> 函数定义中两大要素是:定义域和对应规律.
> $\mathbf{R}$ 为全体实数的集合.

6. 具有某种特性的几类重要函数

奇函数　当 $x\in(-a,a)$ 时，有 $f(-x)=-f(x)$（奇函数的图形对称于原点）.

偶函数　当 $x\in(-a,a)$ 时，有 $f(-x)=f(x)$（偶函数的图形对称于 y 轴）.

奇偶函数的定义域必须关于原点是对称的.

单调函数　设 x_1,x_2 是 (a,b) 内任意两点，若当 $x_1<x_2$ 时恒有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 上单调增加；若当 $x_1<x_2$ 时恒有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 上单调减少. 单调增加与单调减少的函数统称为单调函数.

若当 $x_1<x_2$ 时有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 (a,b) 上广义单调增加. 可同样定义广义单调减少函数.

有界函数　若存在一个正数 M，当 $x\in(a,b)$ 时恒有 $|f(x)|\leqslant M$，便说函数 $f(x)$ 在 (a,b) 上有界. 若这样的 M 不存在，便说 $f(x)$ 在 (a,b) 上是无界的.

周期函数　设 D 为函数 $f(x)$ 的定义域. 若存在一个正数 T，对于任一 $x\in D$，有 $(x\pm T)\in D$ 且 $f(x\pm T)=f(x)$ 恒成立，则称 $f(x)$ 为周期函数，T 为 $f(x)$ 的周期.

周期函数的周期通常是指满足这个关系的最小正数 T.

7. 反函数　设 $f(x)$ 在 D 上是一一对应函数，值域为 Y，对于任一 $y\in Y$，由 $y=f(x)$ 确定唯一的 $x\in D$ 与 y 对应，这样确定的函数 $x=\varphi(y)$ 称为函数 $y=f(x)$ 的反函数（原来的 $y=f(x)$ 叫直接函数）.

一一对应的函数是指不同的 x 对应不同的 y 值.

[注 1] 一个函数完全由定义域及对应规律所确定，与用什么记号表示自变量、因变量无关.

[注 2] $x=\varphi(y),y\in Y$ 与 $y=\varphi(x),x\in Y$ 是同一函数，因而通常用 $y=\varphi(x),x\in Y$ 表示 $y=f(x),x\in D$ 的反函数.

二者对应规律相同，定义域相同，所以是同一函数.

[注 3] $x=\varphi(y)$ 与 $y=\varphi(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.

8. 复合函数　设函数 $y=f(u)$ 的定义域包含 $u=\varphi(x)$ 的值域，则在函数 $\varphi(x)$ 的定义域 D 上可以确定一个函数 $y=f[\varphi(x)]$，称 $f[\varphi(x)]$ 为 φ 与 f 的复合函数.

$y=f[\varphi(x)]$ 也可记作 $y=f\cdot\varphi$，u 称为中间变量.

9. 基本初等函数　是指

(1) 常数函数 $y=c$；

(2) 幂函数 $y=x^a$，（a 是实数）；

(3) 指数函数 $y=a^x$，（$a>0,a\neq1$）；

(4) 对数函数 $y=\log_a x$，（$a>0,a\neq1$）；

(5) 三角函数 $\sin x,\cos x,\tan x,\cot x,\sec x,\csc x$；

(6) 反三角函数 $\arcsin x,\arccos x,\arctan x,\operatorname{arccot} x$.

它们的图形如图 1.1～图 1.15 所示.

基本初等函数是最常用、最基本的函数，而 $\operatorname{arcsec} x,\operatorname{arccsc} x$ 几乎不用，因而就不讨论了.

10. 初等函数　由上述六类基本初等函数经过有限次的四则运算和函数复合步骤所构成并可用一个解析式子表示的函数，统称为初等函数.

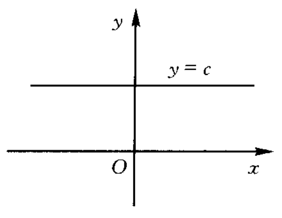


图 1.1

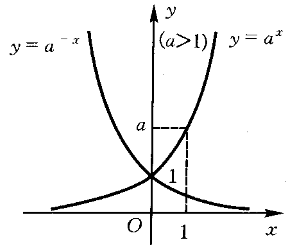


图 1.2

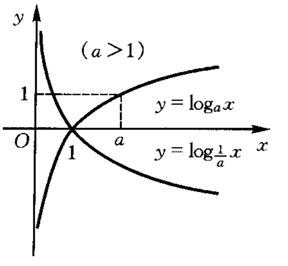


图 1.3

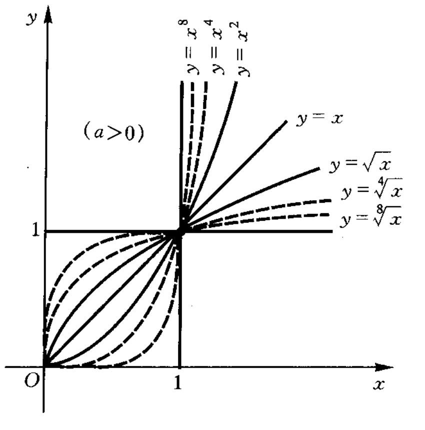


图 1.4

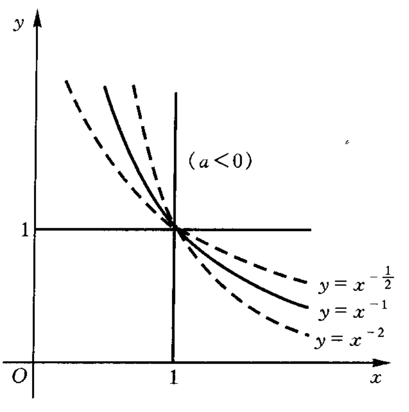


图 1.5

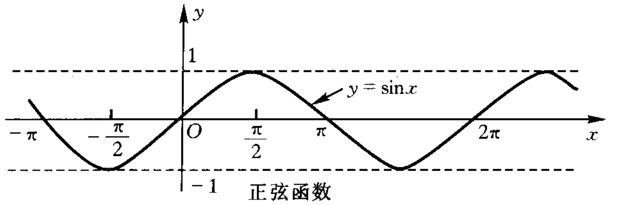


图 1.6

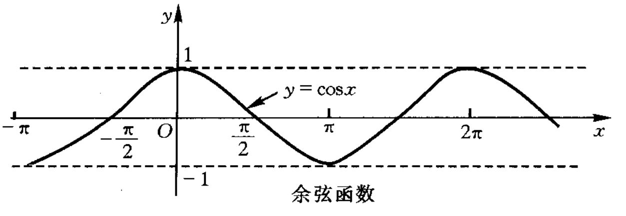
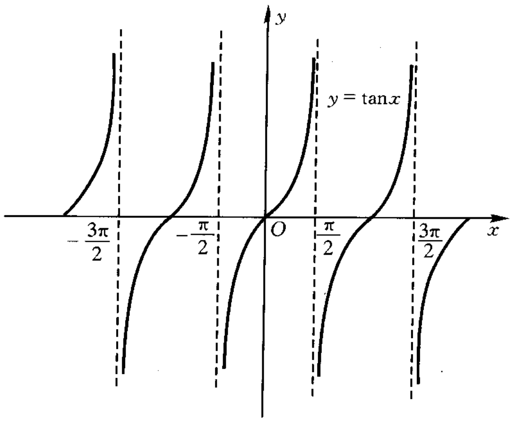
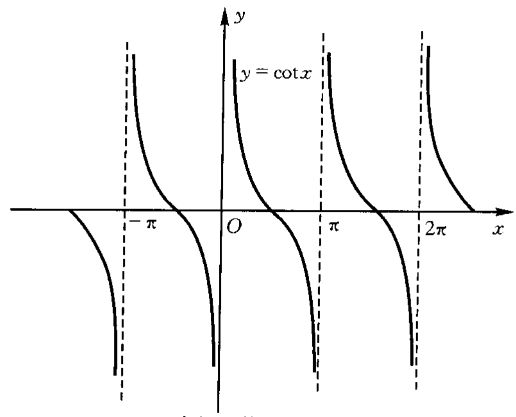


图 1.7



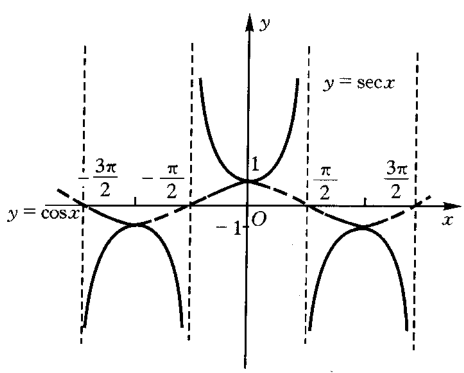
正切函数

图 1.8



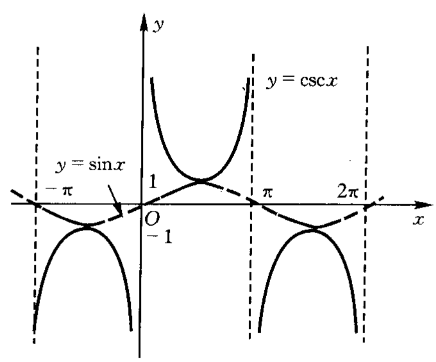
余切函数

图 1.9



正割函数

图 1.10



余割函数

图 1.11

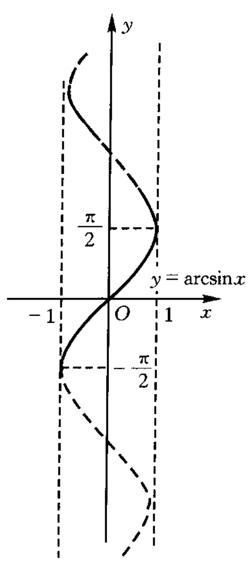


图 1.12

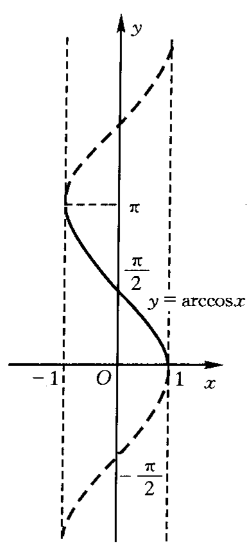


图 1.13

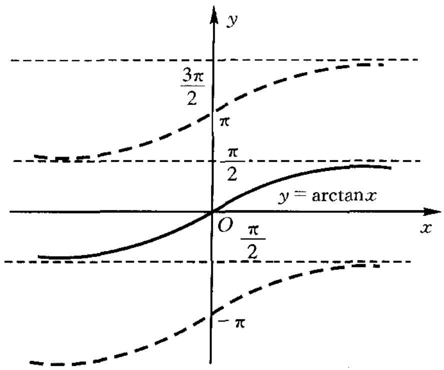


图 1.14

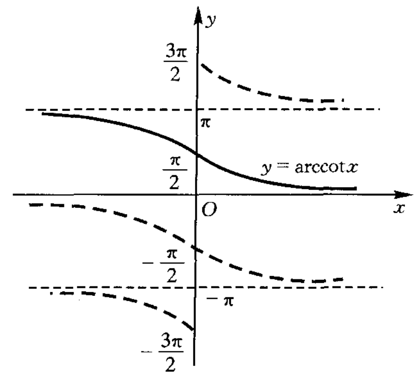


图 1.15

11. 双曲函数

双曲正弦函数 $\sinh x=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$；

双曲余弦函数 $\cosh x=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$；

双曲正切函数 $\tanh x=\dfrac{\text{sh}x}{\text{ch}x}=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$；

双曲余切函数 $\coth x=\dfrac{\text{ch}x}{\text{sh}x}$；

反双曲正弦函数 $\text{arsinh}x=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$，$(-\infty,+\infty)$；

反双曲余弦函数 $\text{arcosh}x=\ln(x+\sqrt{x^2-1})$，$[1,+\infty)$；

反双曲正切函数 $\text{artanh}x=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+x}{1-x}$，$(-1,1)$.

双曲函数的几个重要关系式：

$\text{ch}^2x-\text{sh}^2x=1$；　$\text{sh}(x\pm y)=\text{sh}x\text{ch}y\pm\text{ch}x\text{sh}y$；

$\text{ch}(x\pm y)=\text{ch}x\text{ch}y\pm\text{sh}x\text{sh}y$；

$\text{th}(x\pm y)=\dfrac{\text{th}x\pm\text{th}y}{1\pm\text{th}x\text{th}y}$.

双曲函数的图形如下：

也可用 sh$x$ 表示.

也可用 ch$x$ 表示.

也可用 th$x$ 表示.

也可用 arsh$x$ 表示.

也可用 arch$x$ 表示.

也可用 arth$x$ 表示.

双曲函数都是初等函数. 所列的反双曲函数虽然也是初等函数，但一般不是考点.

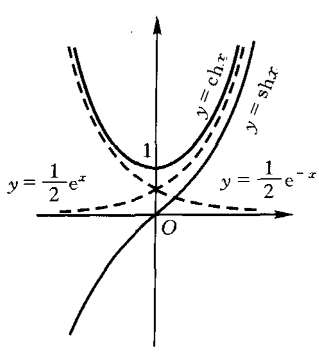


图 1.16

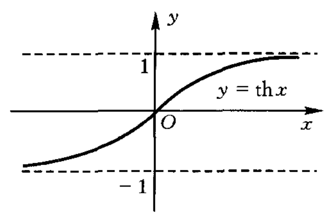


图 1.17

1.2　典型例题分析

1.2.1　绝对值不等式

例 1　解不等式 $|x+a|<\delta$.

解法 1　由数的绝对值定义知,当 $x+a\geqslant 0$ 时,原不等式为 $0\leqslant|x+a|=x+a<\delta$,即 $0\leqslant x+a<\delta$,不等式两端同加 $-a$,得 $-a\leqslant x<-a+\delta$.同理,当 $x+a<0$时,原不等式为 $0<|x+a|=-(x+a)<\delta$,即 $0<-(x+a)<\delta$,亦即 $0>x+a>-\delta$,即 $-a-\delta<x<-a$.二者的并集为 $-a-\delta<x<-a+\delta$.

解法 2　$|x-y|$表示 x 与 y 两点之间的距离.利用这个几何解释,解不等式 $|x+a|<\delta$ 即为求那些与点 $-a$ 的距离小于δ的点 x,由图 1.18 立知$(-a-\delta,-a+\delta)$内的点与点 $-a$ 的距离都小于δ,因而有 $-a-\delta<x<-a+\delta$.

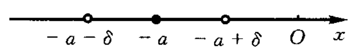


图 1.18

另法:因 $|r|<\delta \Longleftrightarrow -\delta<r<\delta$,故由 $|x+a|<\delta$,有 $-\delta<x+a<\delta$,得 $-a-\delta<x<-a+\delta$.

$|x+a|=|x-(-a)|$ 表示点 x 与点 $-a$ 间的距离.

例 2　解不等式 $|x-10|>0.5$.

解法 1　求解这样的不等式,仍依据数的绝对值定义,即当 $x-10\geqslant 0$ 时,$|x-10|=x-10>0.5$,所以 $x>10.5$;当 $x-10<0$ 时,$|x-10|=-(x-10)=-x+10>0.5$,亦即 $10-0.5>x$,即 $x<9.5$.因而满足不等式 $|x-10|>0.5$ 的 x 为 $x<9.5$ 或 $x>10.5$.

$x\in(-\infty,9.5)\cup(10.5,+\infty)$.

解法 2　利用几何解释求解不等式 $|x-10|>0.5$,即求点 x 到点 10 间的距离大于 0.5 的点,显然是 $x<9.5$ 或 $x>10.5$.

例 3　解不等式 $|3x+1|<|2x-1|$.

解　这个题,如仍直接用数的绝对值定义来解,将分四种情况进行分析,比较烦琐.注意到 $|a|=\sqrt{a^2}$,对原不等式两边平方,不等号方向不变,得

与不等式 $\sqrt{(3x+1)^2}<\sqrt{(2x-1)^2}$ 同解.

$$(3x+1)^2<(2x-1)^2,$$

即　$$9x^2+6x+1<4x^2-4x+1,$$

即　$$5x^2+10x<0,\qquad 即\ x(x+2)<0.$$

左边四个不等式都是同解的不等式.

只有当 $x\in(-2,0)$时,x 与 $x+2$ 二因子异号,故原不等式的解为

$$-2<x<0.$$

所得解代入原不等式检验,的确成立.在$(-2,0)$之外的值代入都不成立.

例 4　解不等式 $|x+2|-|x|>1$.

解　将原不等式化为 $|x+2|>1+|x|$.

两边平方,得　$$(x+2)^2>1+x^2+2|x|,$$

即　$$x^2+4x+4>1+x^2+2|x|,$$

即　$$4x+3>2|x|,$$

再平方　$$16x^2+24x+9>4x^2,\qquad 即\ 4x^2+8x+3>0,$$

亦即　$$(2x+1)(2x+3)>0.$$

平方后所得不等式可能增添进一些不是原不等式的解.

这个不等式的解是使二因子 $2x+1$ 及 $2x+3$ 同号的 x 值,得

$$x<-\frac{3}{2}\quad 或\quad x>-\frac{1}{2}.$$

代入原不等式检验，$x<-\frac{3}{2}$不成立，应舍去；$x>-\frac{1}{2}$满足原不等式，故原绝对值不等式的解为 $x>-\frac{1}{2}$.

必须检验一下是否真是欲求的解.

例 5 试将不等式 $-6<x<2$ 用带绝对值的不等式表示之.

解 开区间$(-6,2)$的中心为点$\frac{-6+2}{2}=-2$，这个开区间的半径为$[2-(-6)]\div 2=4$，所以，不等式 $-6<x<2$ 用带绝对值的不等式表示为

$$|x-(-2)|<4, \qquad 即 \quad |x+2|<4.$$

类题 求解下列不等式：

(1) $|2x-1|<|x-1|$； (2) $\left|\frac{1}{x}\right|>M>0$；

(3) $|x(x-1)|<2$. 提示：即求 $x(x-1)<2$ 及 $x(x-1)>-2$ 这两个不等式解集的交集.

答 (1) $0<x<\frac{2}{3}$. (2) $-\frac{1}{M}<x<\frac{1}{M}$. (3) $-1<x<2$.

求一个开区间的绝对值不等式的表示式都是先求区间的中心点及半径，而后表示之.

1.2.2 函数定义域

例 6 指出函数 $y=\sqrt{5-4x}+\frac{1}{x^2-x}$的定义域.

解 当给出函数而没有它的定义域时，就规定它的定义域是使函数有确定值的实数的全体. 为使$\sqrt{5-4x}$有意义，必须使 $5-4x\geqslant 0$，即 $x\leqslant\frac{5}{4}$；为使$\frac{1}{x^2-x}$有意义，必须使 $x^2-x\neq 0$，即 $x\neq 0$ 且 $x\neq 1$. 因而这个函数的定义域为 $D=(-\infty,0)\cup(0,1)\cup\left(1,\frac{5}{4}\right]$.

这样的题都是求函数的自然定义域.

三者的交集.

例 7 求函数 $y=\ln\ln e^x$ 的定义域.

解 这是一个复合函数，即 $y=\ln u$，$u=\ln v$，$v=e^x$.

要使得 $y=\ln u$ 有意义，必须 $u>0$；要使 $u=\ln v>0$，必须 $v>1$；要使 $v=e^x>1$，又必须 $x>0$. 从而知 $y=\ln\ln e^x$ 的定义域为$(0,+\infty)$.

$y=\ln x$ 的定义域为 $0<x<+\infty$.

这里用到 $y=\ln x$，$y=e^x$ 两个函数的单调增加性以及 $\ln 1=0$，$e^0=1$.

例 8 求函数 $y=\lg\frac{x+1}{x-2}+\arcsin\frac{2x+1}{3}$的定义域.

解 先求出 $y_1=\lg\frac{x+1}{x-2}$的定义域.

只有$\frac{x+1}{x-2}$为正数时，$\lg\frac{x+1}{x-2}$才有意义. 而$\frac{x+1}{x-2}$与$(x+1)(x-2)$同时为正，同时为负. 容易看出，当 $x>2$ 或 $x<-1$时，$(x+1)(x-2)$为正，故 $y_1=\lg\frac{x+1}{x-2}$的定义域为$(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$.

其次，考虑 $y_2=\arcsin\frac{2x+1}{3}$的定义域.

只有当$-1\leqslant\frac{2x+1}{3}\leqslant 1$ 时，$\arcsin\frac{2x+1}{3}$才有意义. 由$-1\leqslant\frac{2x+1}{3}\leqslant 1$ 两边同乘以 3，不等号方向不变，得 $-3\leqslant 2x+1\leqslant 3$；不等式两边同加 -1，得 $-4\leqslant$

$\lg x$ 的定义域为$(0,+\infty)$.

$\frac{x+1}{x-2}>0$ 与$(x+1)(x-2)>0$ 为同解不等式.

$\arcsin x$ 的定义域为$[-1,1]$.

在数轴上画出$(-\infty,-1)$

$2x \leqslant 2$,即 $-2 \leqslant x \leqslant 1$.故 $y_2=\arcsin\frac{2x+1}{3}$的定义域为$[-2,1]$.

使 $y_1=\lg\frac{x+1}{x-2}$与 $y_2=\arcsin\frac{2x+1}{3}$同时有定义的数集,即二者的交集$[-2,-1)$为 $y=\lg\frac{x+1}{x-2}+\arcsin\frac{2x+1}{3}$的定义域.

$\cup(2,+\infty)$及$[-2,1)$,便可看出二者共同部分为$[-2,-1)$.

例 9　设 $y=f(x)$的定义域为$[-1,2)$,求 $y=f(\lg x)$的定义域.

解　因为 $f(x)$的定义域为$[-1,2)$,所以在 $f(\lg x)$中必须要求 $-1 \leqslant \lg x<2$,亦即 $10^{-1} \leqslant x<10^2$.可见 $f(\lg x)$的定义域为 $0.1 \leqslant x<100$.

$\lg x$ 表示以 10 为底的对数.

这里,需要强调的是:求函数的定义域时,要注意某些限制,如分式中的分母不能为零,对数中的真数不能为负数,根式中的负数不能开偶次方,$\arcsin x$,$\arccos x$的定义域是$[-1,1]$等等.

1.2.3　函数定义

例 10　下列各对函数中,哪些相同?哪些不同?并说明理由.

(1) $f(x)=|x|$,　$g(x)=\sqrt{x^2}$;

(2) $f(x)=p\log_a x$,　$g(x)=\log_a x^p$,$(a>0,a\neq 1)$;

(3) $f(x)=\sin x$,　$g(x)=\sqrt{1-\cos^2 x}$;

(4) $f(x)=\sqrt[3]{x}$,　$g(x)=\sqrt[6]{x^2}$;

(5) $f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$,　$g(x)=x+1$;

(6) $f(x)=x^2+1$,　$g(t)=t^2+1$;

(7) $f(x)=\sqrt{\frac{x-a}{x-b}}$,　$g(x)=\frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x-b}}$.

答　(1) $f(x)=|x|=\sqrt{x^2}$　$(-\infty,+\infty)$,$f(x)$,$g(x)$这两个函数的定义域相同,对同一 x 值,也对应着同一函数值,所以 $f(x)$与 $g(x)$是在$(-\infty,+\infty)$上相同的函数.

两个函数是否相同,只看定义域与对应规律是否相同这两个条件.所谓对应规律是否相同,就看对同一 x 值是否得同一函数值,而对应规律的表达形式可以不同.

(2) 若 p 为偶数,则 $f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,而 $g(x)$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,所以 $f(x)$与 $g(x)$不一定是同一函数.

(3) $f(x)=\sin x$ 的值域为$[-1,1]$,但 $g(x)=\sqrt{1-\cos^2 x}$的值域为$[0,1]$,$f(x)$与 $g(x)$的值域不同,所以 $f(x)$与 $g(x)$是不同的两个函数.

(4) $f(x)=\sqrt[3]{x}$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,$g(x)=\sqrt[6]{x^2}$的定义域亦为$(-\infty,+\infty)$,但当 $x<0$ 时 $f(x)=\sqrt[3]{x}<0$,而 $g(x)=\sqrt[6]{x^2}>0$,所以 $f(x)$与 $g(x)$不是相同的函数.

(5) $f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$的定义域为$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$,但 $g(x)=x+1$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,它们不是相同的函数.

(6) $f(x)$与 $g(t)$的定义域都是$(-\infty,+\infty)$,对应规律都是 $f(\quad)=(\quad)^2+1$,$g(\quad)=(\quad)^2+1$,所以是相同的函数.

函数与自变量、因变量的记号写法无关.

(7) 设 $a<b$,则 $f(x)$的定义域为$(-\infty,a]\cup(b,+\infty)$,但 $g(x)$的定义域为$(b,+\infty)$,两个函数的定义域不同,所以它们不是相同的函数.