

• 土木工程学术前沿丛书 •

JIANZHU JIEGOU KANGZHEN FENXI
YU JIANZHEN KONGZHI

建筑结构抗震分析 与减震控制

张敏 著



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

土木工程学术前沿丛书

TU352.1/43

2007

建筑结构抗震分析与减震控制

张 敏 著

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

建筑结构抗震分析与减震控制 / 张敏著. — 成都: 西南
交通大学出版社, 2007.12
土木工程学术前沿丛书
ISBN 978-7-81104-810-0

I. 建… II. 张… III. 建筑结构—抗震设计 IV.
TU352.104

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 199704 号

土木工程学术前沿丛书
建筑结构抗震分析与减震控制

张 敏 著

*

责任编辑 张 波

封面设计 本格设计

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031 发行部电话: 028-87600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

四川森林印务有限责任公司印刷

*

成品尺寸: 170 mm × 230 mm 印张: 13.875

字数: 248 千字

2007 年 12 月第 1 版 2007 年 12 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-81104-810-0

定价: 28.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

序

地震是一种突发性的自然灾害，强烈地震在瞬时就能对地面建筑造成严重破坏。我国是一个多地震国家，地震区分布广，历次地震表明，地震对人民生命财产造成的损失是巨大的。

为了防御地震灾害，减轻地震损失，众多学者对建筑结构抗震及减震控制进行了一系列研究，逐渐形成了结构抗震分析理论及结构减震控制理论。本书作者从攻读硕士研究生起就研究建筑结构抗震，毕业后积累了较丰富的工程实践经验，在攻读博士学位期间致力于结构减震控制理论研究，取得了不少研究成果。作者在高校工作以来，多次为硕士研究生讲授“结构抗震理论”课程，不少研究生兴趣较大，因此作者在总结多年研究成果的基础上，编写了这本书。

《建筑结构抗震分析与减震控制》一书层次分明、由浅入深、重点突出。首先采用大量的数学、力学原理，结合自己的研究成果详尽阐述了结构抗震分析的基本理论，包括扭转耦联振型分解反应谱法、时程分析法、静力弹塑性分析、弹性结构随机振动分析、结构延性分析等，使读者能清晰地掌握结构抗震分析的基本原理；然后作者在总结自己研究成果的基础上，介绍了结构减震控制的基本原理，包括结构隔震反应分析、结构消能与被动调谐减震分析、结构主动控制等。在此，作者提出了隔震反应谱，给出了隔震结构、消能减震结构、被动调谐减震结构的实用计算方法，在结构主动控制分析中，提出了能同时控制结构位移、速度、加速度的线性最优控制算法和瞬时最优控制算法，另外作者还对微分形式 Riccati 方程的求解进行了改进，这些成果都是作者研究中的创新。

《建筑结构抗震分析与减震控制》一书特色鲜明、资料丰富、内容新颖。在承袭传统结构抗震与减震控制理论的基础上，体现了作者不少研究成果，为读者提供了一本建筑结构抗震设计及建筑结构抗震与减震控制研究的理论工具，相信会受到结构工程、防灾减灾工程与防护工程等领域读者的欢迎。

陈建威
2007 28
11

前 言

地震是一种突发性的自然灾害，对人类社会构成严重威胁。结构抗震是目前建筑工程必须解决的问题之一。衡量一个建筑结构是否具有生命力，其抗震能力是一个重要指标，结构抗震理论研究已是土木工程的热点课题之一。但历次地震表明，结构抗震理论存在明显缺陷，主要表现在结构在大震作用下仅能保证结构不发生倒塌，但破坏非常严重，这对于具有较高要求的建筑是难以满足需要的，由此提出了结构减震控制的概念。它是通过调整结构自振周期，或增大结构阻尼，或施加外力作用以大大减小结构地震反应，确保结构本身及结构中人、设备、仪器、装修的安全并能处于正常使用状态，从而产生了隔震体系、消能减震体系、被动调谐减震体系、主动控制体系等。目前，结构减震控制已是土木工程研究的热点课题之一。

本书根据作者为结构工程研究生讲授“结构抗震理论”的基础上编写而成。本书的部分内容已为研究生讲授多次，不少研究生兴趣较大，因此在总结作者多年研究成果的基础上，编写了这本书。在编写过程中，力求突出下列特点：

(1) 为结构抗震及减震控制研究提供理论工具，同时注意理论与实践结合。

(2) 写法上力求逻辑性强，大量采用数学、力学原理。

(3) 总结作者多年研究和教学经验，注意吸收国内外最新研究成果。

本书内容共分两篇。第一篇是结构抗震分析理论，包括扭转耦联振型分解反应谱法、时程分析法、静力弹塑性分析、弹性结构随机振动分析、结构延性分析五部分。作者结合自己的研究成果，详细阐述了结构抗震理论的一些重要内容，如梁、柱、墙及连梁单元刚度矩阵的建立，结构弹性及弹塑性刚度矩阵建立，结构延性分析中剪切变形的影响以及结构抗震能力评估等。第二篇是结构减震控制理论，主要包括结构隔震反应分析、结构消能与被动调谐减震分析、结构主动控制等。作者结合自己的研究成果，介绍了结构减震控制的基本原理和分析方法，提出了隔震反应谱，给出了隔震结构、消能减震结构、被动调谐减震结构的实用计算方法，另外作者在结构主动控制分析中，提出了能同时控制结构位移、速度、加速度的线性最优控制算法和瞬时最优控制算法。

应该指出的是，结构抗震和减震控制理论内容十分丰富，作者难以面面俱到，因此有不少内容本书未能涉及，计划在今后的研究和教学中逐渐完善充实。

由于作者水平有限，书中错误、不妥之处在所难免，衷心希望读者批评指正。

张 敏

2007 年 11 月于南昌

目 录

第一篇 建筑结构抗震分析

第 1 章 扭转耦联振型分解反应谱法	(1)
1.1 概 述	(1)
1.2 刚度中心与质量中心	(2)
1.3 单层偏心结构的振动	(3)
1.4 多层偏心结构的振动	(5)
1.5 偏心结构的地震作用	(8)
第 2 章 结构时程分析	(13)
2.1 概 述	(13)
2.2 构件恢复力特性及模型	(14)
2.3 结构时程分析计算模型及刚度矩阵	(20)
2.4 质量矩阵	(40)
2.5 阻尼矩阵	(41)
2.6 地震波的选取与调整	(45)
2.7 地震反应方程求解的数值积分法	(47)
2.8 恢复力模型临界点的判别	(53)
第 3 章 结构静力弹塑性分析	(56)
3.1 基本假定	(56)
3.2 荷载模式	(57)
3.3 计算过程	(58)
3.4 二次矩影响的考虑	(58)
3.5 结构控制机构	(60)
第 4 章 弹性结构随机振动分析	(61)
4.1 随机过程的数字特征	(61)
4.2 平稳随机过程的主要性质	(62)
4.3 单自由度线弹性体系的随机地震分析	(64)
4.4 地面运动加速度谱密度	(65)
4.5 多自由度线弹性体系的随机地震分析	(68)

第 5 章 结构延性分析	(78)
5.1 单调荷载作用下的延性	(78)
5.2 材料的变形性能	(83)
5.3 截面的曲率延性	(93)
5.4 单调荷载作用下构件 $P-\Delta$ 关系	(105)
5.5 周期反复荷载作用下构件 $P-\Delta$ 关系	(127)
5.6 框架结构的延性	(139)
5.7 建筑结构抗震能力评估	(147)

第二篇 建筑结构减震控制

第 6 章 结构隔震反应分析	(150)
6.1 概 述	(150)
6.2 夹层橡胶垫的力学性能	(152)
6.3 隔震结构动力分析模型及振动方程	(160)
6.4 单自由度体系隔震效果分析	(163)
6.5 多自由度隔震结构振动方程的求解	(165)
6.6 隔震结构的实用计算	(167)
第 7 章 结构消能与被动调谐减震分析	(174)
7.1 消能减震结构的能量原理	(174)
7.2 消能减震结构的分类及其优越性	(175)
7.3 结构消能减震机理	(177)
7.4 消能减震结构分析方法	(179)
7.5 减震耗能装置的恢复力模型	(187)
7.6 结构被动调谐减震控制基本概念	(188)
7.7 单质点结构直接承受简谐激励的减震控制原理	(189)
7.8 单质点体系基底受地震激励的调谐减震控制	(192)
7.9 多质点体系基底受地震激励的调谐减震控制	(195)
7.10 多质点调谐减震结构地震作用的实用计算	(197)
第 8 章 结构主动控制	(199)
8.1 主动控制系统的构成	(199)
8.2 主动控制的减震机理	(200)
8.3 最优控制算法	(202)
参考文献	(213)

第一篇

建筑结构抗震分析

第1章 扭转耦联振型分解反应谱法

1.1 概 述

结构在地震作用下，除发生平移振动外，还会发生扭转振动，其原因主要有以下两点：

(1) 地震时地面振动存在转动分量，并且地面各点的振动存在相位差，即使是完全对称的结构，地震时也不可避免地存在着扭转振动。

(2) 结构本身存在偏心，结构的刚度中心与质量中心难以做到完全重合。这是因为：

① 结构布置难以做到完全对称，结构刚度具有不确定性。

钢筋混凝土结构在荷载作用下常常是带裂缝工作，其刚度难以准确确定，再加上混凝土本身的非线性性质，使得钢筋混凝土结构的刚度难以准确计算，造成结构的刚度中心无法准确确定。

② 结构的质量分布具有不确定性。

结构的重力荷载一般由恒载和活载构成，活载的大小和分布本身就具有随机性，因此结构的质量中心具有不确定性。

由上可见，地震时无论结构是否规则、对称，扭转振动总是存在，分析水平地震作用下的扭转性能是有实际意义的。

我国《建筑抗震设计规范》(GB50011—2001) (以下简称《抗震规范》) 规定：规则结构不进行扭转耦联计算时，平行于地震作用方向的两个边榀，其地震作用效应应乘以增大系数。一般情况下，短边可按 1.15 采用，长边可按

1.05 采用；当扭转刚度较小时，宜按不小于 1.3 采用。

我国《高层建筑混凝土结构技术规程》(JGJ3—2002 J186—2002) (以下简称《高层规程》) 规定：计算单向地震作用时应考虑偶然偏心的影响。每层质心沿垂直于地震作用方向的偏移值可按式采用

$$e_i = \pm 0.05L_i \quad (1.1)$$

式中 e_i ——第 i 层质心偏移值 (m)，各楼层质心偏移方向相同；

L_i ——第 i 层垂直于地震作用方向的建筑物总长度 (m)。

1.2 刚度中心与质量中心

如图 1.1 所示计算简图， $k_{x1}, k_{x2}, \dots, k_{xm}$ 为 x 方向抗侧力构件的侧移刚度， $k_{y1}, k_{y2}, \dots, k_{yn}$ 为 y 方向抗侧力构件的侧移刚度，对于如图 1.1 所示坐标，可得结构的刚度中心 (x_c, y_c)

$$x_c = \frac{\sum_{j=1}^i k_{yj} x_j}{\sum_{j=1}^i k_{yj}} \quad (1.2a)$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n k_{xi} y_i}{\sum_{i=1}^n k_{xi}} \quad (1.2b)$$

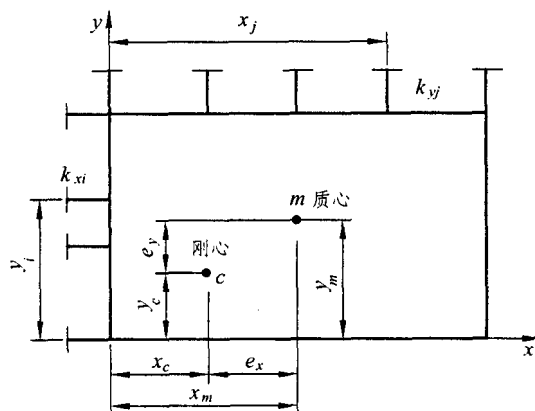


图 1.1 计算简图

式中 k_{yj} ——平行于 y 轴的第 j 片抗侧力构件的侧移刚度；

k_{xi} ——平行于 x 轴的第 i 片抗侧力构件的侧移刚度；

x_j, y_i ——分别为第 j 片、第 i 片抗侧力构件的 x 坐标、 y 坐标。

设结构的质量中心坐标为 (x_m, y_m) ，因此结构在 x 和 y 方向上刚度中心与质量中心的距离，即偏心距分别为

$$e_x = x_c - x_m \quad (1.3a)$$

$$e_y = y_c - y_m \quad (1.3b)$$

1.3 单层偏心结构的振动

由于水平地震作用通过结构的质量中心，而各抗侧力构件恢复力的合力通过结构的刚度中心，因此，水平地震作用使结构产生平移振动的同时，还产生绕刚度中心的扭转振动。

图 1.2 所示单层刚性屋盖结构，在 x 及 y 方向上均受地震作用，且地面平动加速度分别为 $\ddot{u}_{gx}, \ddot{u}_{gy}$ ，扭转角加速度为 $\ddot{\varphi}_g$ 。取转动质量中心为坐标原点，令质量中心在 x 及 y 方向位移分别为 u_x, u_y ，屋盖绕通过质量中心 m 的竖轴转角为 φ （以逆时针转动为正），则第 i, j 个抗侧力构件沿 x, y 方向的位移分别为

$$u_{xi} = u_x - y_i \varphi \quad (1.4a)$$

$$u_{yj} = u_y + x_j \varphi \quad (1.4b)$$

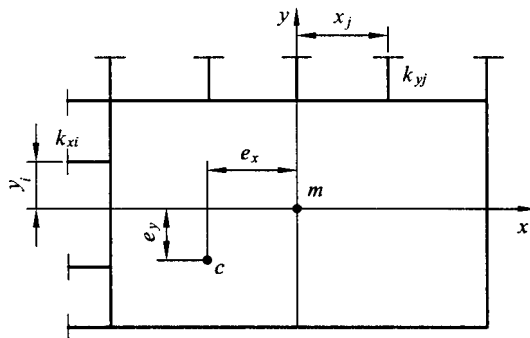


图 1.2 单层偏心结构

因此运动方程为

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{u}_x + \sum_{i=1}^n c_{xi}(\dot{u}_x - y_i\dot{\varphi}) + \sum_{i=1}^n k_{xi}(u_x - y_i\varphi) &= -m\ddot{u}_{gx} \\ m\ddot{u}_y + \sum_{j=1}^t c_{yj}(\dot{u}_y + x_j\dot{\varphi}) + \sum_{j=1}^t k_{yj}(u_y + x_j\varphi) &= -m\ddot{u}_{gy} \\ J\ddot{\varphi} - \sum_{i=1}^n c_{xi}(\dot{u}_x - y_i\dot{\varphi})y_i + \sum_{j=1}^t c_{yj}(\dot{u}_y + x_j\dot{\varphi})x_j - \\ &\quad \sum_{i=1}^n k_{xi}(u_x - y_i\varphi)y_i + \sum_{j=1}^t k_{yj}(u_y + x_j\varphi)x_j = -J\ddot{\varphi}_g \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

整理, 得

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} m & & \\ & m & \\ & & J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{x\varphi} \\ 0 & c_{yy} & c_{y\varphi} \\ c_{\varphi x} & c_{\varphi y} & c_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \dot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{x\varphi} \\ 0 & k_{yy} & k_{y\varphi} \\ k_{\varphi x} & k_{\varphi y} & k_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} \\ &= - \begin{bmatrix} m & & \\ & m & \\ & & J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gx} \\ \ddot{u}_{gy} \\ \ddot{\varphi}_g \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\left. \begin{aligned} c_{xx} &= \sum_{i=1}^n c_{xi} \\ c_{yy} &= \sum_{j=1}^t c_{yj} \\ c_{\varphi\varphi} &= \sum_{i=1}^n c_{xi}y_i^2 + \sum_{j=1}^t c_{yj}x_j^2 \\ c_{x\varphi} &= c_{\varphi x} = - \sum_{i=1}^n c_{xi}y_i \\ c_{y\varphi} &= c_{\varphi y} = \sum_{j=1}^t c_{yj}x_j \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

$$\left. \begin{aligned} k_{xx} &= \sum_{i=1}^n k_{xi} \\ k_{yy} &= \sum_{j=1}^t k_{yj} \\ k_{\varphi\varphi} &= \sum_{i=1}^n k_{xi}y_i^2 + \sum_{j=1}^t k_{yj}x_j^2 \\ k_{x\varphi} &= k_{\varphi x} = - \sum_{i=1}^n k_{xi}y_i \\ k_{y\varphi} &= k_{\varphi y} = \sum_{j=1}^t k_{yj}x_j \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

式中 m ——集中于屋盖的总质量；

J ——屋盖绕 z 轴的转动惯量；

k_{xx}, k_{yy} ——分别为屋盖在 x, y 方向的平动刚度；

$k_{\varphi\varphi}$ ——屋盖的抗扭刚度。

由于原点在质心，由式 (1.3) 得 $e_x = x_c, e_y = y_c$ ，得

$$k_{x\varphi} = k_{\varphi x} = - \sum_{i=1}^n k_{xi} y_i = - e_y k_{xx} \quad (1.9a)$$

$$k_{y\varphi} = k_{\varphi y} = \sum_{j=1}^i k_{yj} x_j = e_x k_{yy} \quad (1.9b)$$

式 (1.6) 可写为

$$\begin{bmatrix} m \\ m \\ J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{x\varphi} \\ 0 & c_{yy} & c_{y\varphi} \\ c_{\varphi x} & c_{\varphi y} & c_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \dot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & -e_y k_{xx} \\ 0 & k_{yy} & e_x k_{yy} \\ -e_y k_{xx} & e_x k_{yy} & k_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m \\ m \\ J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gx} \\ \ddot{u}_{gy} \\ \ddot{\varphi}_g \end{Bmatrix} \quad (1.10)$$

1.4 多层偏心结构的振动

图 1.3 为一 n 层结构简图，假定楼屋盖均为刚性楼屋盖，每层均有 3 个自由度。

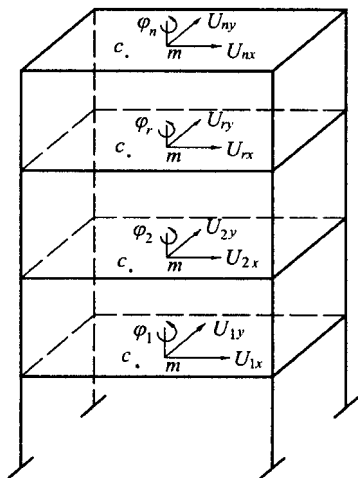


图 1.3 多层偏心结构简图

水平地震作用下, 振动方程为

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = -[M]\{\ddot{U}_g\} \quad (1.11)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} [m] & & \\ & [m] & \\ & & [J] \end{bmatrix}$$

$$[m] = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_n \end{bmatrix}, \quad [J] = \begin{bmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & J_n \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} [c_{xx}] & [0] & [c_{x\varphi}] \\ [0] & [c_{yy}] & [c_{y\varphi}] \\ [c_{\varphi x}] & [c_{\varphi y}] & [c_{\varphi\varphi}] \end{bmatrix}$$

$$[c_{xx}] = \begin{bmatrix} c_{xx}^{11} & c_{xx}^{12} & \cdots & c_{xx}^{1n} \\ c_{xx}^{21} & c_{xx}^{22} & \cdots & c_{xx}^{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{xx}^{n1} & c_{xx}^{n2} & \cdots & c_{xx}^{nm} \end{bmatrix}$$

$$[c_{x\varphi}] = [c_{\varphi x}]^T = \begin{bmatrix} c_{x\varphi}^{11} & c_{x\varphi}^{12} & \cdots & c_{x\varphi}^{1n} \\ c_{x\varphi}^{21} & c_{x\varphi}^{22} & \cdots & c_{x\varphi}^{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{x\varphi}^{n1} & c_{x\varphi}^{n2} & \cdots & c_{x\varphi}^{nm} \end{bmatrix}$$

$$[c_{\varphi\varphi}] = \begin{bmatrix} c_{\varphi\varphi}^{11} & c_{\varphi\varphi}^{12} & \cdots & c_{\varphi\varphi}^{1n} \\ c_{\varphi\varphi}^{21} & c_{\varphi\varphi}^{22} & \cdots & c_{\varphi\varphi}^{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{\varphi\varphi}^{n1} & c_{\varphi\varphi}^{n2} & \cdots & c_{\varphi\varphi}^{nm} \end{bmatrix}$$

$$c_{xx}^r = \sum_i c_{xi}^r, \quad c_{x\varphi}^r = \sum_i c_{xi}^r y_i^r, \quad c_{\varphi\varphi}^r = \sum_i c_{xi}^r y_i^r y_i^r + \sum_j c_{yj}^r x_j^r x_j^r$$

$[c_{yy}]$ 和 $[c_{xx}]$ 相似, 而 $[c_{y\varphi}] (= [c_{\varphi y}]^T)$ 与 $[-c_{x\varphi}] (= [-c_{\varphi x}]^T)$ 相似, 只需将后者中的角标 x 换成 y , 而 y 换成 x 即可。

$$[K] = \begin{bmatrix} [k_{xx}] & [0] & [k_{x\varphi}] \\ [0] & [k_{yy}] & [k_{y\varphi}] \\ [k_{\varphi x}] & [k_{\varphi y}] & [k_{\varphi\varphi}] \end{bmatrix}$$

$$[k_{xx}] = \begin{bmatrix} k_{xx}^{11} & k_{xx}^{12} & \cdots & k_{xx}^{1n} \\ k_{xx}^{21} & k_{xx}^{22} & \cdots & k_{xx}^{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ k_{xx}^{n1} & k_{xx}^{n2} & \cdots & k_{xx}^{nn} \end{bmatrix}$$

$$[k_{xy}] = [k_{yx}]^T = (-1) \begin{bmatrix} k_{xx}^{11}e_{y1} & k_{xx}^{12}e_{y2} & \cdots & k_{xx}^{1n}e_{yn} \\ k_{xx}^{21}e_{y1} & k_{xx}^{22}e_{y2} & \cdots & k_{xx}^{2n}e_{yn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ k_{xx}^{n1}e_{y1} & k_{xx}^{n2}e_{y2} & \cdots & k_{xx}^{nn}e_{yn} \end{bmatrix}$$

$$[k_{\varphi\varphi}] = \begin{bmatrix} k_{\varphi\varphi}^{11} & k_{\varphi\varphi}^{12} & \cdots & k_{\varphi\varphi}^{1n} \\ k_{\varphi\varphi}^{21} & k_{\varphi\varphi}^{22} & \cdots & k_{\varphi\varphi}^{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ k_{\varphi\varphi}^{n1} & k_{\varphi\varphi}^{n2} & \cdots & k_{\varphi\varphi}^{nn} \end{bmatrix}$$

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} \{u_x\} \\ \{u_y\} \\ \{\varphi\} \end{Bmatrix}, \{u_x\} = \begin{Bmatrix} u_{1x} \\ u_{2x} \\ \vdots \\ u_{nx} \end{Bmatrix}, \{u_y\} = \begin{Bmatrix} u_{1y} \\ u_{2y} \\ \vdots \\ u_{ny} \end{Bmatrix}, \{\varphi\} = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{Bmatrix}$$

$$\{\ddot{U}_g\} = \begin{Bmatrix} \{1\}\ddot{u}_{gx} \\ \{1\}\ddot{u}_{gy} \\ \{1\}\ddot{\varphi}_g \end{Bmatrix}$$

式中 k_{xx}^r ——仅楼盖 s 在 x 方向发生单位位移, 在楼盖 r 处产生的反力

$$k_{xx}^r = \sum_i k_{xi}^r$$

k_{xi}^r ——仅第 s 层发生单位位移, 结构沿 x 方向第 i 个抗侧力构件在第 r 层楼盖处的反力;

$k_{\varphi\varphi}^r$ ——仅楼盖 s 对通过质心的竖轴发生单位转角 (逆时针方向为正), 在楼盖 r 处产生的反力矩

$$k_{\varphi\varphi}^r = \sum_i k_{xi}^r y_i^s y_i^r + \sum_j k_{yj}^r x_j^s x_j^r$$

$[k_{yy}]$ 和 $[k_{xx}]$ 相似, 而 $[k_{xy}] (= [k_{yx}]^T)$ 与 $[-k_{xy}] (= [-k_{yx}]^T)$ 相似, 只需将后者中的角标 x 换成 y , 而 y 换成 x 即可。

1.5 偏心结构的地震作用

1.5.1 振型分解法

对振动方程 (1.11) 采用振型分解, 令

$$\{U\} = [A]\{q\} \quad (1.12)$$

$$[A] = [\{A\}_1 \{A\}_2 \cdots \{A\}_j \cdots \{A\}_n]$$

$$\begin{aligned} \{A\}_j &= [\{X\}_j^T \{Y\}_j^T \{\Phi\}_j^T]^T \\ &= [X_{ji} \cdots X_{jn} Y_{j1} \cdots Y_{jn} \Phi_{j1} \cdots \Phi_{jn}]^T \end{aligned}$$

式中 $[A]$ ——振型矩阵;

$\{q\}$ ——广义坐标向量。

采用瑞雷阻尼

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (1.13)$$

将式 (1.12)、式 (1.13) 分别代入 (1.11), 再在方程等号两边分别左乘矩阵 $\{A\}_j$, 化简, 得

$$\ddot{q}_j + 2\xi_j\omega_j\dot{q}_j + \omega_j^2q_j = -\frac{\{A\}_j^T[M]\{\ddot{U}_g\}}{\{A\}_j^T[M]\{A\}_j} \quad (1.14)$$

化简, 得

$$\begin{aligned} &\ddot{q}_j + 2\xi_j\omega_j\dot{q}_j + \omega_j^2q_j \\ &= -\frac{\{X\}_j^T[m]\{1\}\ddot{u}_{gx} + \{Y\}_j^T[m]\{1\}\ddot{u}_{gy} + \{\Phi\}_j^T[J]\{1\}\ddot{\phi}_g}{\{X\}_j^T[m]\{X\}_j + \{Y\}_j^T[m]\{Y\}_j + \{\Phi\}_j^T[J]\{\Phi\}_j} \end{aligned} \quad (1.15)$$

化简, 得

$$\ddot{q}_j + 2\xi_j\omega_j\dot{q}_j + \omega_j^2q_j = -\gamma_{xj}\ddot{u}_{gx} - \gamma_{yj}\ddot{u}_{gy} - \gamma_{\varphi j}\ddot{\phi}_g \quad (1.16)$$

式中 ω_j ——第 j 振型圆频率;

ξ_j ——第 j 振型阻尼比;

γ_{xj} , γ_{yj} , $\gamma_{\varphi j}$ ——分别为相应地震动加速度 $\ddot{u}_{gx}$, $\ddot{u}_{gy}$, $\ddot{\phi}_g$ 作用, 第 j 振型参与系数, 按 (1.17) 计算。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{xj} &= \frac{\sum_i X_{ji} G_i}{\sum_i X_{ji}^2 G_i + \sum_i Y_{ji}^2 G_i + \sum_i r_i^2 \Phi_{ji}^2 G_i} \\ \gamma_{yj} &= \frac{\sum_i Y_{ji} G_i}{\sum_i X_{ji}^2 G_i + \sum_i Y_{ji}^2 G_i + \sum_i r_i^2 \Phi_{ji}^2 G_i} \\ \gamma_{\varphi j} &= \frac{\sum_i r_i^2 \Phi_{ji} G_i}{\sum_i X_{ji}^2 G_i + \sum_i Y_{ji}^2 G_i + \sum_i r_i^2 \Phi_{ji}^2 G_i} \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

式中 G_i ——第 i 层楼盖的重力荷载代表值；

r_i ——第 i 层楼盖的回转半径

$$r_i = \sqrt{\frac{J_i}{m_i}}$$

1.5.2 地震作用计算

1. 单向水平地震作用计算

根据地震反应谱理论，弹性结构在单向水平地震动加速度 $\ddot{u}_{gx}$ 或 $\ddot{u}_{gy}$ 作用下，第 j 振型地震作用分别按 (1.18) 计算

$$\left. \begin{aligned} F_{xji} &= \alpha_{ij} \gamma_{ij} X_{ji} G_i \\ F_{yji} &= \alpha_{ij} \gamma_{ij} Y_{ji} G_i \\ M_{\varphi ji} &= \alpha_{ij} \gamma_{ij} r_i^2 \Phi_{ji} G_i \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

式中， t 根据单向地震作用方向，分别取 x 或 y 。

若地震作用方向与 x 轴夹角为 θ ，则 $\gamma_{ij} = \gamma_{xj} \cos \theta + \gamma_{yj} \sin \theta$ 。

当考虑单向水平地震作用下的扭转耦联地震作用效应时，由于各振型频率比较接近，应当考虑相近频率、振型之间的相关性。根据随机振动理论，可按完全二次均方根法 (CQC 法)，计算地震作用效应

$$S = \sqrt{\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \rho_{jk} S_j S_k} \quad (1.19)$$

$$\rho_{jk} = \frac{8\xi_j \xi_k (1 + \lambda_T) \lambda_T^{1.5}}{(1 - \lambda_T^2)^2 + 4\xi_j \xi_k (1 + \lambda_T)^2 \lambda_T}$$

式中 S ——考虑扭转的地震作用效应，一般 $m=9\sim 15$ ；

ρ_{jk} —— j, k 振型的耦系数；

λ_T —— k 振型与 j 振型的自振周期比；

ξ_j, ξ_k ——分别为 j, k 振型的阻尼比；

S_j, S_k —— j, k 振型地震作用产生的作用效应，一般需考虑的总振型数 $m=9\sim 15$ 。

当结构扭转变形很小，以单向平动变形为主，该方向各阶振型自振周期一般相差较大：当 $\lambda_T < 0.7$ 时， $\rho_{jk} \approx 0$ ；仅当 $j=k$ 时， $\lambda_T=1$ ， $\rho_{jk}=1$ ，这时 CQC 法退化为 SRSS 法，即式 (1.19) 退化为式 (1.19a)

$$S = \sqrt{\sum_{j=1}^m S_j^2} \quad (1.19a)$$