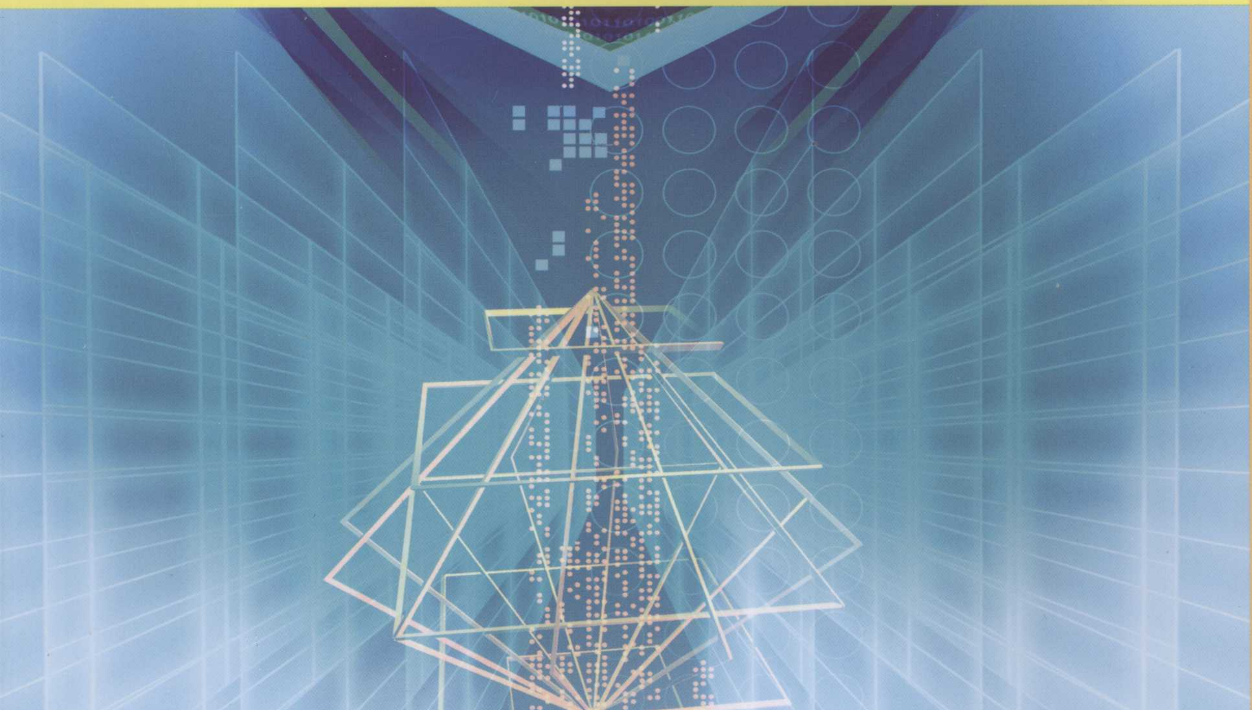
普通高等学校“十一五”高职高专教育规划教材
中国高等教育学会推荐教材

高等数学

中国高等教育学会 组织编写
张国勇 主编



教育科学出版社
Educational Science Publishing House

普通高等学校“十一五”高职高专教育规划教材
中国高等教育学会推荐教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

中国高等教育学会　组织编写
张国勇　主编

教育科学出版社
·北　京·

责任编辑　陈　琳
版式设计　尹明妤
责任校对　徐　虹
责任印制　曲凤玲

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/张国勇主编;中国高等教育学会组织编写.—北京:教育科学出版社,2008.7
普通高等学校"十一五"高职高专教育规划教材
ISBN 978-7-5041-3924-5

Ⅰ.高… Ⅱ.①张… ②中… Ⅲ.高等数学—高等学校:技术学校—教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第064564号

出版发行	教育科学出版社		
社　址	北京·朝阳区安慧北里安园甲9号	市场部电话	010-64989009
邮　编	100101	编辑部电话	010-64989394
传　真	010-64891796	网　址	http://www.esph.com.cn
经　销	各地新华书店		
制　作	北京中世海天科贸有限公司		
印　刷	山东新华印刷厂临沂厂		
开　本	787毫米×1092毫米　1/16	版　次	2008年7月第1版
印　张	16.5	印　次	2008年7月第1次印刷
字　数	375千	定　价	26.00元

《高等数学》编写委员会

主　编　张国勇

副主编　张　涛　金玉玺

编　委　郭红梅　罗国兵　杨凤翔

黄金伟　栗　裕

序

当前,我国的高等职业教育稳步发展,高等职业教育的院校数、招生数和毕业生数持续增长,已经达到了高等教育整体规模的一半以上。蓬勃发展的高等职业教育顺应了国家经济、社会发展的需要和人民群众接受高等教育的强烈愿望,丰富了高等教育的类型,为我国现代化建设培养了大量高素质技能型专门人才,为高等教育迈进大众化发展阶段做出了重要贡献。高等职业教育肩负着培养面向生产、建设、服务和管理第一线需要的高技能人才的使命,在我国加快推进社会主义现代化建设进程中具有不可替代的作用。

为以科学发展观为指导,促进高等职业教育健康发展,教育部下发了《关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》(教高[2006]16号),提出高等职业教育的工作重点要放在提高质量上。加强课程建设与改革是提高教学质量的核心,也是教学改革的重点和难点,而加强教材建设是加强课程建设与改革的一个重要环节。为推进优质教材进课堂,更好地适应高等职业教育教学改革的需要,中国高等教育学会组织了一批从事高等职业教育工作的专家和一线教师,对高等职业教育教材编写工作进行了深入的探讨,并在对学校公共基础课教材的教学课时和教学方法进行充分调查研究、深入分析和总结提高的基础上,编写了本套“普通高等学校‘十一五’高职高专教育规划教材”。

本套规划教材以强化学生能力培养为编写理念,融“教、学、做”为一体,坚持以就业为导向、产学结合的发展道路。教材的编写遵循了以下四个原则。

内容规定性:选材合理,内容充实,分量适当,广度和深度上满足教学大纲的要求;删繁就简,削枝强干,少而精;处理好在总学时压缩的情况下基础课与专业课紧密结合的关系。

教学适用性:符合学生的认知规律,新概念的引入循序渐进,深入浅出,提炼本质性内容,富有启发性,便于自学;重点突出;难点分散,以概念引路,讲清三基(基本理论、基本知识和基本技能),论述严谨,逻辑性强,具有可读性。

结构完整性:教材结构基本包括序、前言及各章节。各章包括内容提要、正文(包括例题)、复习思考题、习题和小节。

能力培养创造性:通过论述内容的线索、思路、原理和方法,既讲清具体领域的学科知识,又贯穿一般做学问的方法;将工程实际问题抽象为物理模型并且用数学方程表示;不是述成就而略问题,而是重问题,激发学生深入学习钻研的兴趣。

同时,本套规划教材实施“立体化”教材配套,配有教师用书、学生练习册、教学系统光盘(电子课件和习题自测),信息量大,有效地丰富了教学手段,提高了优质教学的效率;使用方便,便于学生更好地理解、掌握、巩固所学知识,并有助于及时检测、拓宽和提高。

在本套规划教材即将出版之际，我谨向为本套教材审稿的专家表示感谢，正是由于你们提供的宝贵意见，我们的教材才能够更加成熟与完善；向参加本套教材编写的全体同仁表示感谢，正是由于你们的辛勤劳动，编写工作才得以顺利完成；向教育科学出版社的领导和编辑同志表示感谢，正是由于你们的大力支持与配合，本套教材才能够如期出版。最后，我希望本套规划教材的出版能够为推进我国高等职业教育的改革与发展做出新的贡献。

中国高等教育学会副会长兼秘书长

前　言

目前，已出版的高职数学教材大多带有传统“中专”、“高专”或者“本科压缩”的形态，对高职教学一线的教师来说总感觉不适用。主要原因就是理论偏深，内容偏难，不适合高职类型教学的需要。

毋庸置疑，教材内容是课程改革的首要任务。编者根据多年来从事高职数学课程教学教研的经验，对高职数学课程教材内容的改革作了较长期深入的思考、探索和实践，深深体会到改革的核心工作和目标应当是使教材内容既通俗、直观、易懂，又具备“必需、够用”的“工具课”作用。简言之，就是要使得教师教得来，学生学得下，专业教学中用得上。

本教材编写的指导思想是，贯彻教育部关于高职高专“必需、够用”的要求，避免把高职数学课程的内容编成传统“中专”、“高专”或者是“本科压缩”的形态，根据高职教育专业教学的实际需要和高职学生的实际情况，力求体现高职教育这一特殊的教育类型及其特色的教学要求，着眼于发挥高职数学课程的“工具课”作用。

本教材编写的思路和主要的特色如下：

1. 在不违背科学性的前提下，把内容有机地整合成通俗易懂、相对独立的模块群，让不同的专业都可以在本教材中方便地选取教学所需的模块内容。

2. 使教材内容呈现直观、通俗、实用的形态。对一些必需的理论知识只提供直观的解释，而不作理论上的要求，降低学生学习数学的难度。一方面可削减篇幅、学时，有效地解决当前数学课程普遍存在的“学时少，内容多”的问题；另一方面又能够满足专业课教学的实际需要。

3. 教材内容注重了解、会说、会用三个层面的要求，一般只提了解、会用的要求。

4. 所配备的例题和习题都是不偏不难的、与专业教学联系比较密切的基本题，个别偏难的习题留给学有余力的学生选做。

5. 教材内容充分注意到与中学教改、一般专业课教学需要的协调配合。

本教材由主编张国勇制订编写方案并具体指导。

参加编写工作的有：

张国勇（福建交通职业技术学院）

张涛（杨凌职业技术学院）

金玉玺（潍坊工商职业学院）

郭红梅（山西生物应用职业技术学院）

罗国兵（湖北生态工程职业技术学院）

杨凤翔（黑龙江农业工程职业学院）

黄金伟（福建信息职业技术学院）

栗裕（山西体育职业学院）

本教材在中国高等教育学会的组织指导下完成，同时得到了教育科学出版社的大力支持，

编者一并谨致谢忱！

本教材出版前经过参编学校教师的讨论和广泛征求意见。但由于编者水平有限，加之时间仓促，不足之处在所难免。恳请教改方面的专家和广大教师在使用的过程中提出宝贵的意见和建议，以便再版时进一步修订。

张国勇

于福建交通职业技术学院

内 容 简 介

本教材考虑到高职教育特殊的教育类型和特定的教学要求，结合目前高职学生数学基础的实际状况，把普通微积分学的内容有机地整合成通俗、直观、易懂的八个模块，使用者可根据学生中学已学的情况和专业课教学的需要有所侧重地选用。

本教材适用于工科类专业的教学，可作为高职高专、成人高校各专业数学课程的教学用书和学生自学用书。

目　　录

第一章　函数与极限

微积分的研究对象是函数，连续函数是它研究的重点. 极限是研究微积分学的重要工具，是高等数学中最重要的概念之一. 微积分学中的许多重要概念，如连续、导数、定积分等，都要通过极限来定义. 因此，掌握极限的思想与方法是学好微积分学的前提条件. 本章将在复习和加深函数有关知识的基础上，讨论函数的极限和函数的连续性等问题.

1.1　函数

本节在复习中学所学函数概念的基础上，进一步分析和强调函数的概念，函数的两大要素，函数的四个性质及分段函数、反函数、复合函数与初等函数的概念.

1.1.1　函数的概念

1. 函数的定义

定义 1　设有两个变量 x 和 y，D 为一非空实数集. 如果对于数集 D 中的每一个 x，变量 y 按照一定的对应法则 f，总有唯一确定的数值和它对应，则称 y 是定义在数集 D 上的 x 的**函数**，记作 $y = f(x)$，其中 x 称为**自变量**，y 称为**函数(或因变量)**，D 称为函数的**定义域**.

当 x 在定义域内取某一定值 x_0 时，与 x_0 对应的 y 的数值，称为函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 的函数值，记作：$y_0 = y\,|_{x=x_0} = f(x_0)$. 当 x 取遍 D 中所有值时，则对应的函数值的全体组成的数集 $M = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$ 称为函数的值域. 可以看出定义域和对应法则一旦确定，值域也随之确定，所以我们称确定函数的两大要素为定义域和对应法则.

2. 函数的定义域

函数的定义域是自变量的取值范围，如果没有特别说明，函数的定义域就是使数学表达式有意义的一切自变量取值的集合. 因此求函数的定义域，应从以下几个方面入手：

(1)分母不能为零.

(2)偶次根式的被开方数必须为非负数.

(3)对数式中的真数必须大于零.

(4)如果函数含有三角函数、反三角函数时需考虑各自的定义域来决定自变量的范围.

(5)如果函数表达式由几个数学式子组成，则其定义域应取各部分定义域的交集.

在实际问题中，函数的定义域是由问题的实际意义确定的.

例 1　求下列函数的定义域：

(1) $y = \dfrac{1}{1-x^2} + \sqrt{x+1}$　　　　(2) $y = \arcsin \dfrac{x-2}{3}$

解 (1)要使 y 有意义，x 必须使得右边的两个算式都有意义，故 x 要满足下列不等式组

$$\begin{cases}1-x^2\neq 0\\ x+1\geqslant 0,\end{cases} \text{即} \begin{cases}x\neq\pm 1\\ x\geqslant -1,\end{cases} \text{即 } x>-1 \text{ 且 } x\neq 1.$$

所以函数 $y=\dfrac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+1}$ 的定义域为 $\{x\mid x>-1,\text{且 } x\neq 1\}$.

(2)根据反正弦函数的定义可知，要使 y 有意义，x 必须满足 $-1\leqslant\dfrac{x-2}{3}\leqslant 1$，解之得 $-1\leqslant x\leqslant 5$. 所以函数的定义域为 $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 5\}$.

关于函数概念，还有以下几点值得注意：

Ⅰ. 两个函数相同，是指它们的定义域和对应法则分别相同. 例如函数 $y=\sqrt{x^2}$ 与 $y=|t|$，虽然这两个函数的自变量的记号不同，但它们的对应法则相同，定义域也相同，因此这两个函数是相同的；而函数 $f(x)=\ln x^2$ 与 $g(x)=2\ln x$，从形式上看似乎相同，但它们的定义域不同，其中 $f(x)$ 的定义域是 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，而 $g(x)$ 的定义域是 $(0,+\infty)$，因此 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是两个不同的函数.

Ⅱ. 对于变量 x 来说，如果变量 y 按照一定的法则有两个或更多个确定的数值和它对应，我们称 y 为 x 的多值函数，而称前面所定义的函数为单值函数.

3. 函数的表示法

表示函数的方法主要有以下三种：

(1)公式法：用数学式子表示函数，也称解析法. 优点是简明准确，便于理论分析与数值计算.

(2)表格法：以表格形式表示函数. 如通常所用的三角函数表、对数表等都是用表格法表示函数的例子. 表格法可以表示用公式法不便或不能表示的函数，并可避免烦琐的计算，但表中所列数据一般不完全，也不便作理论分析.

(3)图象法：用建立在坐标平面上的图象表示函数关系的方法称为图象法. 图象法直观性强，可以启迪思维，但不便进行理论分析和数值计算.

4. 分段函数

一个函数在不同的定义范围内用不同的解析表达式表示，这样的函数叫**分段函数**.

分段函数的图象是由各段不同的图象组成的. 分段函数求函数值时，要由自变量所在的范围，用相应的解析式去计算.

例 2 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x, & -2<x<0\\ 5, & 0\leqslant x<1\\ x^2+4, & x\geqslant 1,\end{cases}$

(1)求函数 $f(x)$ 的定义域；

(2)求 $f(0)$，$f(2)$，$f(-1)$；

(3)在 $x=-3$ 处函数是否有定义？为什么？

解 (1)函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-2,+\infty)$；

(2) $f(0)=5$，$f(2)=2^2+4=8$，$f(-1)=-1$；

(3)因为 $x=-3\notin(2,+\infty)$，所以函数 $f(x)$ 在 $x=-3$ 处没有定义.

注意:分段函数仍是一个函数,如上例不能认为是三个函数,在求分段点处的函数值时,应清楚它属于哪个区间,对应的函数式是什么.

5. 反函数

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 M，若对于任意 $y\in M$，通过关系式 $y=f(x)$ 都有唯一确定的 $x\in D$ 与之相对应,则这样确定的函数 $x=\varphi(y)$ 或 $x=f^{-1}(y)$，称为函数 $y=f(x)$ 的**反函数**,它的定义域为 M,值域为 D,函数 $y=f(x)$ 称为**直接函数**.

由于函数与自变量及因变量所选用的字母无关,所以对于反函数 $x=\varphi(y)$ 或 $x=f^{-1}(y)$，习惯上仍选用 x 作为自变量，y 作为因变量,写成 $y=\varphi(x)$ 或 $y=f^{-1}(x)$.

由定义可知:反函数的定义域是直接函数的值域,而反函数的值域是直接函数的定义域.

函数 $y=f(x)$ 的图象与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象在同一坐标平面上关于直线 $y=x$ 对称,而且函数与其反函数的单调性相同.

1.1.2　函数的性质

1. 函数的单调性

设 $y=f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，如果对任意 $x_1,x_2\in I$，当 $x_1<x_2$ 时,恒有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加的,区间 I 称为单调增区间;若恒有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在区间 I 上是单调减少的,区间 I 称为单调减区间.

使函数 $f(x)$ 保持单调增加或单调减少的区间称为 $f(x)$ 的**单调区间**.

在整个区间上单调增加或单调减少的函数统称为**单调函数**.

$y=x^2$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调增加,在 $(-\infty,0)$ 上单调减少,因而 $y=x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内不是单调函数.

2. 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称,如果对于任意 $x\in D$，都有 $f(-x)=f(x)$ 恒成立,则称函数 $f(x)$ 为**偶函数**;如果对任意 $x\in D$，都有 $f(-x)=-f(x)$ 恒成立,则称函数 $f(x)$ 为**奇函数**;既不是奇函数也不是偶函数的函数,称为**非奇非偶函数**.

几何特性:奇函数的图象关于原点对称,偶函数的图象关于 y 轴对称.

$y=\cos x$ 是偶函数，$y=x^3$ 是奇函数,而 $y=\sin x+\cos x$ 是非奇非偶函数.

3. 函数的周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，如果存在一个正数 T，使得对于任意的 $x\in D$，有 $(x\pm T)\in D$ 且 $f(x\pm T)=f(x)$，则称函数 $f(x)$ 是周期函数，T 称为 $f(x)$ 的周期. 使上述关系成立的最小正数 T 称为**最小正周期**,简称**周期**.

例如 $y=\sin x$ 是周期函数,其最小正周期为 2π.