

中国高等教育学会教育数学专业委员会组编

21世纪职业院校规划教材·数学系列

数 学

刘玉山 施开先 韦桂兰 主 编



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

中国高等教育学会教育数学专业委员会组编

21世纪职业院校规划教材·数学系列

数 学

主 编：刘玉山 施开先 韦桂兰

副主编：孙丽萍 陈锦燕

主 审：韩云瑞

编 委：（按姓氏笔画排序）

何周林 张发荣 张 辉 徐辽夏

梁远榕 何丽华 唐 均 贾彩军

曾学文 谢国权 魏晓梅



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学/刘玉山,施开先,韦桂兰主编. —武汉:武汉大学出版社,2008.4

21 世纪职业院校规划教材·数学系列

ISBN 978-7-307-06185-9

I. 数… II. ①刘… ②施… ③韦… III. 数学课—专业学校—教材

IV. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 032004 号

责任编辑:黄汉平 责任校对:刘欣 版式设计:詹锦玲

出版发行:武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件:wdp4@whu.edu.cn 网址:www.wdp.com.cn)

印刷:湖北新华印务股份有限公司

开本:787×1092 1/16 印张:13 字数:313 千字 插页:1

版次:2008 年 4 月第 1 版 2008 年 4 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-307-06185-9/G·1084 定价:25.00 元

版权所有,不得翻印;凡购买我社的图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请与当地图书销售部门联系调换。

前言

数学是中职教育中的一门重要课程,其与普通高中开设的相应课程不同,具有鲜明的职业特色。它着眼于普通劳动者的素质培养需求,具有很强的基础性和工具性。当前国家通过对教育结构的宏观调整,确定职业教育的指导思想是以服务为宗旨,以就业为导向,以培养高素质劳动者为目标,而高素质不仅仅在学生的动手能力上,逻辑抽象思维能力也应该得到训练和发展,所以我们的课程改革也要围绕这一方针进行,即建立以培养职业能力为重点的课程体系,以专业技术应用能力和基本素质为主线,对教学内容进行科学的配置,构建科学的知识结构和能力结构。数学教学改革也应职业教育的指导思想为原则,可以打破传统的数学教学体系,将知识点与就业岗位密切结合,以够用、适用为准,走与专业相结合的路,并突破学科界限,按需而学,使学生能够学以致用,使学生得到应有的逻辑抽象思维能力的训练,当他们走向社会时,能够迅速成长,成为社会的高素质劳动者。本教材就是基于这个原则来编写的。

本教材的主要特点如下:

1. 注重基础

结合中职学生基础薄弱的特点,第一章安排初中的主要知识点进行复习,在内容的安排上突出基础知识的学习和基本能力的训练;注重由浅入深,以及与初中内容的衔接,增强学生学习的信心。

2. 满足分层次教学的要求

考虑中等职业学校专业的多样性,各专业对数学能力的要求也不相同,教学要求增加了教学的弹性;结合学生的基础,以及学生发展目标定位,教材中给出了两个层次:一是必学的内容,相应配备两套练习题,A组题是基础题;B组题是提高题,供学有余力的学生去做,培养学生的解题能力。每章后都有复习题,供复习巩固本章知识之用。二是编写了选学内容,选学内容主要是深化基本内容所学知识和应用基本知识解决实际问题的能力。三个模块:第一模块代数;第二模块三角;第三模块几何。供不同专业学生使用。

3. 注重数学知识与实践的结合

列举数学在生活实际、近代科学和生产中应用的例子,培养学生应用数学解决实际问题的意识和能力。增强学生的动手能力,使学生感受数学的价值,提高学生学数学的兴趣。

4. 有配套的学习指导书

指导书为教师的教学和学生的学习提供了指引,配套使用,能充分体现精讲多练,在练习中思考,通过练习掌握学习数学的方法,培养学生思维能力的效果;其还有课外练习册的功能,使学生的课外作业更整齐。

5. 注重培养学生使用计算工具的能力

在教材中介绍了计算器的使用。使学生能掌握较复杂的运算,以及函数的计算。

本教材为面向21世纪数学教材改革系列教材之一。清华大学韩云瑞教授担任本教材的主审,为教材的编写提出了宝贵的意见,对编写质量给予了较高的评价,此外,得到了广东省江门中医药学校、广东省新会机电中专、广东省江门理工学校、广东省中山市中等专业学校、广东



目 录

第一模块 代 数

第一章 预备知识	3
第一节 实数的概念及其运算	3
第二节 代数式	6
第三节 方程与方程组	8
第四节 平面直角坐标系	11
复习题	13
第二章 集合与逻辑用语	14
第一节 集合与元素	14
第二节 集合的表示方法	15
第三节 集合间的关系与运算	17
第四节 集合之间的运算	19
第五节 逻辑用语	22
复习题	24
第三章 不等式	26
第一节 不等式的概念与性质	26
第二节 不等式的解集与区间	28
第三节 一元一次不等式和不等式组的解法	30
第四节 一元二次不等式的解法	32
第五节 分式不等式的解法	34
第六节 含绝对值的不等式的解法	35
第七节 数学实践活动	37
复习题	38
第四章 函数的概念和性质	41
第一节 函数与映射	41
第二节 函数的性质	43
第三节 一元二次函数的性质和图像	51
第四节 数学实践活动	55
复习题	58



第五章 幂函数、指数函数、对数函数	61
第一节 幂函数举例	61
第二节 指数函数	62
第三节 对数的概念	63
第四节 对数的运算	65
第五节 对数函数	67
第六节 指数函数与对数函数的应用	69
第七节 计算器的应用	71
第八节 数学实践活动	72
复习题	74

第二模块 三 角

第六章 三角函数	79
第一节 角的概念与度量	79
第二节 三角函数的概念	83
第三节 诱导公式	87
第四节 同角三角函数的关系	91
第五节 两角和与差的正弦、余弦、正切	93
第六节 二倍角角的正弦、余弦、正切公式	96
第七节 正弦函数的图像与性质	97
第八节 余弦函数的图像与性质	100
第九节 正切函数的图像与性质	102
第十节 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的性质和图像	104
第十一节 正弦定理、余弦定理及其应用	108
复习题	112

第七章 数列	114
第一节 数列的概念	114
第二节 等差数列及其通项公式	116
第三节 等差数列前 n 项和的公式及其简单应用	118
第四节 等比数列及其通项公式	120
第五节 等比数列前 n 项和的公式及其简单应用	123
第六节 数学实践:单利与复利	125
复习题	127

第八章 排列与组合	129
第一节 加法原理与乘法原理	129
第二节 排列	131
第三节 组合	135
第四节 二项式定理	139



第五节 排列组合的应用.....	141
复习题.....	143

第三模块 几 何

第九章 平面向量.....	147
第一节 向量的概念.....	147
第二节 向量的线性运算.....	149
第三节 向量的坐标运算.....	152
第四节 向量的内积.....	153
第五节 向量的垂直与平行.....	155
第六节 数学实践活动.....	156
复习题.....	159

第十章 平面解析几何.....	161
第一节 直线的点斜式和斜截式方程.....	161
第二节 直线的截距式和一般式方程.....	163
第三节 两直线的位置关系.....	165
第四节 曲线与方程.....	167
第五节 圆.....	170
第六节 椭圆.....	173
第七节 双曲线.....	178
第八节 抛物线.....	184
第九节 数学实践活动.....	188
复习题.....	191

复习题答案.....	194
------------	-----

参考文献.....	201
-----------	-----



第一模块 代 数

樓 升 央 尉 一 策

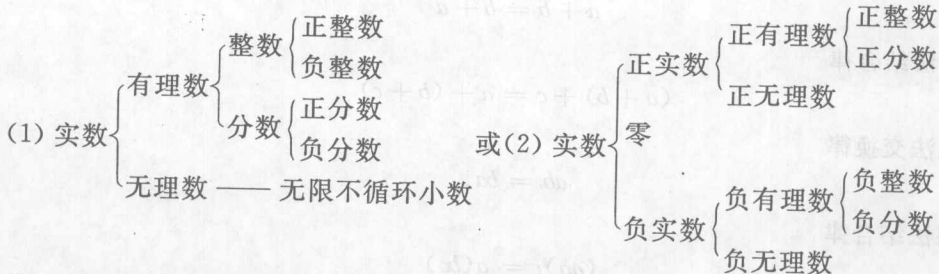
第一章 预备知识

第一节 实数的概念及其运算

1.1.1 实数的有关概念和分类

我们已经知道整数和分数统称为有理数,并规定无限不循环小数是无理数,这样我们把有理数和无理数统称为实数.

实数的分类可从两个角度去思考,即(1)按定义来分类;(2)按正、负数来分类.具体如下表:



我们通常把正实数和零合称为非负数,把负实数和零合称为非正数.

1.1.2 实数与数轴的关系

(1) 实数与数轴上的点是一一对应的,就是说所有的实数都可以用数轴上的点来表示;反之,数轴上的每一个点都表示一个实数.

(2) 在数轴上,表示相反数的两个点在原点的两旁,并且两点到原点的距离相等.实数 a 的绝对值就是在数轴上这个数对应的点与原点的距离.

(3) 利用数轴可以比较任意两个实数的大小,即在数轴上表示的两个实数,右边的数总比左边的数大.

1.1.3 实数的运算

(1) 加法

同号两数相加,取原来的符号,并把绝对值相加;

异号两数相加,取绝对值较大的数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值;

任何数与零相加等于原数.

(2) 减法

$$a - b = a + (-b)$$

(3) 乘法

两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘;零乘以任何数都得零.即



$$ab = \begin{cases} |a| \cdot |b| & (a, b \text{ 同号}) \\ -|a| \cdot |b| & (a, b \text{ 异号}) \\ 0 & (a \text{ 或 } b \text{ 为零}) \end{cases}$$

(4) 除法

$$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b} (b \neq 0)$$

(5) 乘方

$$a^n = \underbrace{aa \cdots a}_{n \text{ 个}}$$

(6) 开方

如果 $x^2 = a$, 且 $a \geq 0$, 那么 $x = \pm\sqrt{a}$; 如果 $x^3 = a$, 那么 $x = \sqrt[3]{a}$ 在同一个式子里, 先乘方、开方, 然后乘、除, 最后加、减. 有括号时, 先算括号里面的.

1.1.4 实数的运算律

(1) 加法交换律

$$a + b = b + a$$

(2) 加法结合律

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

(3) 乘法交换律

$$ab = ba.$$

(4) 乘法结合律

$$(ab)c = a(bc)$$

(5) 分配律

$$a(b + c) = ab + ac$$

其中 a, b, c 表示任意实数. 运用运算律有时可以使运算简便.

1.1.5 实数的有关性质

实数和有理数一样也有许多重要性质.

(1) 相反数

实数 a 的相反数是 $-a$, 0 的相反数是 0, 具体地, 若 a 与 b 互为相反数, 则 $a + b = 0$; 反之, 若 $a + b = 0$, 则 a 与 b 互为相反数.

(2) 绝对值

一个正实数的绝对值是它本身, 一个负实数的绝对值是它的相反数, 0 的绝对值是 0.

实数 a 的绝对值可表示为 $|a|$, 实数 a 的绝对值一定是一个非负数, 即 $|a| \geq 0$. 并且若有 $|x| = a (a \geq 0)$, 则 $x = \pm a$.

(3) 倒数

乘积为 1 的两个实数互为倒数, 即若 a 与 b 互为倒数, 则 $ab = 1$; 反之, 若 $ab = 1$, 则 a 与 b 互为倒数. 这里应特别注意的是 0 没有倒数.

(4) 实数大小的比较



任意两个实数都可以比较大小. 正实数都大于 0, 负实数都小于 0, 正实数大于一切负实数, 两个负实数绝对值大的反而小.

(5) 实数的运算

在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

练习 A

1. 在下列实数中, 无理数是()

A. 5

B. 0

C. $\sqrt{7}$

D. $\frac{14}{5}$

2. 如果 a 与 -2 互为倒数, 那么 a 是()

A. -2

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

3. 9 的算术平方根是()

A. -3

B. 3

C. ± 3

D. 81

4. 比较 $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ 的大小, 结果正确的是()

A. $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3} < \frac{1}{4}$

B. $-\frac{1}{2} < \frac{1}{4} < -\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4} < -\frac{1}{3} < -\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{2} < \frac{1}{4}$

5. 下列运算中, 错误的是()

A. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

B. $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

D. $\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$

练习 B

1. 现规定一种新的运算“ $*$ ”: $a * b = a^b$, 如 $3 * 2 = 3^2 = 9$, 则 $\frac{1}{2} * 3 =$ ()

A. $\frac{1}{8}$

B. 8

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{3}{2}$

2. 下面 4 个算式中正确的是()

A. $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = 2$

B. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{6}$

C. $\sqrt{(-6)^2} = -6$

D. $5\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{2} = 5\sqrt{6}$

3. $\sqrt{10}$ 在两个连续整数 a 和 b 之间, $a < \sqrt{10} < b$, 那么 a, b 的值分别是 1 和 4.

4. 图 1 是一个三角形, 分别连接这个三角形三边的中点得到图 2; 再分别连接图 2 中间的小三角形三边的中点, 得到图 3, 按该方法继续下去, 请你根据每个图中三角形个数的规律, 完成下列问题:



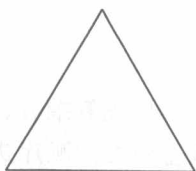


图1

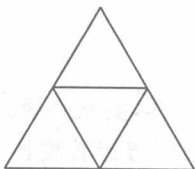


图2

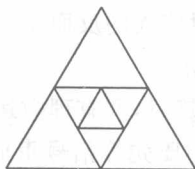


图3

(1) 将下表填写完整:

图形编号	1	2	3	4	5	...
三角形个数	1	5	9			...

(2) 在第 n 个图形中有 _____ 个三角形(用含 n 的式子表示).

第二节 代 数 式

1.2.1 代数式

用运算符号把数字和用字母表示的数连接起来所得的式子,叫做代数式.单独的一个数或者字母表示的数,也看做是代数式.代数式是用基本的运算符号把数、表示数的字母连接而成的式子,一定要弄清一个代数式有几种运算和运算顺序.代数式不含表示关系的符号,如等号、不等号.如 $\left(\frac{1}{2} - 4x^2\right)$, $5(a+b)$ 等都是代数式,而 $3 > 2$, $a < b$, $c = 2\pi r$, $1 + 2 = 3$ 等都不是代数式.

在书写代数式时我们要注意:

(1) 代数式中数字与字母或者字母与字母相乘时,通常把乘号简写为“ $\cdot$ ”或省略不写,同时要求数字应写在字母前面.如 $3 \times a$,应写为 $3 \cdot a$ 或写为 $3a$, $a \times b$ 应写为 $a \cdot b$ 或写为 ab .带分数与字母相乘,应把带分数化成假分数,如 $2\frac{1}{2} \times a$ 应写成 $\frac{5}{2}a$.数字与数字相乘一般仍用“ $\times$ ”号.

(2) 代数式中有除法运算时,一般按照分数的写法来写.如: $s \div t$ 应写为 $\frac{s}{t}$.

(3) 含有加减运算的代数式需注明单位时,一定要把整个式子括起来.

1.2.2 代数式的值

(1) 一个代数式的值是由代数式中字母的取值而决定的.所以代数式的值一般不是一个固定的数,它会随着代数式中字母取值的变化而变化.因此在谈代数式的值时,必须指明在什么条件下.如:对于代数式 $2x - 2$;当 $x = 1$ 时,代数式 $2x - 2$ 的值是 0;当 $x = 2$ 时,代数式 $2x - 2$ 的值是 2.

(2) 代数式中字母的取值必须确保做到以下两点:① 使代数式有意义;② 使它所表示的



实际数量有意义,如: $\frac{1}{a-1}$ 中 a 不能取 1,因为 $a=1$ 时,分母为零,式子无意义;如果式子中字母表示长方形的长,那么它必须大于 0.

1.2.3 求代数式的值的一般步骤

在代数式的值的概念中,实际也指明了求代数式的值的方法. 即一是代入,二是计算. 求代数式的值时,一要弄清楚运算符号,二要注意运算顺序. 在计算时,要注意按代数式指明的运算进行.

例 1 当 $x=7, y=4, z=0$ 时,求代数式 $x(2x-y+3z)$ 的值.

解: 将 $x=7, y=4, z=0$ 代入,

$$\begin{aligned} x(2x-y+3z) &= 7 \times (2 \times 7 - 4 + 3 \times 0) \\ &= 7 \times (14 - 4) \\ &= 70. \end{aligned}$$

注意: 如果代数式中省略乘号,代入后需添上乘号.

例 2 根据下面 a, b 的值,求代数式 $a^2 - \frac{a}{b}$ 的值.

(1) $a=4, b=12$, (2) $a=1, b=1$.

解: (1) 当 $a=4, b=12$ 时,

$$a^2 - \frac{a}{b} = 4^2 - \frac{12}{4} = 16 - 3 = 13.$$

(2) 当 $a=1, b=1$ 时,

$$a^2 - \frac{a}{b} = 1^2 - \frac{1}{1} = 0.$$

由以上例题,我们可以得到求代数式值的步骤:

① 代入数值.

② 计算结果.

求代数式的值时要注意:

(1) 代数式中的运算符号和具体数字都不能改变;

(2) 字母在代数式中所处的位置必须搞清楚;

(3) 如果字母取值是分数时,作乘方运算必须加上小括号;

(4) 代数式里的字母可取不同的值,但是所取的值不应当使代数式或代数式所表示的数量关系失去实际意义.

练习 A

1. 用代数式表示:

(1) 长为 a 米,宽为 b 米的长方形的周长;

(2) 宽为 b 米,长是宽的 2 倍的长方形的周长;

(3) 长是 a 米,宽是长的一半的长方形的面积;

(4) 宽为 b 米,长比宽多 2 米的长方形的面积.

2. (1) 当 $x=2$ 时,求代数式 $x^2 - 1$ 的值;

(2) 当 $x=2, y=3$ 时,求代数式 $x(x-y)$ 的值.



练习 B

1. 用代数式表示:

(1) a 千克大米的售价是 6 元, 1 千克大米售多少元?

(2) 圆的半径是 R 厘米, 该圆的面积是多少?

2. 当 $a = 2, b = 3$ 时, 求下列代数式的值.

(1) $(a+b)^2$; (2) $(a-b)^2$

3. 当 $x = 5, y = 3$ 时, 求代数式 $\frac{x\sqrt{x-y}}{\sqrt{x^2y}}$ 的值.

第三节 方程与方程组

1.3.1 方程

我们把 $3x = 186, 20 + 5x = 90$, 像这种含有未知数的等式, 叫方程. 所有的方程都是等式, 但是等式不一定是方程. 使方程左右两边相等的未知数的值, 叫做方程的解. 62 就是方程 $3x = 186$ 的解, 方程 $20 + 5x = 90$ 的解是 14.

1.3.2 一元一次方程

只含有一个未知数的一次方程叫做一元一次方程.

例 1 解方程: $3x + 4 = 2x + 7$

解: 移项, 得 $3x - 2x = 7 - 4$,

合并同类项, 得 $x = 3$.

$\therefore x = 3$ 是原方程的解.

由上我们可以得到

① 解方程的格式: 解方程时一般把含未知数的项移到方程的左边, 把常数项移到方程的右边, 以便合并同类项;

② 解方程与计算不同: 解方程不能写成连等式; 计算可以写成连等式;

③ 一个方程只写一行, 每个方程只有一个等号.

利用方程我们可以解一些应用题, 列方程解应用题有两个特点:

A. 变未知条件为已知条件, 同时参加运算;

B. 列出的式子为含有未知数的等式, 并且左右表示的数量关系一致.

1.3.3 一元二次方程

只含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2, 这样的方程叫做一元二次方程. 其一般形式为 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ (其中 ax^2 称为二次项, bx 为一次项, c 常数项, a 为二次项系数, b 为一次项系数.)

满足一个一元二次方程的每一未知数的值, 叫做这个一元二次方程的解.

一元二次方程的解法有因式分解法、直接开方法、配方法与公式法.

例 2 解方程: $(x-3)^2 = 4$.



解:方程两边开方,得 $x-3=\pm 2$,

移项,得 $x=3\pm 2$,

所以 $x_1=5$ 或 $x_2=1$.

任何一个一元二次方程用配方法将其变形为 $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$, 因此对于被开方数 $\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ 来说,只需研究 b^2-4ac (称为判别式 Δ) 如下几种情况:

(1) 当 $b^2-4ac>0$ 时,方程有两个不相等的实数根. 即 $x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

(2) 当 $b^2-4ac=0$ 时,方程有两个相等的实数根,即 $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$.

(3) 当 $b^2-4ac<0$ 时,方程没有实数根.

例3 解方程 $(x+3)(3x-4)=(x+3)^2$.

解:两边展开,得

$$3x^2+5x-12=x^2+6x+9,$$

移项,得

$$2x^2-x-21=0,$$

$$\Delta=(-1)^2-4\times 2\times (-21)>0,$$

该方程的解为:

$$x_1=-3, \quad x_2=\frac{7}{2}.$$

例4 把方程 $3x(x-1)=2(x+2)+8$ 化成一般形式,并写出它的二次项系数、一次项系数及常数项.

解:去括号,得:

$$3x^2-3x=2x+4+8.$$

移项,合并同类项,得:

$$3x^2-5x-12=0.$$

二次项系数是3;一次项系数是-5;常数项是-12.

1.3.4 二元一次方程及二元一次方程组

每个方程都有两个未知数,并且未知项的次数都是1. 像这样的方程,我们把它叫做二元一次方程. 满足一个二元一次方程的每一对未知数的值,叫做这个二元一次方程的一个解.

例如 $x=3$, $y=4$ 就是方程 $x+y=7$ 的一个解,我们把它记做: $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$

日常生活中,我们经常用二元一次的方法来研究和解决问题,如:《孙子算经》里:今有鸡兔同笼;上有三十五头;下有九十四足;问鸡兔各几何.

我们把这两个二元一次方程合在一起,就组成了一个二元一次方程组. 如:

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 3x+y=17 \end{cases}$$

使二元一次方程组的两个方程左、右两边的值都相等的两个未知数的值,叫做二元一次方

