体育运动学校教材

数　学

（第二册）

体育运动学校

《数学》教材编写组编

人民体育出版社

体育运动学校教材

数　学

（第二册）

体育运动学校《数学》教材编写组编

人民体育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学　第2册/体育运动学校《数学》教材编写组编．
–3版．–北京：人民体育出版社，1998.4（2008.6.重印）
体育运动学校教材
ISBN 978-7-5009-1585-0

Ⅰ．数…　Ⅱ．体…　Ⅲ．数学–专业学校–教材　Ⅳ.01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 06896 号

*

人民体育出版社出版发行
三河兴达印务有限公司印刷
新　华　书　店　经　销

*

787×1092　32开本　5.75印张　129千字
1987年6月第1版
1998年4月第3版　2008年6月第19次印刷
印数：317,751—319,750册

*

ISBN 978-7-5009-1585-0
定价：8.00元

社址：北京市崇文区体育馆路8号（天坛公园东门）
电话：67151482（发行部）　　邮编：100061
传真：67151483　　邮购：67143708

前　言

为适应我国社会主义市场经济体制和教育、体育改革的需要，进一步提高体育运动学校办学质量和效益，培养德智体全面发展的优秀体育后备人才和社会需求的中等体育专业人才，根据 1996 年全国职业教育工作会议有关精神和国家体委修订下发的《三年制中等体育专业教学计划》及体育运动学校教学大纲，从目前我国社会对中等体育专业人才的需求和体育运动学校的实际出发，我们在原体育运动学校教材及试用教材的基础上重新修订和编写了这套体育运动学校教材，供三年制体育运动学校学生使用，也适用于其他中等体育专业学校.

体育运动学校教材由国家体委群体司组织编写，编写领导小组组长：谢亚龙．副组长：裴家荣、田文惠．成员：李今石、丛明礼、史勇.

本教材是根据 1997 年修订的《体育运动学校数学教学大纲》，在综合 1992 年第 2 版《数学》教材使用意见的基础上，进一步修订而成的．共分两册：第一册包括统计初步的应用、幂、方根、对数、幂函数、指数函数、对数函数、数列、三角函数、解斜三角形、两角和与差的三角函数等内容，供一年级使用（每周 4 课时）；第二册包括排列、组合、二项式定理、概率初步、复数、直线和圆锥曲线等内容，前五项内容供二年级上学期使用（每周 4 课时），后两项内容供二年级下学期使用（每周 3 课时）．另外，为了加强课堂练习，每册教材都配备了一本《数学课堂练习》，供学生课堂练习用．教材

中的习题供课外作业用．为了提高学生学习数学的兴趣，激发学习数学的热情，同时渗透积极的思想教育，本套教材在各章之后都增编了一篇通俗易懂的阅读材料，供学生课外阅读．

这套教材由国家体委群体司组织的体育运动学校《数学》教材编写组集体编写．参加编写的有江苏省体育运动学校赵兆芳、沈阳市体育运动学校徐万麒、湖北省体育运动学校曾庆同和南京市体育运动学校蒋浩．最后由高级讲师蒋浩串编，并经国家教委聘任的全国中等专业学校数学课程组组长、高级讲师张又昌审阅定稿．

体育运动学校《数学》教材编写组

1997 年 7 月

目　录

第八章　排列、组合、二项式定理

一　排列与组合

8.1　基本原理

我们先看下面的问题：

从甲地到乙地，可以乘火车，也可以乘汽车，还可以乘轮船. 一天中，火车有 4 班，汽车有 2 班，轮船有 3 班. 那么一天中乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有多少种不同走法？

因为一天中乘火车有 4 种走法，乘汽车有 2 种走法，乘轮船有 3 种走法，每一种走法都可以从甲地到达乙地，因此，一天中乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有

$$4+2+3=9$$

种不同的走法.

一般地，有如下原理：

加法原理　做一件事，完成它可以有 n 类互不关联的办法，在第一类办法中有 m_1 种不同的方法，在第二类办法中有 m_2 种不同的方法，……，在第 n 类办法中有 m_n 种不同的方法. 那么完成这件事共有

$$N=m_1+m_2+\cdots\cdots+m_n$$

种不同的方法.

我们再看下面的问题：

由 A 村去 B 村的道路有 3 条，由 B 村去 C 村的道路有 2 条(图 8-1). 从 A 村经 B 村去 C 村，共有多少种不同的走法?

这里，从 A 村到 B 村有 3 种不同的走法，按这 3 种走法中的每一种走法到达 B 村后，再从 B 村到 C 村又有 2 种不同的走法，因此，从 A 村经 B 村去 C 村共有

$$3 \times 2 = 6$$

种不同的走法.

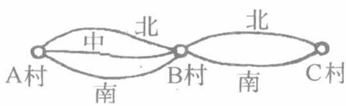


图 8-1

一般地，有如下原理：

乘法原理　做一件事，完成它需要分成 n 个互相连续的步骤，做第一步有 m_1 种不同的方法，做第二步有 m_2 种不同的方法，……，做第 n 步有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有

$$N = m_1 \times m_2 \times \cdots\cdots \times m_n$$

种不同的方法.

例 1　书架上层放有 6 本不同的数学书，下层放有 5 本不同的语文书.

(1) 从书架上任取一本书，有两类办法：第一类办法是从上层取数学书，可以从 6 本书中任取一本，有 6 种方法；第二类办法是从下层取语文书，可以从 5 本书中任取一本，有 5 种方法. 根据加法原理，得到不同的取法的种数是

$$N = m_1 + m_2 = 6 + 5 = 11.$$

答：从书架上任取一本书，共有 11 种不同取法.

(2) 从书架上任取数学书与语文书各一本，可以分成两步完成：第一步取一本数学书，有 6 种方法；接着第二步取一本语文书，有 5 种方法. 根据乘法原理，得到不同的取法

的种数是

$$N = m_1 \times m_2 = 6 \times 5 = 30.$$

答：从书架上取数学书与语文书各一本，有 30 种不同的取法.

例 2 由数字 1、2、3、4、5 可以组成多少个允许数字重复的三位数.

解：要组成一个三位数可以分成三步完成：第一步首先确定百位数字，从 5 个数字中任选一个数字，共有 5 种选法；第二步再确定十位上的数字，由于数字允许重复，这时仍然有 5 种选法；第三步确定个位上的数字，由于数字允许重复，同样也有 5 种选法. 根据乘法原理知，可以组成的三位数的个数是

$$N = 5 \times 5 \times 5 = 125.$$

答：可以组成允许数字重复的三位数共 125 个.

同学们想一想：由 1、2、3、4、5 可组成多少个没有重复数字的三位数呢？

练习 1①

8.2 排列

我们研究下面的两个问题：

1. 北京、上海、广州三个民航站之间的直达航线，需要

① 本册教材中“练习×”只有标题，具体内容均从略，详见《数学课堂练习（第二册）》，下同。

准备多少种不同的飞机票？

这个问题就是从北京、上海、广州三个民航站中，每次取出两个站，按起点站在前、终点站在后的顺序排列，求一共有多少种不同的排法.

首先确定起点站，在三个站中，任选一个站为起点站，有3种方法；其次确定终点站，当选定起点站以后，终点站就只能在其余两个站中去选取，有2种方法. 根据乘法原理，在三个民航站中，每次取两个，按起点站在前、终点站在后的顺序排列的不同方法共有

$$3\times 2=6$$

种. 具体地说需要准备如下6种不同的飞机票：

起点站	终点站	飞机票
北　京	上海	北京——上海
	广州	北京——广州
上　海	北京	上海——北京
	广州	上海——广州
广　州	北京	广州——北京
	上海	广州——上海

2. 由数字1、2、3、4可以组成多少个没有重复数字的三位数？

这个问题就是从1、2、3、4这四个数字中，每次取出三个，按百位、十位、个位的顺序排列起来，求一共有多少种不同的排法.

第一步，先确定百位上的数字，在1、2、3、4这四个数字中任取一个，有4种方法；

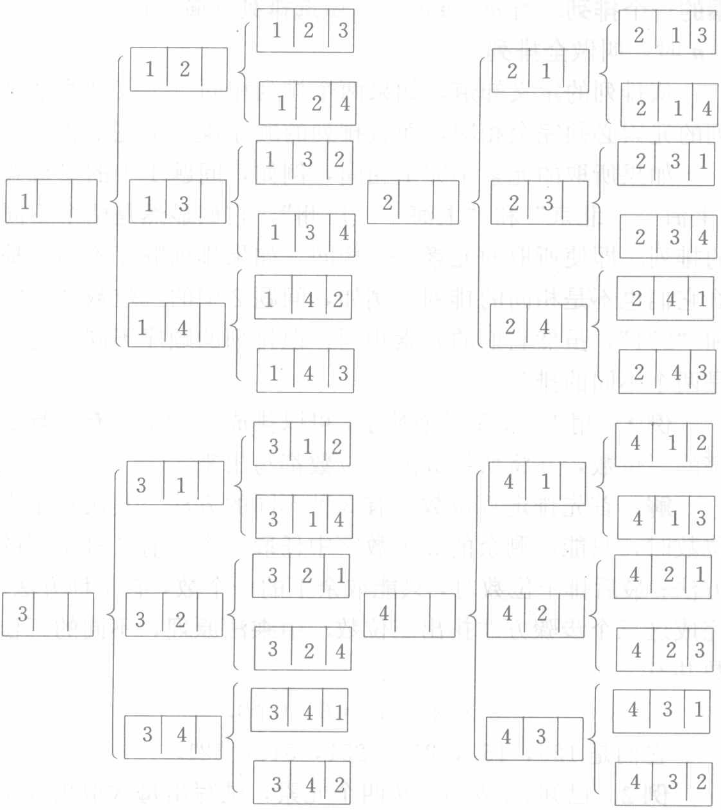
第二步，再确定十位上的数字，当百位上的数字确定后，十位上的数字只能从余下的三个数字中去取，有3种方法；

第三步，确定个位上的数字，当百位和十位上的数字确定以后，个位上的数字只能从剩余的两个数字中去取，有 2 种方法.

根据乘法原理，从四个不同的数字中，每次取出三个排成没有重复数字的三位数的方法一共有

$$4\times3\times2=24$$

种. 也就是说，可以排成 24 个不同的三位数. 具体排法如下：



我们把被取的对象（如上面问题中的民航站、数字）叫做元素．上面第一个问题，就是从 3 个不同的元素中，任取 2 个，按照一定的顺序排成一列，求一共有多少种不同的排法；第二个问题，就是从 4 个不同的元素中，任取 3 个，按照一定的顺序排成一列，求一共有多少种不同的排法．

定义　从 n 个不同元素中，任取 m（$m \leqslant n$）个元素，按照一定的顺序排成一列，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列．当 $m<n$ 时，叫做**选排列**（简称排列）；当 $m=n$ 时，叫做**全排列**．

从排列的定义知道，如果两个排列相同，不仅这两个排列的元素必须完全相同，而且排列的顺序也必须完全相同．

如果所取的元素不完全相同，例如，问题 1 中的飞机票“上海——北京”和“上海——广州”，它们显然是两个不同的排列．即使所取的元素完全相同，如果排列顺序不同，那么它们也不是相同的排列．例如，问题 2 中的三位数“213”和“231”，虽然它们的元素相同，但排列的顺序不同，它们是两个不同的排列．

例 1　用 1、2、5 三个数字，可以排成多少个没有重复数字的三位数，并将所排成的三位数都写出来．

解：首先排定百位数，有 3 种不同的方法；其次排定十位数时，只能从剩余的 2 个数字中任取一个，有 2 种不同的方法；最后排个位数时，只能取余下的一个数，有 1 种方法．完成这三个步骤方才排出三位数．由乘法原理，不同的三位数共有

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{（个）}.$$

它们是 125，152，215，251，512，521．

例 2　已知 a、b、c、d 四个元素，试写出每次取出 3 个

元素的所有排列.

解：先画出下图（图 8-2）：

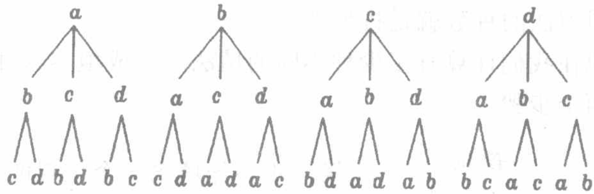


图 8-2

由此可以写出所有的排列如下

abc abd acb acd adb adc

bac bad bca bcd bda bdc

cab cad cba cbd cda cdb

dab dac dba dbc dca dcb

8.3 排列数公式

从 n 个不同元素中取出 m（$m\leqslant n$）个元素的所有排列的个数，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的**排列数**，用符号 P_n^m 表示①.

例如，从 8 个不同元素中取出 5 个元素的排列数表示为 P_8^5. 又如，从 7 个不同元素中取出 6 个元素的排列数表示为 P_7^6.

现在我们研究计算排列数的公式.

求排列数 P_n^2 可以这样考虑：假定有排好顺序的 2 个空位（图 8-3），从 n 个不同的元素 a_1、a_2、…… a_n 中任取 2 个去

① P 是英文 Permutation（排列）的第一个字母.

填空，一个空位填一个元素，每一种填法就得到一个排列；反过来，任何一个排列总可以由这样一种填法得到．因此，所有不同填法的种数就是排列数 P_n^2.

现在我们计算有多少种不同的填法．完成填空这件事可分为两个步骤：

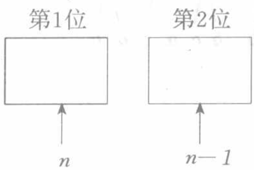


图 8-3

第一步，先填第一个位置的元素，可从这 n 个元素中任选一个填空，有 n 种方法；

第二步，再填第二个位置的元素，可以从剩下的 $n-1$ 个元素中任选一个填空，有 $n-1$ 种方法.

根据乘法原理，得到排列数为

$$P_n^2 = n(n-1).$$

同理，求排列数 P_n^3 可以按依次填 3 个空位来考虑，得到

$$P_n^3 = n(n-1)(n-2).$$

同样，求排列数 P_n^m 可以这样考虑：假定有排好顺序的 m 个空位（图 8-4），从 n 个不同元素 a_1、a_2、……、a_n 中任取 m 个填空，一个空位填一个元素，每一种填法得到一个排列；反过来，任一个排列总可以由一种填法得到．因此，所有不同的填法种数就是 P_n^m.

现在我们计算共有多少种不同的填法：

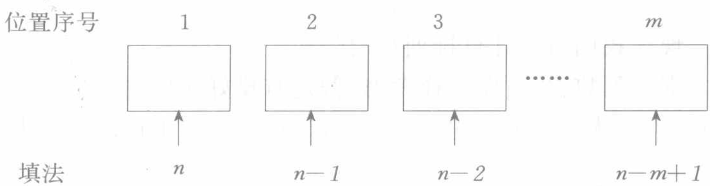


图 8-4

第一步，第 1 位可以从 n 个元素中，任选一个填上，共有 n 种填法；

第二步，第 2 位只能从余下的 $n-1$ 个元素中，任选一个填上，共有 $n-1$ 种填法；

第三步，第 3 位只能从余下的 $n-2$ 个元素中，任选一个填上，共有 $n-2$ 种填法；

依次类推，当前面的 $m-1$ 个空位都填上后，第 m 位只能从余下的 $n-(m-1)$ 个元素中，任选一个填上，共有 $n-m+1$ 种填法.

根据乘法原理，全部填满 m 个空位共有

$$n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-m+1)$$

种填法.

于是得到公式

$$\boxed{\boldsymbol{P_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-m+1)}}$$

这里 n、$m\in N$，并且 $m\leqslant n$. 这个公式叫做**排列数公式**.

这就是说，从 n 个不同元素中，每次取出 m 个元素的排列数等于 m 个连续自然数的乘积. 其中最大自然数是 n，后面每个因数都比它前面一个因数小 1，最后一个因数为 $n-m+1$.

例如，$P_8^3=8\times7\times6=336$，$P_4^2=4\times3=12$.

排列数公式中，当 $m=n$ 时，有

$$\boldsymbol{P_n^n=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1.}$$

这个公式即为全排列数公式. 这个公式指出，n 个不同元素的全排列数，等于自然数 1 到 n 的连乘积. 自然数 1 到 n 的连乘积，叫做 n 的**阶乘**，用 $n!$ 表示. 于是，全排列数公式可