

普通高中课程标准实验教材

PUTONG GAOZHONG KECHENG BIAOZHUN SHIYAN JIAOCAI

随堂纠错

SUITANGJIUCUO

超级练

CHAOJI LIAN

数学

选修2-3

浙江教育出版社

普通高中课程标准实验教材

PUTONGGAOZHONG KECHENGBIAOZHUN SHIYANJIAOCAI

随堂纠错

SUITANGJIUCUO

主 编 朱恒元

编 者 朱恒元 郑日锋

超 级 练

数 学

选修2-3

浙江教育出版社

《随堂纠错超级练》丛书读者意见反馈卡

图书在版编目(CIP)数据

随堂纠错超级练. 数学. 2-3: 选修 / 朱恒元著. —杭州: 浙江教育出版社, 2007.9(2008.8 重印)

ISBN 978-7-5338-7197-0

I. 随... II. 朱... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 145588 号



随堂纠错超级练

数学 2-3 选修

主 编	朱恒元
出 版	浙江教育出版社 (杭州市天目山路 40 号 邮编 310013)
发 行	浙江省新华书店集团有限公司
总 策 划	邱连根
责任编辑	金馥菊
装帧设计	韩 波
责任校对	胡 星
责任印务	吴梦菁
图文制作	杭州富春电子印务有限公司
印刷装订	富阳美术印刷有限公司

开 本	890 × 1240	1/16
印 张	9.75	
字 数	270 000	
版 次	2007 年 9 月第 1 版	
印 次	2008 年 8 月第 2 次	
印 数	8 001—11 000	
标准书号	ISBN 978-7-5338-7197-0	
定 价	13.00 元	

联系电话: 0571-85170300-80928

e-mail: zjjy@zjcb.com

网 址: www.zjeph.com

版权所有 翻版必究

《随堂纠错超级练》丛书编委会

(以姓氏笔画为序)

方青稚(台州中学)

史定海(鄞州中学)

庄志琳(桐乡高级中学)

朱建国(杭州外国语学校)

任学宝(杭州学军中学)

任富强(慈溪中学)

沈玉荣(杭州学军中学)

沈骏松(嘉兴市教育研究院)

李兆田(嘉兴高级中学)

郑青岳(玉环县教育局教研室)

苗金德(绍兴鲁迅中学)

周红(杭州学军中学)

姜水根(宁波效实中学)

赵力红(富阳中学)

胡伯富(杭州市教育局教研室)

高宁(杭州第四中学)

鄢伟友(金华市教育局教研室)

冯任几(湖州中学)

刘岩(杭州第十四中学)

许军国(宁波市教育局教研室)

朱恒元(义乌中学)

任美琴(台州回浦中学)

伊建军(杭州高级中学)

沈金林(平湖中学)

杨志敏(杭州市教育局教研室)

郑日锋(杭州学军中学)

林金法(温岭中学)

周业宇(丽水市教育局教研室)

施丽华(宁波效实中学)

赵一兵(杭州高级中学)

胡辛(杭州第二中学)

枯荣(绍兴市教育局教研室)

徐勤(杭州学军中学)

潘健男(湖州第二中学)

丛书总策划 邱连根

3-2 数学

浙江教育出版社



栏目设置及使用说明

教材解读

归纳学习要点,梳理知识脉络,方便理解与记忆。

名师引路

揭示重点,剖析难点,点拨学法,提供学习心理辅导。

解题方略

分类题型,总结问题解决的一般规律,并揭示解题技巧。

纠错在线

让学生记录做题过程中出现的错误,提倡学生随时总结自己不足的学习习惯。

发展提高

提供提升知识层次,发展学生解决问题能力的优秀试题。

第一章 计数原理

1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理

名师引路

分类加法计数原理和分步乘法计数原理是本章重点知识,它是人们在实践

解题方略

本课时主要有2类题型:

(1) 直接运用分类加法计数原理解决简单问题,其解题关键是分析出其中的“一件事”是什么,如:

纠错在线

教材解读

1. 分类加法计数原理

完成一件事有两类不同方案,在第1类方案中有 m 种不同的方法,在第2类方案中有 n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m+n$ 种不同的方法。

典例剖析

例1 某外贸公司只会英语的有15人,只会日语的有7人,只会德语的有3人,其余的人都不懂外语。若要选派1名懂外语的人去参加一个国际交易会,问:有多少种不同的选法?

解 从懂外语的人中选派1人,有3类办法:第一类办法,从会英语的人中选派1人,

同步训练

理解巩固

1. 某公共汽车上有10名乘客,要求在沿途的5个车站全部下完,则乘客下车的可能方式的种数有 ()

(A) 5^{10} (B) 10^5 (C) 50 (D) 15

发展提高

11. 已知直线 $l_1 \parallel l_2$, A, B, C是直线 l_1 上的3个点, D, E, F, G是直线 l_2 上的4个点,若从A, B, C中取1个点,再从D, E, F, G中取1个点,过所取的2个点作直线,则可以作出多少条不相同的直线?

高考链接

17. (2004·浙江卷) 设坐标平面内有1个质点从原点出发,沿 x 轴跳动,每次向正方向或负方向跳1个单位,经过5次跳动质点落在点(3, 0) (允许重复过此点)处,则质点不同的运动方法共有 _____ 种(用数字作答)。

第一章测试卷

一、选择题

1. 从4名男生和3名女生中选出4人参加某个座谈会,若这4人中必须既有男生又有女生,则不同的选法种数是 ()

(A) 140 (B) 120 (C) 35 (D) 34

典例剖析

选择“基题”,分析解题思路与方法,提供表达示范。

同步训练

理解巩固

提供理解、巩固基本知识和技能的基础题。覆盖教材要点,强化重点,题量适宜,注重有效性。

高考链接

列举历年高考中与本节有关的真题,让学生同步了解高考命题要求与特点。

章测试卷

参照高考题型,提供囊括本章知识要点及考点的试题,供学生自测或教师选用。

出版前言

作为深入贯彻新课程标准精神、全面体现最新教学理念的一个新的尝试,我社精心编辑出版了这套“随堂纠错超级练”丛书,以满足当前高中各科教学的急需。

这是一套涵盖高中各主要学科,包括课堂教学和阶段复习各环节的同步实战型丛书。丛书名即反映了其主要特点:随堂,就是基本知识随堂通;纠错,就是出现错误当堂纠;超级练,就是巩固提高分层练。

在设计模块时,我们根据方便、实用的原则,花大力气进行了创新优化:

提炼教材精华,涵盖知识考点 “教材解读”板块,本着“双基”的要求和高考命题的导向,用简练的文字,从识记知识、能力目标与发展提高三个维度归纳整理教材内容,分析学习重点与难点,揭示课标导向,辨疑解惑,为学生指点迷津。

荟萃典例基题,剖析解题方略 “典例剖析”板块,科学选择各类范例“基题”,先通过多角度的详细剖析,给学生示范解题过程,再在分类题型的基础上,总结各类习题的一般解法与规律,以举一反三,提高解题能力。

精选名题范例,循序梯级设置 “同步训练”板块是在分析人民教育出版社A版教科书内容的基础上,根据学科课程标准,并遵照《浙江省普通高中新课程实验数学学科教学指导意见》的要求,分成“理解巩固”、“发展提高”、“高考链接”三类。其中“理解巩固”是全体学生在模块学习后要达到的要求,重在学科基本概念、理论以及知识的理解与记忆;而“发展提高”是指部分学生在模块学习后可以达到的较高要求,旨在训练学生对所学知识、概念、原理的应用以及与生产生活实际结合的能力;“高考链接”是根据知识点选择历年有代表性的高考真题,让学生试做,以同步了解高考命题的基本特点。所有这些练习题目,除了荟萃历年来各级各类试卷的名题范例以外,更有许多体现近年高考走向、凝聚名师心得的创新题目。

警示易入歧途,督促随堂自纠 根据心理学认知就是反馈纠错过程的原理和高考状元们都注重自我纠错的成功实践,丛书在各级训练板块的练习和测试部分,预留了一定空间,以方便自我“在线纠错”和归纳、总结、记录纠错心得。

此外,每单元后均附有测试卷,供学生自我测评。

在编排上,为了使各模块条理清晰、方便实用,我们采用了左右分栏、上下切块的版面设计,大致做到了知识体系一目了然,复习翻检信手拈来。

限于水平和时间,本丛书必定存在疏漏和不足,恳切希望得到批评指正,以便我们进一步修订和提高。



84	第一章 计数原理	1
12	1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	1
22	第1课时 分类加法计数原理与分步乘法	
22	计数原理(1)	1
82	第2课时 分类加法计数原理与分步乘法	
82	计数原理(2)	4
52	第3课时 分类加法计数原理与分步乘法	
20	计数原理(3)	7
17	1.2 排列与组合	9
17	1.2.1 排列	9
29	第1课时 排列(1)	10
27	第2课时 排列(2)	12
87	第3课时 排列(3)	14
88	第4课时 排列(4)	17
00	1.2.2 组合	20
20	第1课时 组合(1)	20
90	第2课时 组合(2)	23
90	第3课时 组合(3)	26
90	1.3 二项式定理	30
90	1.3.1 二项式定理	30
001	第1课时 二项式定理(1)	30
701	第2课时 二项式定理(2)	33
801	1.3.2 “杨辉三角”与二项式系数的性质	35
111	复习小结	38
211	第一章测试卷	42
051	第二章 随机变量及其分布	45
521	2.1 离散型随机变量及其分布列	45
	2.1.1 离散型随机变量	46
	2.1.2 离散型随机变量的分布列	48



第 1 课时	离散型随机变量的分布列(1)	48
第 2 课时	离散型随机变量的分布列(2)	51
2.2	二项分布及其应用	55
2.2.1	条件概率	55
2.2.2	事件的相互独立性	58
第 1 课时	事件的相互独立性(1)	58
第 2 课时	事件的相互独立性(2)	62
2.2.3	独立重复试验与二项分布	65
2.3	离散型随机变量的均值与方差	71
2.3.1	离散型随机变量的均值	71
2.3.2	离散型随机变量的方差	75
第 1 课时	离散型随机变量的方差(1)	75
第 2 课时	离散型随机变量的方差(2)	78
2.4	正态分布	83
	复习小结	90
	第二章测试卷	95

第三章	统计案例	99
3.1	回归分析的基本思想及其初步应用	99
第 1 课时	回归分析(1)	99
第 2 课时	回归分析(2)	103
3.2	独立性检验的基本思想及其初步应用	107
第 1 课时	独立性检验(1)	108
第 2 课时	独立性检验(2)	111
	复习小结	115
	第三章测试卷	120
	参考答案	124





第一章 计数原理

1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理

教材解读

1. 分类加法计数原理

完成一件事有两类不同方案,在第1类方案中有 m 种不同的方法,在第2类方案中有 n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m+n$ 种不同的方法.

2. 分步乘法计数原理

完成一件事需要两个步骤,做第1步有 m 种不同的方法,做第2步有 n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m \times n$ 种不同的方法.

3. 上述两个原理的探究结论

完成一件事,有几类方案,在第1类方案中有 m_1 种不同的方法,在第2类方案中有 m_2 种不同的方法,……,在第 n 类方案中有 m_n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m_1+m_2+\cdots+m_n$ 种不同的方法.

完成一件事,需要分成 n 个步骤,做第1步有 m_1 种不同的方法,做第2步有 m_2 种不同的方法,……,做第 n 步有 m_n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$ 种不同的方法.

第1课时 分类加法计数原理与分步乘法计数原理(1)

典例剖析

例1 某外贸公司只会英语的有15人,只会日语的有7人,只会德语的有3人,其余的人都不懂外语.若要选派1名懂外语的人去参加一个国际交易会,问:有多少种不同的选法?

解 从懂外语的人中选派1名,有3类方案:第1类方案,从只会英语的人中选派1名,有15种方法;第2类方案,从只会日语的人中选派1名,有7种方法;第3类方案,从只会德语的人中选派1名,有3种方法.根据分类加法计数原理,不同选法的种数是 $N=m_1+m_2+m_3=15+7+3=25$.

因此,该公司选派1名懂外语的人去参加一个国际交易会,有25种不同的选法.

注意 求完成某一件事的方法数,首先要搞清完成这一件事的方法是需要“分类”,还是需要“分步”,然后考虑选择分类加法计数原理,还是选择分步乘法计数原理.在取1个对象的情况下,通常只需分类,选用分类加法计数原理.

例2 一家公司的办公大楼里有28个部门,如果每个部门都安装1个电话分机,那么用1,2,3这3个数字所组成的三位数作为各分机的号码够不够?

解 用1,2,3这3个数字组成1个三位数,可以分3个步骤完成:第1步,从3个数字中取1个作为百位数,有3种不同的取法;第2步,从3个数字中取1个作为十位数,有3种不同的取法;第3步,从3个数字中取1个作为个位数,有3种不同的取法.根据分步乘

名师引路

MINGSHIYINLU

请对照左栏,仔细阅读教材,思考以下问题:
本节有哪些知识要点?
具体内容是什么?请
尽可能地用自己的话
表述出来.

分类加法计数原理和分步乘法计数原理是本章重点知识,是人们在实践基础上归纳出来的基本规律.这两个原理是推导排列数和组合数计算公式的依据,其基本思想方法贯穿解决有关排列和组合应用问题的始终.

两个原理的共同点是:都是有关做一件事的不同方法的种数问题.不同点是:分类加法计数原理的关键词是“分类”,其中各种方法相互独立,用其中任何1种方法都可以做完这件事;分步乘法计数原理的关键词是“分步”,其中各个步骤中的方法相互依存,只有各个步骤都完成才算做完这件事.

综合运用这两个原理解题时,是“先分类后分步”,还是“先分步后分类”,要视具体问题而定,有时为了问题的简化和表述的方便,经常将具有实际意义的事物(对象)符号化和表格化.

解题方略

JIETIFANGLU

这里提供的是本节习题的主要题型及一般解法. 阅读后, 你理解老师是如何思考并解决问题的吗? 你有什么启发? 你还有更好的解法吗?

本课时主要有两类题型:

(1) 直接运用分类加法计数原理解决简单问题. 其解题关键是分析出其中的“一件事情”是什么. 如: 例 1.

(2) 直接运用分步乘法计数原理解决简单问题. 其解题关键也是要分析出其中的“一件事情”是什么. 如: 例 2、例 4. 而例 3 是此类题型的变化题.

纠错在线

JICUOZAI XIAN

做题的目的是评估自己的学习效果, 提高解题的准确率与速度. 每次做题时, 你都应该认真、仔细. 题目做错是正常的, 但作业完成后, 务必将做错的那些习题标出来, 分析出错的原因, 这样你就可以在纠错中不断进步.

做对 _____ 题;
做错 _____ 题;
原因分析: _____.

法计数原理, 所组成的不同三位数有 $N = m_1 \times m_2 \times m_3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ (个).

因为办公大楼里有 28 个分机, 而能组成的三位数号码只有 27 个, 所以是不够的.

注意 运用分步乘法计数原理的关键是确定完成事件需要多少个步骤, 每个步骤的做法, 以及有多少种不同的方法数. 步骤的确定要便于方法数的统计, 做到不重复、不遗漏.

例 3 完成某项工作原来需要 4 个步骤, 每步的方法数相等, 完成这项工作共有 81 种方法. 技术革新后完成这项工作减少了 1 个步骤, 完成其余步骤的方法数不变. 问: 有多少种不同的方法数?

解题思路 技术革新前后每一步的方法数相等, 故应求出这个方法数.

解 设每一步都有 x 种不同的方法. 根据题意可得 $x^4 = 81$, 解得 $x = 3$. 因此, 技术革新后完成该项工作的不同的方法数有 $3^3 = 27$.

例 4 4 名同学去争夺三项冠军, 且每项只有 1 个冠军, 问: 共有多少种不同的冠军获得情况?

解 对夺得每项冠军的情形进行分步. 第 1 步, 第 1 项冠军一定被 4 名同学中其中 1 名且只能是 1 名同学获得, 因此, 共有 4 种不同的获得情况; 第 2 步、第 3 步是其余两项冠军分别被 4 名同学中的 1 名获得, 各有 4 种不同的获得情况. 由分步乘法计数原理可知, 一共有 $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$ (种) 不同的冠军获得情况.

思考 下列两种错误的解法, 其错误原因在哪里?

错解 1 分步: 第 1 步, 第 1 位同学去夺三项冠军, 有可能 1 个不得, 也可能夺得 1 个或 2 个或全部, 因此, 共有 4 种不同的情形; 以下 3 步分别由剩下的 3 名同学去夺这三项冠军, 均各有 4 种不同情形. 由分步乘法计数原理可知, 一共有 $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4$ (种) 夺得冠军的情形.

错解 2 分 4 步: 第 1 步, 第 1 位同学去争夺三项冠军有 3 种可能, 以下 3 步分别让剩下的 3 名同学去争夺三项冠军, 均有 3 种可能. 因此, 由分步乘法计数原理可知, 一共有 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$ (种) 夺得冠军的情形.

错误原因 完成这件事(争夺三项冠军), 每一项冠军都有人夺得. 错解 1 不能保证这一点, 因为若 4 位同学都不得冠军, 则与题意不符. 从错解 2 的分步情况看, 可能有一项冠军有不止 1 人夺得, 这与实际显然不符.

同步训练

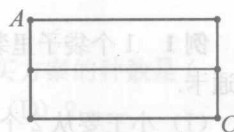
理解巩固

- 某公共汽车上有 10 名乘客, 要求在沿途的 5 个车站全部下车, 则这 10 名乘客下车的可能方式的种数有 (A) 5^{10} . (B) 10^5 . (C) 50. (D) 15.
- 某班有男生 26 人, 女生 24 人, 从中选 1 名同学为数学课代表, 则不同的选法种数有 (A) 50. (B) 26. (C) 24. (D) 616.
- 已知函数 $y = ax^2 + bx + c$, 其中 $a, b, c \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 则不同的二次函数的个数是 (A) 125. (B) 15. (C) 100. (D) 10.
- 若 $x \in \{1, 2, 3\}$, $y \in \{4, 5, 6\}$, 则点 (x, y) 的不同个数为 (A) 3. (B) 6. (C) 9. (D) 27.
- 某商场共有 4 个门, 购物者若从 1 个门进去, 必须从另 1 个门出来, 则不同的走法种数是 _____.

6. 3 名学生报名参加艺术体操、美术、信息技术和游泳课外兴趣小组,每人选报 1 种,则不同的报名种数是_____.
7. 已知 $a \in \{-1, 2, 3\}$, $b \in \{0, 3, 4, 5\}$, $r \in \{1, 2\}$, 则方程 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 所表示的不同圆有_____个.
8. 某班有男生 30 人,女生 20 人,选 1 人去参加座谈会. 问:
 (1) 有几类选法?
 (2) 每类各有多少种不同的选法?
 (3) 一共有多少种不同的选法?
9. 某班有男生 23 人,女生 22 人,选男生、女生各 1 人去参加座谈会. 问:
 (1) 这件事情可以分几步完成?
 (2) 每步各有多少种不同的选法?
 (3) 一共有多少种不同的选法?

发展提高

10. 1 个街区的道路如图,如果从 A 地去 C 地,每段路只能经过 1 次,那么有多少种不同的走法?



(第 10 题)

11. 已知直线 $l_1 \parallel l_2$, A, B, C 是直线 l_1 上的 3 个点, D, E, F, G 是直线 l_2 上的 4 个点. 若从 A, B, C 中取 1 个点,再从 D, E, F, G 中取 1 个点,过所取的 2 个点作直线,则可以作出多少条不相同的直线?
12. 在 1 条线段上(端点除外)取 6 个点,以这 6 个点和线段的两个端点为端点的不同线段有多少条?

纠错在线

JIUCUOZAXIAN



纠错在线

JIUCUOZAI XIAN

解题方略

JIETIFANG LUE

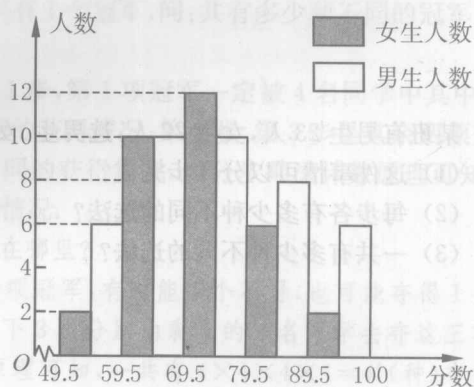
本课时主要有两类题型：

(1) 运用分类加法计数原理解题. 这个原理包含两个方面的内容：一是分类，二是计数. 如：例 1(1).

(2) 运用分步乘法计数原理解题. 其关键是把问题正确地划分成所需要的几个步骤. 单独的每步都不能把整件事情完成；完成整件事情，所有步骤必须全部完成才算完成. 如：例 1(2).

13. 1 种号码锁有 3 个拨盘，每个拨盘上有 0, 1, 2, ..., 9 共 10 个数码. 若要生产 200 把这种号码锁，则每个拨盘至少要配置多少个不同的一位数的数字？

14. 对 1 次数学测验的 72 名学生的成绩统计如图(分数皆为整数). 现要从 60 分以下(不包括 60 分)、60 分~79 分、80 分~100 分的各分数段中抽男、女生各 1 名参加 1 个座谈会，则有多少种不同抽法？



(第 14 题)

第 2 课时 分类加法计数原理与分步乘法计数原理(2)

典例剖析

例 1 1 个袋子里装有 10 张不同的中国移动卡，另 1 个袋子里装有 12 张不同的中国联通卡.

(1) 小王要从 2 个袋子中任取 1 张手机卡，共有多少种不同的取法？

(2) 小王想得到 1 张中国移动卡和 1 张中国联通卡，共有多少种不同的取法？

解题思路 第(1)题，可从 10 张不同的中国移动卡中任取 1 张，或从 12 张不同的中国联通卡中任取 1 张，每类方法都能完成这件事，故运用分类加法计数原理. 第(2)题，从中国移动卡、中国联通卡中各取 1 张，需要分 2 步完成，故运用分步乘法计数原理.

解 (1) 根据分类加法计数原理，不同的取法种数是 $N = 10 + 12 = 22$.

(2) 根据分步乘法计数原理，不同的取法种数是 $N = 10 \times 12 = 120$.

思考 第(1)题的“分类”和第(2)题的“分步”与先取哪种手机卡有没有关系？

例 2 (1) 5 名同学分配到 3 个课外小组，共有几种分配方法？

(2) 5 名同学争夺三项竞赛的冠军，且每项冠军只有 1 个，冠军获得者共有几种可解情况？

解 (1) 每名同学去“选择”任何 1 个小组，故分配方法种数共有 $N = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$.

(2) 每项冠军都可“选择”任何 1 名同学，故可能情况的种数共有 $N = 5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$.

例 3 如图 1-1、图 1-2，在由开关组 A 与 B 所组成的电路中，要接通电源，使电灯发



光的方法各有多少种?

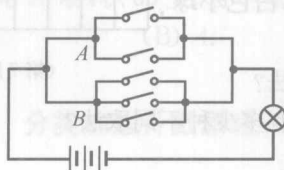


图 1-1

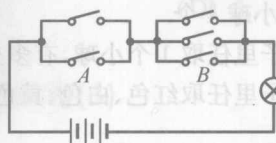


图 1-2

解题思路 如图 1-1, 合上开关组 A, B 中任 1 个开关, 电灯即发光, 故用分类加法计数原理; 如图 1-2, 只有先合上开关组 A 中的任 1 个开关, 然后合上 B 的任 1 个开关, 电灯才发光, 故用分步乘法计数原理.

解 如图 1-1, 使电灯发光的方法种数共有 $N=2+3=5$; 如图 1-2, 使电灯发光的方法种数共有 $N=2 \times 3=6$.

例 4 已知集合 $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $B=\{b_1, b_2\}$, 其中 a_i, b_j ($i=1, 2, 3, 4; j=1, 2$) 都为实数.

(1) 从集合 A 到集合 B 能构成多少个不同的映射?

(2) 能构成多少个以集合 A 为定义域, 集合 B 为值域的不同函数?

解题思路 要正确运用“映射”与“函数”的概念解题.

解 (1) 集合 A 中的每 1 个元素与集合 B 中元素的对应方法都有 2 种, 由分步加法计数原理, 从集合 A 到集合 B 能构成的映射个数是 $2 \times 2 \times 2 \times 2=16$.

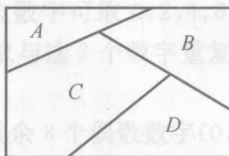
(2) 在(1)的映射中, a_1, a_2, a_3, a_4 均对应 1 个元素 b_1 或 b_2 的情形, 构不成以 A 为定义域, B 为值域的函数, 这样的映射有 2 个, 因此, 构成以 A 为定义域, B 为值域的函数的个数共有 $16-2=14$.

注意 从方法总数中减去不符合条件的方法数是解决第(2)题的关键所在.

同步训练

理解巩固

- 某同学逛书店, 发现 3 本喜欢的书, 决定至少买其中 1 本, 则购买方案的种数是 ()
(A) 3. (B) 6. (C) 7. (D) 9.
- 设椭圆 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 的焦点在 y 轴上, $m \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 则这样的椭圆的个数是 ()
(A) 18. (B) 19. (C) 20. (D) 21.
- 把 9 个相同的小球放入编号分别为 1, 2, 3 的 3 个箱子里, 要求每个箱子中放入球的个数不小于其编号数, 则不同的放球方法种数共有 ()
(A) 8. (B) 10. (C) 12. (D) 16.
- 现有不同的中文书 9 本, 不同的英文书 7 本和不同的法文书 5 本, 从中选出不属于同一种语言的书 2 本, 则不同的选法种数为 ()
(A) 142. (B) 143. (C) 144. (D) 145.
- $(a+b+c)(m+n)(x+y)$ 展开后, 共有 _____ 项.
- 如图, 用 5 种不同的颜色给图中 A, B, C, D 4 个区域涂色, 规定每个区域只涂 1 种颜色, 相邻区域颜色不同, 则有 _____ 种不同的涂色方法.



(第 6 题)

纠错在线

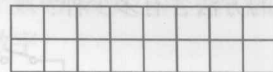
JIUCUOZAI XIAN



纠错在线

JIUCUOZAI XIAN

7. 如图所示的图形中共有_____个矩形.
8. 有3个袋子,分别装有不同编号的红色小球6个,白色小球5个,黄色小球4个.



(第7题)

- (1) 从袋子里任取1个小球,有多少种不同的取法?
- (2) 从袋子里任取红色、白色、黄色小球各1个,有多少种不同取法?

9. 求4320的不同的正约数的个数.

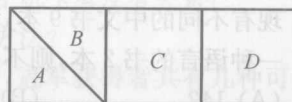
发展提高

10. 3条边长都为整数,且最大边长为11的三角形共有多少个?

例题剖析

11. 满足 $A \cup B = \{1, 2\}$ 的集合 A, B 共有多少组?

12. 用5种不同的颜色给如图所示的 A, B, C, D 4个区域涂色,规定每个区域只涂1种颜色,相邻区域颜色不同,则有多少种不同的涂色方法?



(第12题)



13. 某赛季足球比赛的计分规则是:胜1场,得3分;平1场,得1分;负1场,得0分.1支球队打完15场,积33分.若不考虑顺序,则该队胜、负、平的情况的种数共有()
(A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

第3课时 分类加法计数原理与分步乘法计数原理(3)

典例剖析

例1 1把数字密码锁共有5个号码,每个号码的圆盘上有0,1,2,...,9共10个数码,现给这把锁确定1个开锁的密码.有1个人在这把锁上随意拨出5位号码,它刚好能开启这把锁的可能性是多少?

解题思路 “拨出5位号码”这件事可分成5个步骤完成,即分别确定第1位至第5位数字.

解 随意拨出5位号码的个数共有 $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$, 因此,它刚好能开启这把锁的可能性是 $\frac{1}{10^5}$.

注意 本题还可看成是1个数字可以重复的“五位数”(前面可以有若干个零)的问题,由00 000~99 999的“五位数”个数共有 $99\,999 - 0 + 1 = 10^5$,故随意拨出1个号码,它刚好能开锁的可能性为 $\frac{1}{10^5}$.

例2 现有1角币1张,2角币1张,5角币1张,1元币4张,5元币2张.用这些币值任意付款,可以付出不同数额的款共有多少种?

解 用角币可得到的币值有:1角、2角、3角、5角、6角、7角、8角,共7种;用元币得到的币值有:1元、2元、3元、4元、5元、6元、7元、8元、9元、10元、11元、12元、13元、14元,共14种.故所有币值的种数为 $7 + 14 + 7 \times 14 = 119$.

注意 分步计数与分类计数的结合.

例3 如图1-3,椭圆的长轴和短轴把椭圆分成4块,现在用5种不同的颜料给椭圆的4块涂色,要求相邻2块颜色互异,每块只涂1种颜色.问:一共有多少种不同的涂色方法?

解 给A涂色有5种方法,给B涂色有4种方法.

当C与A异色时,给C涂色有3种方法,给D涂色有3种方法,共9种方法;

当C与A同色时,给C涂色有1种方法(与A同色),给D涂色有4种方法.

由计数原理,得不同的涂色方法种数共有 $5 \times 4 \times (9 + 4) = 260$.

注意 如果不考虑C区域的涂色会直接影响D区域的涂色,就会得出不同的涂色方法种数为 $5 \times 4 \times 4 \times 3 = 240$ 的错误结果.

例4 由数字0,1,2,3,4,5,6这7个数字可组成多少个无重复数字的四位偶数?

解题思路 四位偶数首位数字不能为0,末位数字需是偶数,且没有重复数字,因此,应先分类,然后分步.

解 (1) 当首位取奇数数字(可取1,3,5中任1个)时,则末位数字可取0,2,4,6中任1个,而百位数字不能取与这2个数字重复的数字,十位又不能取与这3个数字重复的数字,故组成无重复数字的四位偶数的个数共有 $3 \times 4 \times 5 \times 4 = 240$.

(2) 当首位取2,4,6中某个偶数数字(如2)时,则末位只能取其余3个偶数数字(0,4,6)中任1个,百位又不能取与上述重复的数字,十位不能取与这3个数字重复的数字,故组

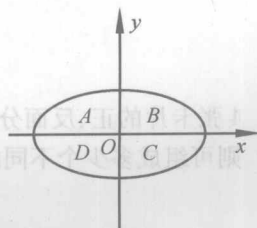


图1-3

解题方略

本课时主要有两类题型:

(1) 灵活运用两个基本原理解决综合题. 解题关键是分清“先分类,再分步”,还是“先分步,再分类”,注意特殊元素必须优先考虑. 如:例3.

(2) 用分步乘法计数原理解决一类元素可重复选取的问题. 解决此类问题,应弄清哪类元素必须用完,以这类元素为主进行分析,然后用分步乘法计数原理去求解. 如:例1.

纠错在线

JHUCUOZAXIAN

同步训练

理解巩固

1. 从A地去B地的道路有2条,从B地去C地的道路有3条,从A地直接去C地(不经B地)的道路有2条,那么从A地去C地的不同走法的种数是 ()
(A) 6. (B) 7. (C) 8. (D) 12.
2. 把10个苹果分成3堆,要求每堆至少1个,至多5个,则不同分法的种数是 ()
(A) 4. (B) 5. (C) 6. (D) 7.
3. 5位同学报名参加2个课外活动小组,每位同学限报其中的1个小组,则不同的报名方法共有 ()
(A) 10种. (B) 20种. (C) 25种. (D) 32种.
4. 现在要排1份5天的值班表,每天有1个人值班. 设共有5个人,每个人都可以值多天班或值不值班,但相邻2天不准由同1个人值班,则此值班表不同的排法种数是 ()
(A) 1 280. (B) 720. (C) 120. (D) 24.
5. 在1~20共20个整数中取2个数相加,使其和为偶数的不同取法共有_____种.
6. 电子计算机的输入纸带中,每排有8个穿孔位置,每个穿孔位置可穿孔或不穿孔,则每排最多可产生_____种不同的信息.
7. 已知集合 $A \subseteq \{1, 2, 3\}$, 且A中至少有1个奇数,则这样的集合有_____个.
8. 某人射击8枪,命中4枪,命中的4枪恰有3枪连在一起,则有多少种不同的射击结果?
9. 4张卡片,正、反面分别写有0与1,2与3,4与5,6与7,将其中3张卡片排放在一起,则可组成多少个不同的三位数?

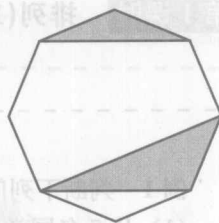
发展提高

10. 在所有的两位数中,个位数字比十位数字大的数共有 ()
(A) 45个. (B) 44个. (C) 38个. (D) 36个.
11. 某体育彩票规定:从01~36共36个号中抽出7个号为一注,每注2元. 某人想从01~10中选3个连续的号,从11~20中选2个连续的号,从21~30中选1个号,从31~36中选1个号组成一注,则这人把这种特殊要求的号买全,至少要花 ()
(A) 3 360元. (B) 6 720元. (C) 4 320元. (D) 8 640元.



12. 如图,在连接正八边形的3个顶点而成的三角形与正八边形有公共边的三角形有_____个.

13. 在自然数1~200中,有多少个不含数字5的数?



(第12题)

14. 书架上原来并排放着5本书,现要再插入3本不同的书,则有多少种不同的插法?

高考链接

15. (2003·全国卷)如图,某城市在中心广场建造1个花圃,花圃分为6个部分.现要栽种4种不同颜色的花,每部分栽种一种且相邻部分不能栽种同样颜色的花,不同的栽种方法有_____种(用数字作答).



(第15题)

16. (2004·浙江卷)设坐标平面内有1个质点从原点出发,沿 x 轴跳动,每次向正方向或负方向跳1个单位,经过5次跳动质点落在点(3,0)(允许重复过此点)处,则质点不同的运动方法共有_____种(用数字作答).

1.2 排列与组合

1.2.1 排列

教材解读

1. 排列的定义

从 n 个不同元素中取出 m ($m \leq n$)个元素,按照一定的顺序排成一列,叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的1个排列.

2. 排列数

从 n 个不同元素中取出 m ($m \leq n$)个元素的所有不同排列的个数叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的排列数,用符号 A_n^m 表示.

3. 排列数公式

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$$

$$A_n^n = n!$$

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

纠错在线

JIUCUOZAXIAN

这些高考真题你会做吗? 做不出没有关系, 因为你至少了解了与本节知识有关的高考命题的一些路数.

名师引路

MINGSHIYINLU

分步乘法计数原理是求排列数的基本依据. 当元素的数目不大时, 画“树形图”能把完成排列的各个步骤以及每个步骤的方法数直观化, 帮助我们在求排列数时做到不重不漏.

判断是不是排列问题的主要依据是: (1) 所给的 n 个元素是不是互不相同(包括取出的 m 个元素); (2) 取出的 m 个元素是不是和顺