21世纪高职高专高等数学系列教材

计算机应用数学

JISUANJI YINGYONG SHUXUE

康桂花 主编

重庆出版集团 重庆出版社

责任编辑：傅钟波
封面设计：李　娟
版式设计：何　兵

ISBN 978-7-5366-8957-2

定价：15.00元

21世纪高职高专高等数学系列教材

计算机应用数学

主 编:康桂花

重庆出版集团 重庆出版社

图书在版编目(CIP)数据

计算机应用数学/康桂花主编. —重庆：重庆出版社，2007.7

ISBN 978-7-5366-8957-2

Ⅰ. 计… Ⅱ. 康… Ⅲ. 电子计算机—应用数学—高等学校—教材 Ⅳ. TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 104958 号

计算机应用数学

JISUANJI YINGYONG SHUXUE

康桂花 主编

出 版 人：罗小卫
责任编辑：傅钟波
封面设计：李 妮
版式设计：何 兵

重庆出版集团 重庆出版社 出版

重庆市长江二路 205 号 邮政编码 400016 http://www.cqph.com

重庆升光电力印务有限公司印刷

重庆市天下图书有限责任公司发行

重庆市渝中区双钢路 3 号科协大厦 14 楼 邮政编码 400013

发行电话：(023)63659849

全国新华书店经销

开本：890mm×1 240mm 1/32 印张：6.875 字数：165 千字

版次：2007 年 7 月第 1 版 印次：2007 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5366-8957-2

定价：15.00 元

如有印装质量问题，请向重庆市天下图书有限责任公司调换：023-63658950

前　言

《计算机应用数学》是编者在将自编《计算机数学》一书应用于实际计算机类专业数学教学的基础上，经多年教学实践积累后修改而成。该书的编者既有丰富的教学经验更有多年的软件开发经验，首次在数学教材中将计算机软件开发所需的数学知识与软件开发的案例相结合，将纯理论的数学与高等数学在计算机中的实际应用相联系，将案例教学引入计算机数学的教学中；每章都有如何应用数学知识编程解决实际问题的案例，案例采用 JAVA 语言与 C++语言两种语言编写，适用性更广，可以有效的激发计算机类专业学生学习数学知识与专业知识的积极性。

该书第一章由江雪编写，第二章、第五章由赵占兴编写，第三章由龙顺刚编写，第四章由吴利辉编写，第六章由邓春淘编写，全书的案例由袁开有编写，全书由康桂花统稿。

该书适合高职高专计算机专业师生教学使用，建议理论教学学时 48 学时，实践学时 12 学时，共计学时 60 学时。建议在使用该书教学时，数学类教师应该与计算机类教师组成课程教学组，便于数学教学与计算机课程教学课程整合，体现案例教学中计算机知识的应用与掌握。

康桂花

2007 年 7 月

目 录

第 1 章 函数、极限、连续 ………… (1)

1.1 函数概念 ………… (1)

1.2 极 限 ………… (18)

1.3 连续与间断 ………… (34)

复习题 1 ………… (41)

第 2 章 导数与微分 ………… (43)

2.1 导数概念 ………… (43)

2.2 导数的基本公式与运算法则 ………… (50)

2.3 特殊函数求导法及高阶导数 ………… (60)

2.4 微 分 ………… (65)

复习题 2 ………… (71)

第 3 章 积 分 ………… (73)

3.1 不定积分的概念与性质 ………… (73)

3.2 定积分的概念与性质 ………… (87)

复习题 3 ………… (97)

第 4 章 行列式与矩阵 ………… (98)

4.1 行列式 ………… (98)

4.2 矩阵及其运算 ………… (110)

4.3 矩阵的初等变换与矩阵的秩 ………… (138)

4.4 逆矩阵 …………………………………………………… (145)
复习题 4 …………………………………………………… (151)

第 5 章 线性方程组 …………………………………………… (154)
5.1 线性方程组的消元法 …………………………………… (154)
5.2 线性方程组解的结构 …………………………………… (163)
复习题 5 …………………………………………………… (170)

第 6 章 概率和图论初步 ………………………………………… (172)
6.1 随机事件及其运算 ……………………………………… (172)
6.2 古典概率和统计定义概率 ……………………………… (179)
6.3 图论初步 ………………………………………………… (182)
复习题 6 …………………………………………………… (193)

附录 ……………………………………………………… (194)
参考答案 …………………………………………………… (200)
参考文献 …………………………………………………… (212)

第 1 章　函数、极限、连续

我们在中学学习的初等数学主要研究的是不变的量，而微积分的研究对象则是变化的量. 函数实际上就是为了表述这些变量与变量之间的关系而抽象出来的数学观念. 而极限的方法是研究变量问题的一种基本方法. 本章将介绍函数、极限和函数的连续性等基本概念以及相关性质.

§1.1　函数概念

1.1.1　函数

我们先考察几个具体例子：

例 1.1　一个自由落体，从开始下落时算起经过的时间设为 t，在这段时间中落体的位移设为 s. 若不计阻力，则 s 与 t 之间有这样的依存关系：

$$s=\frac{1}{2}gt^2（g \text{ 为重力加速度}）.$$

例 1.2　图 1-1 给出了某一天的气温变化曲线，它表现了时间 t 与气温 T 之间的依存关系：

当 t 在 $0\leqslant t\leqslant 24$ 内变化时，从曲线中可以找出气温的对应值.

以上两个例子反应了一个变量与另一个变量之间的关系，并且它们之间的关系可以通过一个关系式展示出来，这个关系式就是函数. 下面我们对函数给出如下定义：

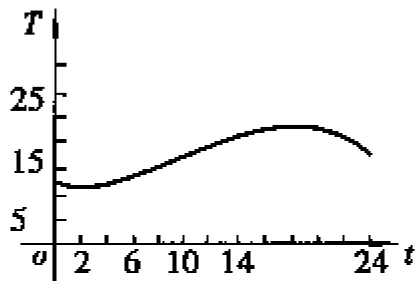

图 1-1

定义 1.1　设 $x(x \in D)$ 和 $y(y \in Y)$ 是两个变量，如果对于 D 中的每一个 x 按照一定法则 f，总能在 Y 中找到唯一的数值 y 和它对应，则称变量 y 是变量 x 的函数，记作：

$$f: x \to y \text{ 或者 } y = f(x), x \in D.$$

x 叫做自变量，y 叫做因变量，x 的变化范围 D 称为这个函数的**定义域**.

当 x 取数值 $x_0 \in D$ 时，与 x_0 对应的 y 的数值称为函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的**函数值**，记作 $f(x_0)$. 当 x 遍取 D 的各个数值时，对应的函数值全体组成的集合称为函数的**值域**，记作 W. 用集合形式可表示为

$$W = \{y \mid f(x), x \in D\}.$$

要注意的是：值域 W 并不一定就是 Y，也即 W 不一定等于 Y，它可能比 Y 小.

直角坐标平面上的点集 $\{P(x,y) \mid y = f(x), x \in D\}$ 组成的图形，称为函数 $y = f(x), x \in D$ 的图像，如图 1-2 所示.

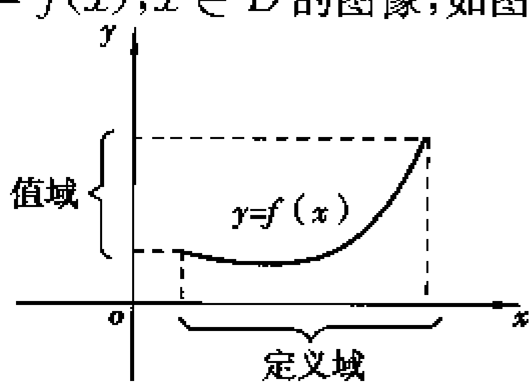

图 1-2

例 1.3 函数 $y=2x+1$ 的定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$，值域是 $W=(-\infty,+\infty)$，其图形是一条直线，如图 1-3 所示.

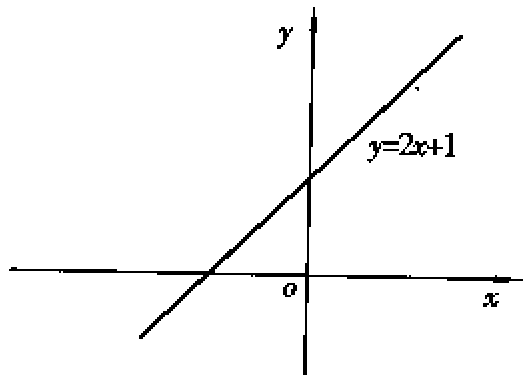

图 1-3

例 1.4 函数 $y=|x|=\begin{cases} x,(x\geqslant 0) \\ -x,(x<0) \end{cases}$ 称为绝对值函数，它的定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$，值域是 $W=[0,+\infty)$，它的图形如图 1-4 所示.

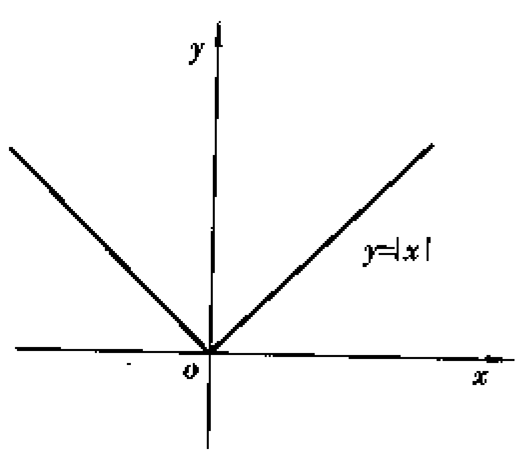

图 1-4

例 1.5 函数 $y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases} 1,(x>0) \\ 0,(x=0) \\ -1,(x<0) \end{cases}$ 称为符号函数，它的定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$，值域是 $W=\{-1,0,1\}$.

在例 4、例 5 中可以看出，有的函数要用几个式子来表示. 这种在其定义域的不同范围内，对应法则用不同的式子来表示的函数，称为**分段函数**.

1.1.2 函数的几种特性

1. 函数的有界性

如果对于属于某一区间 D 的任何 x 值总有 $|f(x)| \leqslant M$ 成立，其中 M 是一个与 x 无关的常数，那么我们称函数 $f(x)$ 在区间 D 有界；否则，称为无界. 一个函数若在它的整个定义域内有界，称为**有界函数**. 有界函数的图形必位于两条直线 $y = M$ 与 $y = -M$ 之间.

例如正弦函数 $y = \sin x$ 是有界函数，因为在它的定义区间 $(-\infty, +\infty)$ 内，有 $|\sin x| \leqslant 1$.

2. 函数的单调性

设函数 $f(x)$ 在 D 上有定义，从 D 中任意取两点 x_1、x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，总有

$$f(x_1) < f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在 D 上是单调增加的；如对 D 中任意两点 x_1、x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，总有

$$f(x_1) > f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在 D 上是单调减少的.

单调增加和单调减少的函数统称为**单调函数**. 函数的单调性反映为函数图像的上升和下降趋势，如图 1-5.

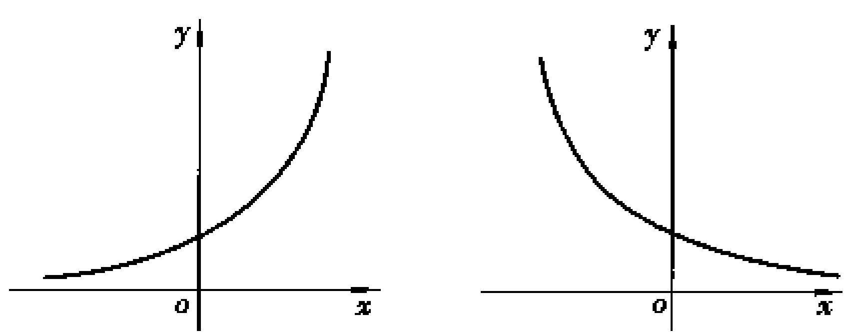

图 1-5

例如 $f(x) = x^2$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调减少，在 $[0, +\infty)$ 上单

调增加，但该函数在$(-\infty,+\infty)$上不是单调函数.

3. 函数的奇偶性

设函数$f(x)$的定义域D关于原点对称. 若对于任一$x\in D$，总有
$$f(-x)=f(x),$$
则称$f(x)$为**偶函数**.

若对于任一$x\in D$，总有
$$f(-x)=-f(x),$$
则称$f(x)$为**奇函数**.

从几何意义上看，偶函数的图形关于y轴对称，奇函数的图形关于原点对称.

例如　$f(x)=x^2$是偶函数，因为$f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$；$f(x)=x^3$是奇函数，因为$f(-x)=(-x)^3=-x^3=-f(x)$.

4. 函数的周期性

设函数$f(x)$的定义域为D. 若存在一个正数T，使得对于任一$x\in D$，有$(x\pm T)\in D$，且总有
$$f(x+T)=f(x)$$
成立，则称函数$f(x)$为**周期函数**，T称为$f(x)$的**周期**. 通常我们说周期函数的周期是指最小正周期.

例如正弦函数$\sin x$，余弦函数$\cos x$都是周期为2π的周期函数.

1.1.3　几种函数

1. 反函数

定义 1.2　设函数$y=f(x)$的定义域为D，值域为W. 若对于W中的每一个y值，在D内有唯一的满足$f(x)=y$的x值与之对应，则x也是y的函数，称它是函数$f(x)$的反函数，记作
$$x=\varphi(y),$$
或者常记作

$$x = f^{-1}(y), y \in W.$$

由定义可知，$x = f^{-1}(y)$ 与 $y = f(x)$ 互为反函数. 习惯上，用 x 表示自变量，y 表示因变量，所以反函数常习惯地表示成 $y = f^{-1}(x)$ 的形式.

给出一个函数 $y = f(x)$，要求反函数，只要把 x 用 y 表示出来，再交换 x 与 y 的位置即可.

例 1.6 求 $y = \sqrt[3]{x+1}$ 的反函数.

解 由 $y = \sqrt[3]{x+1}$ 解得 $x = y^3 - 1$，交换 x 与 y，得 $y = x^3 - 1$，即为所求反函数.

可以证明，$y = f^{-1}(x)$ 的图形与 $y = f(x)$ 的图形关于直线 $y = x$ 对称.

2. 复合函数

定义 1.3 **设 y 是 u 的函数：$y = f(u)$，而 u 又是 x 的函数：$u = g(x)$，且当 x 在某一区间 D 取值时，对应的 u 值使 y 有定义，那么称 y 是 x 的一个定义于 D 的复合函数，记作：**

$$y = f[g(x)], x \in D.$$

称 $y = f(u)$ 为**外层函数**，$u = g(x)$ 为**内层函数**，变量 u 为**中间变量**.

函数 g 与函数 f 构成的复合函数通常记为 $f^\circ g$，即

$$(f^\circ g)(x) = f[g(x)].$$

例 1.7 设 $f(x) = 4x^2 - x, g(x) = \sin x$，试写出 $f^\circ g, g^\circ f$ 的表达式.

解 $(f^\circ g)(x) = f[g(x)] = f(\sin x) = 4\sin^2 x - \sin x$，

$(g^\circ f)(x) = g[f(x)] = g(4x^2 - x) = \sin(4x^2 - x)$.

例 1.8 函数 $y = 3^{(5x-1)^2}$ 可以看成由哪些函数复合而成？

解 原函数可以看成是以下三个函数的复合而成：

$y = 3^u, u = v^2, v = 5x - 1$.

其中 u 与 v 为中间变量.

3. 函数的四则运算

设函数 $f(x)$,$g(x)$ 的定义域分别为 D_1、D_2,$D = D_1 \cap D_2 \neq \emptyset$,则我们可以定义这两个函数的下列运算:

和(差) $f \pm g$: $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x), x \in D$,

积 $f \cdot g$: $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x), x \in D$,

商 $\frac{f}{g}$: $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, x \in \{x \mid x \in D \text{ 且 } g(x) \neq 0\}$.

1.1.4 基本初等函数(性质、图像)

1. 常函数 $y = C$

(1) 函数的定义域是$(-\infty, +\infty)$,值域是$\{C\}$;

(2) 常函数的图形(图 1-6) 是一条平行于 x 轴的直线,当 $C > 0$ 是它在 x 轴上方,当 $C < 0$ 时它在 x 轴下方.

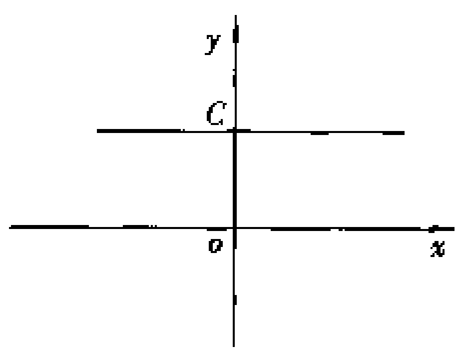

图 1-6

2. 幂函数 $y = x^{\mu}$

(1) 函数的定义域要根据 μ 的取值来定,例如,当 μ 为正整数时为$(-\infty, +\infty)$,当 μ 为负整数时为$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$;

(2) 幂函数的图形(图 1-7) 不论 μ 取何值,函数图像都经过点$(1,1)$.

3. 指数函数 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$

(1) 指数函数的定义域是$(-\infty, +\infty)$,值域是$(0, +\infty)$;

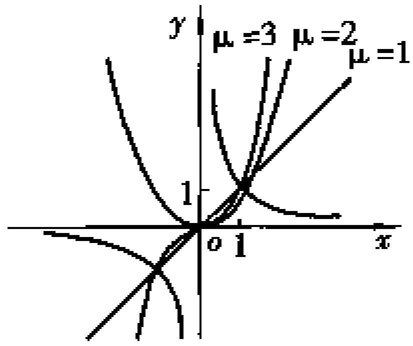

图 1-7

(2) 指数函数的图形(图 1-8)

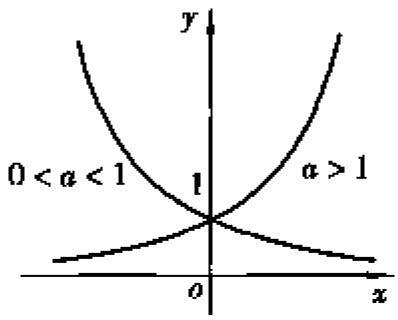

图 1-8

当 $a>1$ 时函数为严格单调增加，

当 $0<a<1$ 时函数为严格单调减少，

不论 a 为何值($a>0, a\neq 1$)，函数图形都过点(0,1).

4. 对数函数 $y=\log_a x\,(a>0, a\neq 1)$

(1) 对数函数的定义域为$(0,+\infty)$，值域为$(-\infty,+\infty)$；

(2) 对数函数的图形(图 1-9)

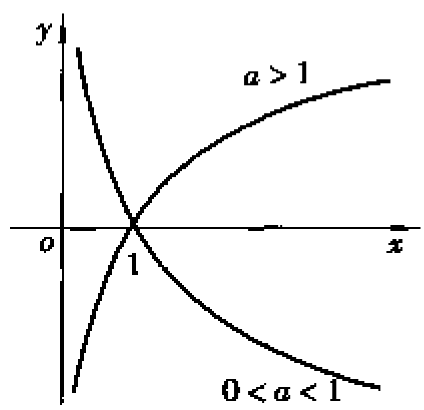

图 1-9

当 $a>1$ 时函数为严格单调增加，

当 $0 < a < 1$ 时函数为严格单调减少，
不论 a 为何值($a > 0, a \neq 1$)，
函数图形都过点(1,0).

5. 三角函数

常用的三角函数有:(自变量以弧度作为单位)

正弦函数 $y = \sin x$(图 1-10)，

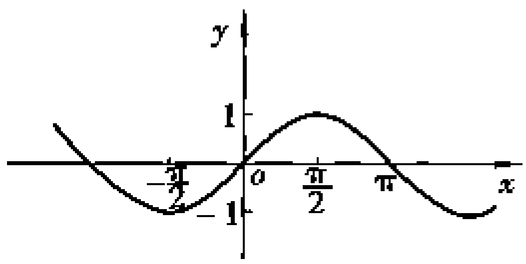

图 1-10

余弦函数 $y = \cos x$(图 1-11)，

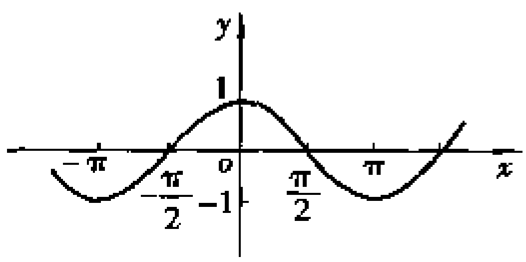

图 1-11

正切函数 $y = \tan x$(图 1-12)，

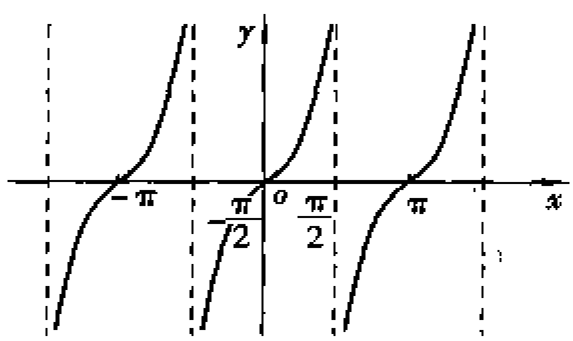

图 1-12

余切函数 $y=\cot x$(图 1-13).

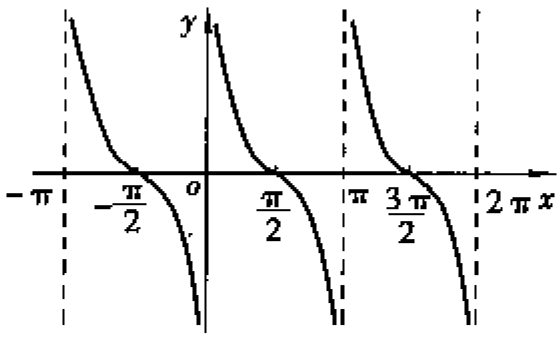

图 1-13

正弦函数、余弦函数的定义域都是$(-\infty,+\infty)$，值域都是$[-1,1]$.

正切函数的定义域是$\left\{x \middle| x\in\mathbf{R}, x\neq(2n+1)\frac{\pi}{2}, n\in\mathbf{Z}\right\}$，值域是$(-\infty,+\infty)$.

余切函数的定义域是$\{x|x\in\mathbf{R}, x\neq n\pi, n\in\mathbf{Z}\}$，值域是$(-\infty,+\infty)$.

正弦函数，余弦函数都以 2π 为周期，而正切函数和余切函数的都以 π 为周期.

正弦函数在区间$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上单调增加，在区间$\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$上单调减少.

余弦函数在区间$[0,\pi]$上单调减少，在区间$[\pi,2\pi]$上单调增加.

正弦函数在区间$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上单调增加，余切函数在区间$(0,\pi)$上单调减少.

从图像上我们可以看出，正弦函数、正切函数、余切函数在其定义域内都是奇函数，只有余弦函数在其定义域上是偶函数.

除以上常用的四个三角函数外，还有两个三角函数，它们是