

1953 — 1983

校庆卅周年学术报告会

论文选编

中国人民解放军国防科学技术大学

1983.8

校庆卅周年论文选编

材 料 燃 料 系

江苏工业学院图书馆
藏书章

中国人民解放军国防科学技术大学

前 言

校庆卅周年学术报告会论文选编共分九集。其中应用力学系、应用物理系、自动控制系、电子技术系、材料燃料系、计算机系、系统工程与数学系和精密机械系各选编一集。训练部、政治部合编一集。

“论文选编”汇集了我校教师、科技人员、学生近两年来撰写的部份学术论文。它还编入了校友及其它单位的教授、科技人员应邀参加校庆卅周年学术报告会的论文。他们的论文都分别编在有关的系的论文选编中。

在校庆卅周年学术报告会征文期间，共收到校内外论文565篇，但由于篇幅有限，只编入207篇。其余的部份论文以摘要形式编辑成《校庆卅周年学术报告会论文摘要》。

——编 者

目 录

1. 马氏体相变.....徐祖耀
2. 聚胺酯复合固体推进剂中等燃速压力指数及燃速温度敏感系数的实验研究
.....五〇三教研室稳态燃烧科研组
3. 从稀溶液中结晶的氧乙撑—氧丙撑—氧乙撑嵌段共聚物
.....骆韞珠 瑞塔.史特勒斯菲尔德 柯林.布斯
4. 用体积电阻法和电溶法检测酚醛树脂预浸带含胶量的探索
.....陈国强 韩奕容 郭心巽 郭宏年
5. 用DSC测量炸药和推进剂的近似爆热
.....钟长庚 曾石虞 单 复 田德余
6. 丁腈推进剂老化贮存期的研究.....吕振忠 贺南昌
7. 用动态介电分析法研究玻璃布/环氧树脂预浸料(片)的固化问题
.....郭心巽 郭宏年
8. 20CrMnSiNi2A钢过冷奥氏体等温转变及连续冷却转变曲线的测定
.....张津徐 彭小兵 严焕伦 张书城
9. 20CrMnSiNi2钢低温冲击韧性之研究.....张家春 李敬群
10. Sic纤维先驱丝——聚碳硅烷纤维的研制.....五〇五材料实验研究室
11. 铜的表面处理对粘接性能的影响.....丁佩琴 时 明
12. 关于火箭化学推进剂的效率.....曾石虞
13. 对共价键本质的理解及在高一化学中如何讲授的探讨.....江 瑜
14. 井下油管隔热保温问题的探讨.....王秉渊 戚正风 张 凌 赵荣基
15. 纤维增强电器模塑料的研制.....张凤玲
16. 几种金属氧化物对丁羟复合固体推进剂热分解催化活性的研究
.....徐文英 童乙青 林梢眉 杜延发 黄晓群 陈艳萍
17. 热处理(淬火、人工时效)对LD10铝合金断裂韧性的影响
.....李 杰 谭 军 毛宪舟
18. “NICALON”碳化硅纤维增强铝复合材料板制造工艺的探讨
.....黄大嗽 郝元恺 姜翼湘
19. 聚合物固化度的测定综述.....刘凤荣 肖加余
20. 关于复合材料在多轴应力状态下强度准则的研究.....王兴业
21. 确定张量多项式强度准则相互作用 F_{12} 系数的一个方法
.....王兴业 谢仁华

22. 钨混合催化液的寿命问题.....童乙青 黄海珍
23. 高孔隙率复合固体推进剂燃烧转爆轰研究(I).....彭培根 王振芳
24. 位错与断裂.....龙期威
25. 碳化硅纤维增强铝复合材料管材实验研究
.....魏克泰 姜翼湘 赵 恂 杨德明

马氏体相变

徐祖耀*

摘 要 简述马氏体相变的特征。提及Bain应变有关矩阵式的一些基础,包括fcc→bct的原子对应关系矩阵及矢量转换矩阵,并证明Bain机制是原子迁动距离最小的应变。阐述了晶体学表象理论及其矩阵式。

指出低碳马氏体中条间残余奥氏体的稳定性及增碳现象。介绍计算残余奥氏体富碳所需扩散时间的两种方法及结果;证明低碳马氏体形成时可能存在碳的扩散,但扩散不是相变的主要和必需过程。论证低碳马氏体的形成机制和上贝氏体不同。

对形状记忆合金中应力诱发马氏体及形状记忆效应作进一步的讨论

1. 绪 言

钢的淬火组织具有一定的特征。1985年法国金相学家 Osmond 为纪念德国冶金学家 Adalph Martens,把这种组织命名为马氏体(Martensite)。人们最早只把钢中由奥氏体转变为马氏体的相变称为马氏体相变。我国出土的战国后期钢块及西汉钢剑,经金相分析,具有淬火的马氏体组织。历史记载,我国在春秋战国时就已应用钢的淬火技术,即利用马氏体相变将钢强化。20世纪以来,不但在金属及合金中的马氏体相变累积了大量知识,而且在无机非金属(如 ZrO_2),无机电介质(包括 $BaTiO_3$),高分子材料,甚至月球上的物质均发现具有马氏体相变的特征,这些在近年出版的马氏体相变专著^[1,2]、专文^[3,4]及相变书籍^[5]中已有总结性的评述。

马氏体相变具有热效应及体积效应,

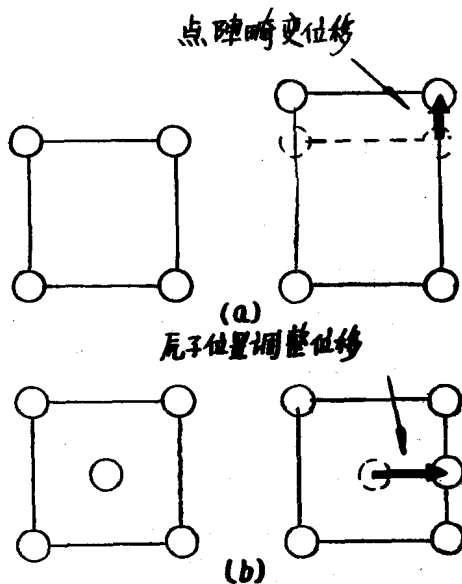


图 1 原子位移的二维示意图
(a)发生点阵应变的位移(b)单纯原子位置调整

* 作者是上海交通大学材料科学与工程系教授、系主任——编者注。

一般为位移型相变，属于一级、形核——长大型相变。

马氏体相变为无扩散相变之一，相变时原子有规则地、保持其相邻原子间的相对关系进行切点为主的位移。和单纯的原子位置调整(Shuffle)不同，马氏体相变时发生点阵应变，图1(a)表示点阵应变的马氏体相变，(b)表示原子位置调整的位移，点阵应变位移往往控制相变的动力学和马氏体的形态。马氏体相变中也发生原子位置的调整以及间隙原子的扩散。但均不是主要及必需的过程。

马氏体相变引起试样表面(形成的马氏体与表面相交)的浮突，具有相界面(惯习面)不应变、不转移的特征，如图所示。这种形状改变称为不变平面应变(Invariant-plane strain)。图中 ABC 为惯习面或相界面。 DE 为原始直线，经相变的形状改变后，折成 DF 段线。

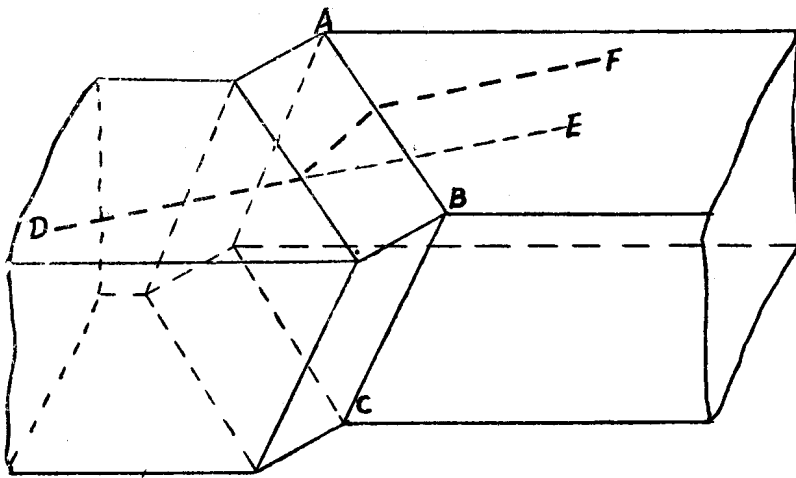


图 2 具不变平面应变特征的形状改变

马氏体型浮突的干涉图象具有明显的“不变平面应变”的特征，如图3为Co-30.5Ni合金中马氏体形成时所产生的表面浮突的干涉图象。

马氏体与母相基体之间的相界面为含位错的半共格界面，界面上的应变能，如为弹性的，就可能成为热弹性马氏体；如为范性的，在基体中将发生范性的协作形变(accommodation)，在加热时界面不能逆转，相变具有大的热滞，形成非弹性的马氏体相变。马氏体形态受应变能的影响，如高碳型马氏体，为了部分地减低界面的应变能，形成透镜状马氏体，惯习面略有改变；如Fe-25Ni-0.3V-0.3C钢中马氏体内部的中脊面(惯习面)为 $\{135\}_r$ ，而最后在透镜界面上形成 $\{224\}$ 面。在马氏体内部往往存在“亚结构”(Substructure)，它是马氏体形态的一个主要部分。在铁基合金的马氏体中存在孪晶或(和)位错的亚结构；在非铁合金中一般存在孪晶或层错。

马氏体的形成大多是变温的(athermal)，即形成量或相变数量只是温度的函数；也有等温的(isothermal)，则相变数量为时间的函数。马氏体开始形成的温度(M_s)受整个相变驱动力控制，而形成量受形核激性能，从而也受相变驱动力的控制。等温马氏体的形成可能更反映相变的本质。

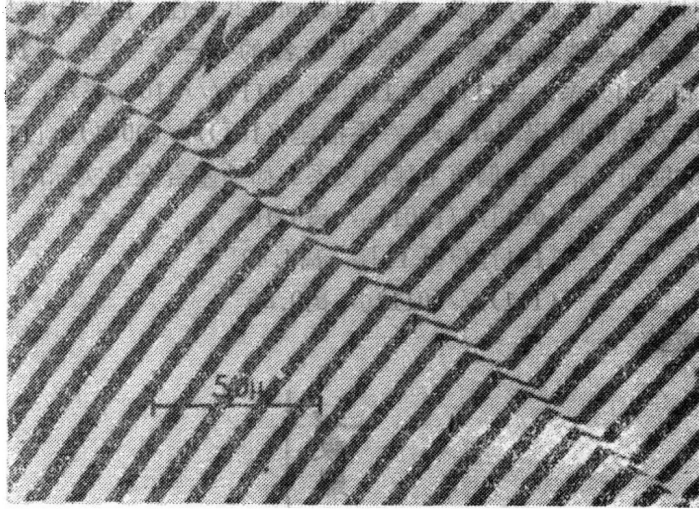


图 3 Co-30.5Ni 合金形成六方马氏体时产生表面浮突的干涉图象

本文仅对马氏体相变中晶体学的矩阵式，低碳马氏体形成时碳的扩散和形状记忆效应为近着^[2]作一定补缀。

2. 马氏体相变晶体学

1-1 惯习面和位向关系

为满足不变平面应变，马氏体形成的惯习面往往不是简单的指数面。图 4 表示一些铁基合金中马氏体的惯习面。

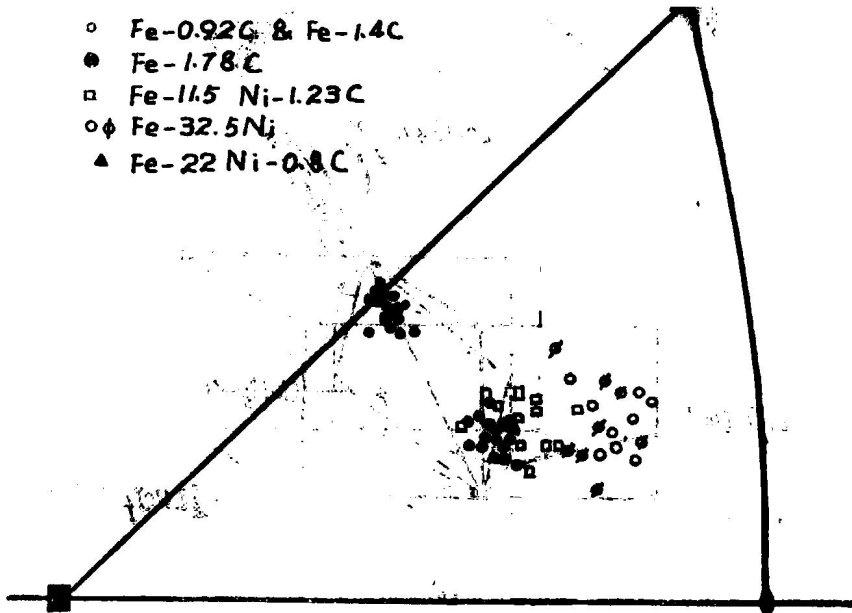


图 4 一些铁合金中马氏体形成的惯习面

马氏体相变时原子有规则的位移，保持相界面的共格性，使马氏体与母相基体之间保持一定的位向关系。对铁基合金，一般以著名的 $K-S$ 关系： $\{111\}_\gamma // \{011\}_m$ ， $[01\bar{1}]_\gamma // [\bar{1}11]_m$ 和西山关系： $\{111\}_\gamma // \{110\}_m$ ， $\langle 211 \rangle // \langle 110 \rangle_m$ 表示，对由面心立方母相 P 转变为六马氏方体时则以 Burgers 关系描述： $(10\bar{1})_P // (0001)_M$ ， $[111]_P // [11\bar{2}0]_M$ 。

实验观察到的位向关系往往偏离上述的关系。如铁基合金中实际的位向关系为：

$$[001]_P // [001]_M, \text{离} 9.10^\circ$$

$$[101]_P // [\bar{1}11]_M, \text{离} 4.42^\circ$$

$$(111)_P // (011)_M, \text{离} 0.86^\circ$$

2-2 Bain 应变

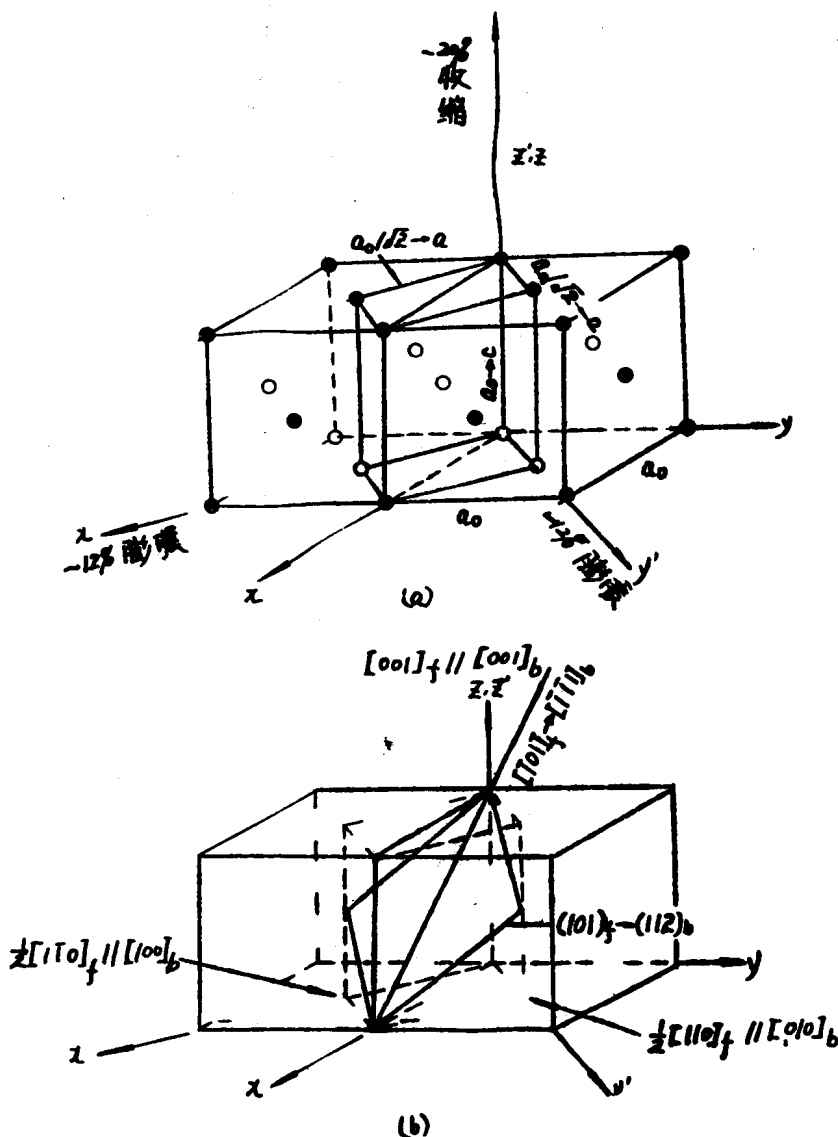


图 5 Bain 应变(a)及相变前后面对应关系的对应关系(b)

1924年Bain提出Fe-C中fcc $\rightarrow$ bct的马氏体相变机制,如图5(a),现称为Bain应变;由此机制,相变前后面与位向的对应关系如图5(b)。

由图5(a),符fcc $\rightarrow$ bct Bain模型的晶胞矢量关系为:

$$\left. \begin{aligned} OX' &= \frac{1}{2} OX - \frac{1}{2} OY + 0OZ \\ OY' &= \frac{1}{2} OX + \frac{1}{2} OY + 0OZ \\ OZ' &= 0OX + 0OY + 1OZ \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(1)式右首系数组成坐标转换矩阵式:

$$\begin{pmatrix} OX' \\ OY' \\ OZ' \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} OX \\ OY \\ OZ \end{pmatrix} \quad (2)$$

设 $h k l$ 为母相的面指数, $H K L$ 为新相的面指数; $u v w$ 为母相的方向指数, $U V W$ 为新相的方向指数; 并

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

由晶体学关系[注1],

$$[H] = [S][h]$$

$$[U] = [S^T]^{-1}[u]$$

其中 T 表示转置。因此 Bain 模型的矢量关系由下式描述:

$$\begin{pmatrix} H \\ K \\ L \end{pmatrix} = [S] \begin{pmatrix} h \\ k \\ l \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (5)$$

[注1]令 A 、 B 、 C 为新相基矢, a 、 b 、 c 为母相基矢, 则点阵中一个矢量 $\vec{r}$ 为:

$$\vec{r} = u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c} = U\vec{A} + V\vec{B} + W\vec{C} \quad (6)$$

由此易点阵的性质:

$$\vec{a}^* = \frac{\vec{a} \times \vec{c}}{V}$$

$$\vec{a}^* \cdot \vec{a} = 1$$

$$\vec{a}^* \cdot \vec{b} = \vec{a}^* \cdot \vec{c} = 0$$

(6)式乘 $\vec{a}^*$:

$$\begin{aligned}\vec{a}^*(u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c}) &= U(S_{11}\vec{a} + S_{12}\vec{b} + S_{13}\vec{c}) \cdot \vec{a}^* \\ &\quad + V(S_{21}\vec{a} + S_{22}\vec{b} + S_{23}\vec{c}) \cdot \vec{a}^* \\ &\quad + W(S_{31}\vec{a} + S_{32}\vec{b} + S_{33}\vec{c}) \cdot \vec{a}^*\end{aligned}$$

得

$$u = S_{11}U + S_{21}V + S_{31}W$$

$$v = S_{12}U + S_{22}V + S_{32}W$$

$$w = S_{13}U + S_{23}V + S_{33}W$$

即

$$[u] = [\tilde{S}][U],$$

$$[U] = [\tilde{S}]^{-1}[u]$$

其中:

$$[\tilde{S}] = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}^T = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ \bar{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$[\tilde{S}]^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

晶面指数的变换关系:

$$\text{令 } \vec{g} = h\vec{a}^* + k\vec{b}^* + l\vec{c}^* = H\vec{A}^* + K\vec{B}^* + L\vec{C}^* \quad (7)$$

(7)式乘 $\vec{A}$, 并考虑到:

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{A}^* &= 1 \\ \vec{A} \cdot \vec{B}^* &= \vec{A} \cdot \vec{C}^* = 0\end{aligned}$$

则

$$H = (h\vec{a}^* + k\vec{b}^* + l\vec{c}^*) \cdot \vec{A} = (h\vec{a}^* + k\vec{b}^* + l\vec{c}^*) \cdot (S_{11}\vec{a} + S_{12}\vec{b} + S_{13}\vec{c})$$

$$H = hS_{11} + kS_{12} + lS_{13}$$

$$K = hS_{21} + kS_{22} + lS_{23}$$

$$L = hS_{31} + kS_{32} + lS_{33}$$

即

$$[H] = [S][h]$$

由图5(b)可见, fcc $\rightarrow$ bct 的 Bain 机制中:

$$\frac{1}{2}[\bar{1}10]_f \rightarrow [100]_b$$

$$\frac{1}{2}[110]_f \rightarrow [010]_b$$

$$[001]_f \rightarrow [001]_b$$

设 $[\vec{r}]_f = [FCB][\vec{r}]_b$, $[FCB]$ 为fcc $\rightarrow$ bct的原子对应关系矩阵, 其矩阵元为 C_{ij} 。则可列出:

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}_f &= \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_b \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}_f &= \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_b \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_f &= \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_b \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

解(8)式的9个方程组,得9个 C_{ij} ,即:

$$\left. \begin{aligned} [FCB] &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\ \bar{b} &= [BCF]\bar{r}_f, [BCF] = [FCB]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

因此, $[BCF] = \begin{pmatrix} 1 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

这和(5)式一致。

考虑图5(a)fcc $\rightarrow$ bcc(bct),的Bain应变可写成矩阵式 B :

$$B = \begin{pmatrix} \sqrt{2}a/a_0 & 0 & 0 \\ \% & \sqrt{2}a/a_0 & 0 \\ 0 & 0 & C/a_0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

2—3 f(fcc)基与b(bcc)基之间的矢量转换矩阵

假定fcc $\rightarrow$ bcc满足 $K-S$ 关系:

$$\begin{aligned} (111)_f // (101)_b \\ [1\bar{1}0]_f // [11\bar{1}]_b \end{aligned}$$

现建立一个新坐标 I 基,见图6(a),取 I 基的 Z 基矢 $I_z = [001]_f$:

$$\left. \begin{aligned} I_z // [111]_f // [101]_b \\ I_z = \frac{1}{\sqrt{3}}[111]_f \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

取 I 的 Y 基平行于 $[1\bar{1}0]_f$, $[11\bar{1}]_b$, $I_y = [010]_f$:

$$\left. \begin{aligned} I_y // [1\bar{1}0]_f // [11\bar{1}]_b \\ I_y = \frac{1}{\sqrt{2}}[1\bar{1}0]_f \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

取 I 的 X 基平行于 $[\bar{1}\bar{1}0]_f, X [\bar{1}11]_f // [\bar{1}\bar{1}\bar{1}]_b, X [101]_b$; $I_X = [100]_f$

$$\left. \begin{aligned} I_X // [\bar{1}\bar{1}2]_f // [\bar{1}\bar{2}\bar{1}]_b \\ I_X = \frac{1}{\sqrt{6}} [\bar{1}\bar{1}2]_f \end{aligned} \right\} (13)$$

I 为正交坐标系, $f-I$ 间的
矢量关系有:

$$\begin{aligned} \vec{r}_f &= [F T I] \vec{r}_I \\ \vec{r}_I &= [I T F] \vec{r}_f \end{aligned}$$

设:

$$[F T I] = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}$$

由(11)、(12)及(13)式可分别

列出:

$$\frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}_f = [F T I] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_I$$

$$= \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}_f$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}_f = [F T I] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}_I$$

$$= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}_f$$

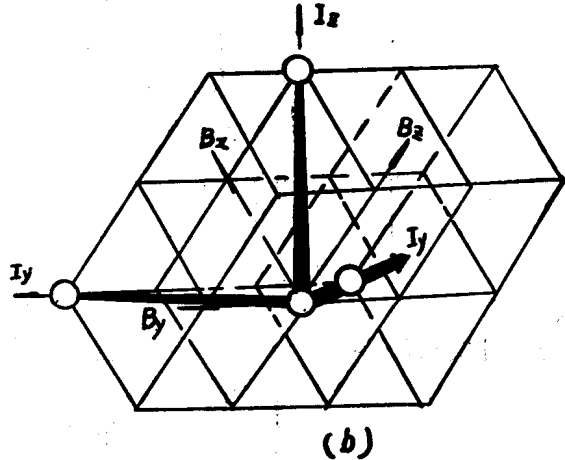
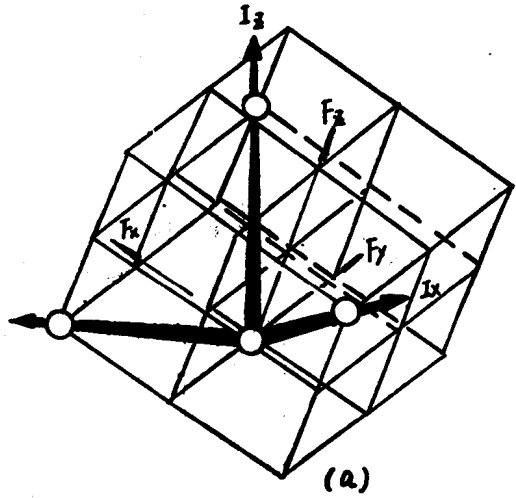


图 6 I 基与 f 基 (矢量 F) (a) 和与 b 基 (矢量 B) (b) 之间的关系

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_f = [F T I] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}_f$$

解以上 9 个方程组, 得 a_i 、 b_i 及 c_i , 代入 $[F T I]$, 有:

$$[F T I] = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} & \sqrt{2} \\ -1 & -\sqrt{3} & \sqrt{2} \\ 2 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$[F T I]$ 为正交矩阵, 则

$$[I T F] = [F T I]^t = [F T I]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

同样有: $\vec{r}_b = [BTI] \vec{r}_I$

$$[BTI] = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & \sqrt{3} \\ -2 & \sqrt{2} & 0 \\ -1 & \sqrt{2} & \sqrt{3} \end{bmatrix} \quad (16)$$

以 $\vec{r}_I$ 、 $\vec{r}_f$ 和 $\vec{r}_b$ 分别表示在 I 、 f 和 b 基中的 r 矢, 则:

$$\vec{r}_b = [BTI] \vec{r}_I = [BTI][ITF] \vec{r}_f = [BTF] \vec{r}_f$$

而

$$[BTF] = [BTI][ITF]$$

$$\text{因此: } [BTF] = [BTI][ITF] = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2\sqrt{6}-1 & -1 & 2+\sqrt{6} \\ 2+\sqrt{6} & 2-\sqrt{6} & -4 \\ 1 & 2+2\sqrt{6} & \sqrt{6}-2 \end{bmatrix}$$

设

fcc 中原子坐标为 $a_f[\eta_1 \eta_2 \eta_3]_f$

bcc 中原子坐标为 $a_b[\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3]_b$

其中 γ_i , n_i 为坐标数; a_f 及 a_b 为原位矢量的坐标, 则

$$a_b \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{bmatrix}_b = [BTF] a_f \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}_f$$

即

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{bmatrix}_b = \frac{a_f}{a_b} [BTF] \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}_f \quad (17)$$

$\frac{a_f}{a_b} [BTF]$ 为坐标数 $[\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3]_b$ 与 $[n_1 n_2 n_3]_f$ 之间的转换矩阵。

取纯铁的点阵常数: $a_f = 3.564 \text{ \AA}$, $a_b = 2.860 \text{ \AA}$, 则:

$$\frac{a_f}{a_b} [BTF] = \begin{bmatrix} 0.810 & 0.208 & 0.924 \\ 0.924 & 0.093 & 0.831 \\ 0.208 & 1.225 & 0.093 \end{bmatrix} \quad (18)$$

对 Fe-C, 当碳原子沿 Z 轴分布、bct 的点阵常数为 a_b 及 c_b 时, 则

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 & a_b \\ \gamma_2 & a_b \\ \gamma_3 & c_b \end{bmatrix}_b = [BTF] a_f \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}_f$$

(c_b 和 a_b 一般相差甚小)。

2—4 Bain 机制是原子迁动距离最小的应变

取 bcc 晶胞由下列 4 个原子组成 (以第一象限中晶胞的原子坐标数表示):

$$[000]_f, \left[\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0\right]_f, \left[\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}\right]_f \text{ 和 } \left[0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}\right]_f.$$

由 $[000]_f \rightarrow [000]_b$ (19), 求 $\left[\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0\right]_f \rightarrow [\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3]_b$, 根据 (17) 及 (18) 式, 可得:

$$\frac{a_f}{a_b} [B T F] \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}_f = \begin{bmatrix} 0.810 & 0.208 & 0.924 \\ 0.924 & 0.093 & 0.831 \\ 0.208 & 1.225 & 0.093 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}_f = \begin{bmatrix} 0.301 \\ 0.407 \\ 0.717 \end{bmatrix}_b$$

$$\text{即} \quad \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}_f \rightarrow [0.301 \ 0.417 \ 0.717]_b \quad (20)$$

同样求得,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}_f \rightarrow [0.867 \ 0.047 \ 0.151]_b \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}_f \rightarrow [0.358 \ 0.462 \ 0.659]_b \quad (22)$$

由(19)一(22)式, 可得 fcc 点阵上的原子移到最近相应的 bcc 阵点为:

$[0 \ 0 \ 0]_f \rightarrow [0 \ 0 \ 0]_b$, 最近 bcc 的阵点为 $[0 \ 0 \ 0]_b$

$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}_f \rightarrow [0.301, 0.417, 0.717]$, 最近 bcc 的阵点为 $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}_b$

$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}_f \rightarrow [0.567, 0.047, 0.151]_b$, 最近 bcc 的阵点为 $[1 \ 0 \ 0]_b$

$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}_f \rightarrow [0.358, 0.462, 0.659]_b$, 最近 bcc 的阵点为 $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}_b$

由

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{bmatrix}_b = [B C F] \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}_f$$

通过解 9 元一次方程组可得:

$$[B C F] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

这与 Bain 矩阵(9)式相符, 由此证明 Bain 应变为原子迁动距离最小的应变。

2-5 表象(唯象)晶体学理论

Bain 应变并不是不变平面应变, 但具有原子迁动距离最小的优点, 表象理论以 Bain 应变出发, 连系到 Au-Cd 马氏体中存在孪晶, 在 1949 年应用矩阵于晶体学研究的基础上于 1953 年提出的。原始表象理论以矩阵式表示为:

$$P_1 = R \bar{P} B \quad (24)$$

其中 B 为 Bain 应变——形成马氏体结构的纯应变; $\bar{P}$ 为不变点阵切变(孪生、滑移或层错化); R 为点阵刚性转动; P_1 为相变的总应变, 称为形状应变。这理论要求相界面在宏观上(大于 10^{-2}mm)不应变、不转动。因此 P_1 包括平行于惯习面的切应变及垂直于惯习面的均匀膨胀或收缩, B 、 $\bar{P}$ 、 R 及 P_1 均为 (3×3) 矩阵。不变平面应变的矩阵形式为

$$P_1 = I + m_1 d_1 P'_1 \quad (25)$$

其中 I 为 (3×3) 恒等式矩阵, m_1 为形状应变的大小, d_1 为在形状应变方向上的单位矢量, P'_1 为不变平面法向上的单位矢量, P'_1 为 (1×3) 行矩阵; 而 d_1 为 (3×1) 直列矩阵的点阵矢量, (25) 式的意义如图 7 所示, 展开式可写作:

$$\begin{aligned} P_1 &= I + m_1 d_1 P'_1 \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + m_1 [d_1 \ d_2 \ d_3] \\ &\quad (P_1 \ P_2 \ P_3) \\ &= \begin{pmatrix} 1 + m_1 d_1 P_1 & m_1 d_1 P_2 & m_1 d_1 P_3 \\ m_1 d_2 P_1 & 1 + m_1 d_2 P_2 & m_1 d_2 P_3 \\ m_1 d_3 P_1 & m_1 d_3 P_2 & 1 + m_1 d_3 P_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

(26) 式中 P_1 可由实验 (双面金相及表面刻痕分析) 获得从而解得 m_1 , d_1 及 P'_1 , 将 B (Bain 应变) 的 (10) 式和 (26) 式相比, 显然可见 B 不是不变平面应变。将 Fe-C 中 a , a_0 和 c 代入 (10) 式, 则 B 为:

$$B = \begin{pmatrix} 1.12 & 0 & 0 \\ 0 & 1.12 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 \end{pmatrix} \quad (27)$$

(27) 式中两个主应变大于 1 (1.12), 一个则小于 1 (0.8), 并不满足不变平面应变的条件。

(24) 式表示相变先经 Bain 应变继之以简单切变 $\bar{P}$ 。当先经简单切变 P , 再经 Bain 应变也得到相同的结果。因此 (24) 式可以写为:

$$P_1 = P B P \quad (28)$$

其中 P 仍为简单切变 (不均匀切变)。

(28) 式中 P 为简单切变, 当为不变平面应变形式 $(I + ndP')$, P^{-1} 为 P 的逆阵, $P^{-1} = I - mdP'$, 为在同一平面上, 大小相同、方向相反的简单切变。以 $P_2 = P^{-1}$, 则 (28) 式可写成:

$$P_1 P_2 = R B \quad (29)$$

(24) 及 (28) 式称为 $W-L-R$ 理论, (29) 式称为 $B-M$ 理论。

由于 P_1 和 P_2 均为不变平面应变, 其积 $R B$ 为一个不变线应变 S , 不变线应变定义为 P_1 和 P_2 的不变相交平面。当已知线应变 δ 后, 马氏体相变的所有晶体学参数均可由 (24) 或 (28) 及 (26) 式给以预测。 B 可由母相及马氏体的点阵常数求得。当 P'_2 面及 d_2 和方向

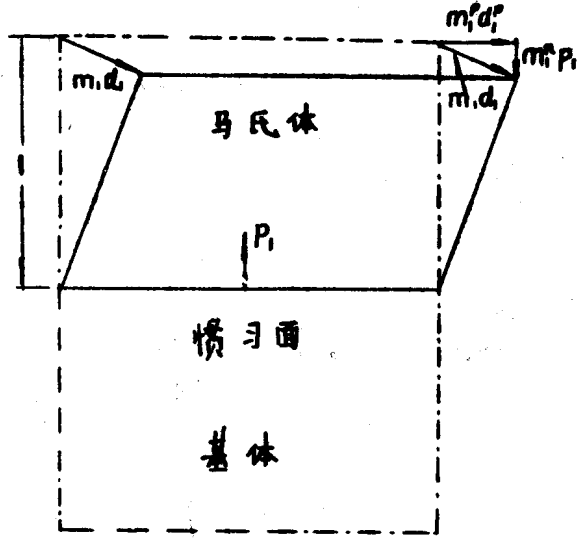


图 7 不变平面应变 ($P_1 = I + m_1 d_1 p'_1$) 示意图。并由示出形状应变分解为平行及垂直于不变面的分力: $m_1 d_1 = m_1^p d_1^p + m_1^n p_1$, 其中 $m_1^p d_1^p$ 为切分力, $m_1^n p_1$ 为膨胀分力

假定后, R 即可决定。由

$$P_1 = I + m_1 d_1 P'_1$$

$$P_2 = I + m_2 d_2 P'_2$$

线应变分析结果可得:

$$d_1 = [SY_2 - Y_2] / P'_1 Y_2 \quad (30)$$

$$P_1 = (q'_2 - q'_2 S^{-1}) / q'_2 S^{-1} d_1 \quad (31)$$

其中 Y_2 为位于 P'_2 面上的任意矢量 (不变线 X 除外), q'_2 为包含 d_2 面的任意法线 (而 $n' S^{-1} = n'$)。 (30) 式中 d_1 的正规化系数为 $1/m_1$, 由此, P_1 , m_1 及 P'_1 均可决定。 X 及经 n' 经 Bain 应变必需保持不变, 经假定 P'_2 及 d_2 后, 即可决定 R 。 $RB = S$ 定义 $3P_1$ 元。

现再来证明 B 并不为不变平面应变, 以及 B 必需配合简单切变及转动来得到不变平面应变 F_1 。

考虑一个单位球体, $\vec{r}$ 为终端于球面上的矢量。则:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 = 1r^2/2$$

经 Bain 应变后 $\vec{r}$ 转变为 $\vec{r}'$: (32)

$$\vec{r}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_1 X \\ \eta_2 Y \\ \eta_3 Z \end{pmatrix} \quad (33)$$

以 (33) 代入 (32) 式, 在原坐标系中单位球体经 Bain 应变后变为椭圆球体:

$$\left(\frac{X'}{\eta_1}\right)^2 + \left(\frac{Y'}{\eta_2}\right)^2 + \left(\frac{Z'}{\eta_3}\right)^2 = 1 \quad (34)$$

当所有 n_i 均大于 1 或均小于 1 时, 球体与椭球体并不相交。当 n_i 中有 1 个或 2 个小于 1 (收缩), 则两者相交, 并得到两个圆。凡终端在该两圆的径矢转变前后的长度不变, 构成一对对顶的圆锥:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\eta_1^2} - 1\right) X^2 + \left(\frac{1}{\eta_2^2} - 1\right) Y^2 \\ & + \left(\frac{1}{\eta_3^2} - 1\right) Z^2 = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

图 5(a) 的 Bain 应变中, n_i 中一个小于 1, 两个大于 1, 存在不畸变矢所构成的圆锥, 如图 8, 但不是不变平面应变。将圆锥蜕化为一对平面才形成不应变平面, 由 (35) 式可见, 当 n_i 中的一个为 1 时才形成不应变平面。如 $\eta_1 = 1$, 则

$$\left(\frac{1}{\eta_2^2} - 1\right) Y^2 + \left(\frac{1}{\eta_3^2} - 1\right) Z^2 = 0 \quad (36)$$

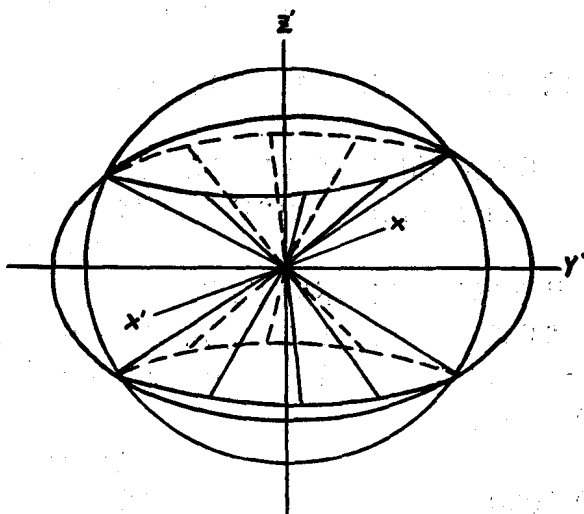


图 8 在 Bain 应变作用下不变长度矢量构成两个圆锥体