



金太阳系列丛书

领军教辅 畅销十年

丛书主编 陈东旭

金太阳 考案

—— 高考第一轮复习用书(A版)

数学

江西金太阳教育研究所 编著

江西高校出版社





金太阳系列丛书

丛书主编 陈东旭

金太阳 考案

——高考第一轮复习用书(A版)

数 学

江西金太阳教育研究所 编著

主 编:葛立其

副主编:刘光清 贺清和 韦万祥

编 委:(按姓氏笔画排列)

韦万祥	刘光清	刘祖希	吕 新
朱家国	江厚利	闵 睿	贺清和
饶水扬	夏慧莲	徐 峰	袁永平
黄桂如	葛立其	熊志远	翟元月

江西高校出版社



金太阳系列丛书



丛书主编 陈东旭

图书在版编目(CIP)数据

金太阳考案. 高考第一轮复习用书. A 版. 数学/江西
金太阳教育研究所编著. —南昌: 江西高校出版社,
2007.5

(金太阳系列丛书/陈东旭主编)

ISBN 978-7-81075-910-6

I. 金… II. 江… III. 数学课—高中—升学参考
资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007) 第 069140 号

——高中数学第一轮复习用书(A 版)

数学

江西金太阳教育研究所编著

出版发行	江西高校出版社
社 址	江西省南昌市洪都北大道 96 号
邮政编码	330046
电 话	(0791)8529392, 8504319
网 址	www.juacp.com
印 刷	江西农业大学印刷厂
照 排	江西金太阳教育研究有限公司照排部
经 销	各地新华书店
开 本	889mm × 1194mm 1/16
印 张	106.75
字 数	4056 千字
版 次	2007 年 5 月第 1 版第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-81075-910-6
定 价	207.50 元(全套共 7 册)

版权所有 侵权必究

前言

如果把升初中、升高中、升大学三次考试定义为人生三级跳,那么高考无疑是最关键、最重要的一跳,是人生从校园走向社会的第一站。希望这套《金太阳考案》能帮助你在高考中最大限度地发挥聪明才智,使你在将来回顾所经历过的这一站时为自己的表现而骄傲,面对未来充满自信。

本套书依据学科特点,打破传统体系,从学生的视角切实优化解题方法;全新整合教学大纲、考试大纲的相关内容,力求探索一条解决问题的捷径。

在这里,我们注重的是知识的系统性、方法的技巧性、思维的规律性。

在这里,能让你把所学的知识融会贯通;在这里,会让你的能力举一反三;在这里,你学到的将不只是一首歌,而是能唱每一首歌的方法、技巧与规律。

本册为数学分册。

每章开始设有复习综述,具体栏目有:

考纲要求 既叙述了 2007 年考试大纲的最新要求,又结合近年来高考试题的实际命题趋势,综合全国名师的备考经验,专门列出“高考实际要求的层次”,让师生明确大纲要求与实际考试要求,前瞻 2008 年高考方向,有利于师生以“考试要求”为本,以“高考实际要求”为补充,达到精确把握高考,轻松驾驭高考的目的。

知识框图 以框图形式扼要展示本章知识体系,理清知识脉络框架,有机整合各知识点的相互联系,帮助学生理清思路,宏观把握整章知识结构,显示各知识点的交汇与联系,让师生可明确高考试题的“命题点”。

复习指导 从指导性的角度叙述全国名师最有效的复习方法,综述复习备考的策略,帮助师生更有效地复习,对学生、对教师都有很好的指导作用。

各小节复习的具体栏目:

知识精要 叙述各小节的重要基础知识(包括定义、定理、公式)与重要规律,重点叙述,有利记忆,方便使用,其目的是让学生全面掌握有关知识,巩固基础。

例题精讲 根据本小节的内容与高考要求,结合主要题型和解题技巧,选择了若干例题,以“分析—解析—点评”的形式编写,揭示解题方法、技巧与规律。例题后均配有备选题。

错解剖析 在本小节知识的易错点上选一道错解题,对错误根源进行分析,揭示错误原因,提出规避技巧,有利于引起学生警惕,提高解题正确率。

方法归纳 叙述本小节常用的经典的解题方法与技巧,揭示数学思想,提高学生解题能力。

针对训练 在内容上分为基础练习、能力提高两个部分,供学生在复习完本节内容后自我测试之用。题目设置符合高考试题的命题趋势,既能训练解题技巧,又能检查复习的实际效果,让学生做到胸中有数。

每章结束设有章末小结,具体栏目有:

题型归纳 根据本章内容,以面向高考、重视综合为原则,根据高考试题的发展趋向,归纳出若干个高考热点题型,选取经典例题,采用“分析—解析—点评”的形式,以利于师生掌握高考的题型特点。

考题试解 选取 2006 年高考真题中有关本章内容的有趋势性的代表题型,供学生在学完知识精要后练习之用,既有训练与检测的功能,又有了解高考趋势的作用。

本章测试 综合检查学生对本章内容的掌握情况,以利于查漏补缺。



金太阳系列丛书

以下学校参与本丛书的编写,在此鸣谢:

- 北京市:** 北京四中 北京景山学校 清华大学附中 北师大附属实验中学
首都师大附中 北师大附中 北京二中 北京二十中
- 天津市:** 南开中学 耀华中学 天津实验中学 大港一中
- 河北省:** 邯郸一中 唐山市一中 衡水中学 正定中学
遵化一中
- 内蒙古:** 内蒙古师大附中 呼和浩特市二中 赤峰市二中
- 山西省:** 太原五中 临汾一中 平遥中学 运城中学
大同一中 晋城一中 怀仁县一中 沁县中学 太原市尖草坪区第一中学
- 辽宁省:** 沈阳市二中 东北育才中学 鞍山市一中 庄河高中
- 吉林省:** 东北师大附中 省实验中学 长春市实验中学 吉林市一中
延边市二中 松原前郭五中 松原市第二中学
- 黑龙江:** 鹤岗市一中 哈尔滨市九中 鸡西市一中 齐齐哈尔市一中
- 江苏省:** 南京师大附中 南京外国语学校 南京一中 南通中学
启东中学 姜堰中学 盐城中学 徐州一中
张家港高中
- 浙江省:** 杭州高级中学 浙江大学附中 宁波效实中学 绍兴市第一中学
金华市一中 浙师大附中 东阳中学 衢州二中
绍兴柯桥中学 温州中学
- 山东省:** 省实验中学 济南市一中 青岛市二中 曲阜师大附中
潍坊市一中 滨州市北镇中学 烟台市二中
济宁市实验中学 牟平一中
- 安徽省:** 合肥市一中 桐城市桐城中学 马鞍山市二中 安庆市一中
濉溪中学
- 福建省:** 福建师大附中 南平高级中学 福州三中 厦门市第一中学
龙岩一中 漳州市第一中学
- 河南省:** 河南大学附中 开封市高中 潢川一中 新乡市一中
平舆二高
- 湖北省:** 华师一附中 黄冈中学 新州一中 浠水一中
大悟一中 随州一中 宜城一中 京山一中
宜昌夷陵中学 天门中学 天门实验高中 松滋一中

湖南省: 湖南师大附中 长沙市一中 郴州市一中 株洲市二中
衡阳市八中 洞口县三中 沅江市三中 岳阳市一中
岳阳县一中 桑植一中 株洲市南方中学

广东省: 华南师大附中 广东省实验中学 汕头金山中学 惠州市一中
深圳教育学院附中 顺德市一中 高州中学

广西: 广西师大附中 南宁市二中 桂林教科所 桂林市临桂中学
柳州市一中 柳州市教科所

四川省: 成都市七中 成都石室中学 成都市十二中 四川师大附中
双流中学 绵阳高中 南充高级中学 攀枝花市三中
四川省外国语学校

重庆市: 西南师大附中 重庆市一中 重庆市十一中 重庆市三中
重庆市八中

贵州省: 安顺二中 贵阳师大附中 兴义市一中 瓮安县中学
毕节一中

云南省: 昆明市一中 保山市下村中学 宣威一中 大理一中
曲靖一中 文山州一中

西藏: 拉萨中学

陕西省: 陕西师大附中 西安中学 安康中学 延安中学
渭南市瑞泉中学 咸阳中学 韩城象山中学 绥德中学
榆林市第一中学 榆林中学 西安市铁一中

甘肃省: 西北师大附中 兰州市一中 天水一中

宁夏: 宁夏大学附中 银川市一中 银川市唐徕回民中学

新疆: 新疆实验中学 乌鲁木齐市一中 库尔勒华山中学 乌鲁木齐市八中
新疆师大附中

江西省: 南昌二中 江西师大附中 南昌一中 南昌三中
南昌十中 南昌十七中 临川一中 吉安一中
白鹭洲中学 新余一中 新余四中 瑞昌一中
新建二中 上高二中 宜春中学 临川二中
赣州一中 南昌大学附中 玉山一中 南康中学
赣县中学 修水一中 安福中学 上饶一中
萍乡中学 贵溪一中 鹰潭一中 景德镇一中
赣州市三中 安义中学 峡江中学 高安中学

目 录

第一章 集合与简易逻辑	(1)
§1.1 集合的概念与运算	(2)
§1.2 简易逻辑	(5)
本章小结	(9)
第二章 函数与导数	(12)
§2.1 函数的概念	(13)
§2.2 函数的基本性质	(19)
§2.3 指数函数与对数函数	(24)
§2.4 导数的概念及运算法则	(28)
§2.5 导数的综合应用	(31)
本章小结	(35)
第三章 数 列	(40)
§3.1 数列的概念	(41)
§3.2 等差数列与等比数列	(44)
§3.3 递推数列	(48)
§3.4 数列的综合应用	(52)
本章小结	(56)
第四章 三角函数	(62)
§4.1 三角函数的概念与运算	(63)
§4.2 三角函数的图象	(67)
§4.3 三角函数的性质	(71)
§4.4 三角函数的应用	(75)
本章小结	(79)
第五章 平面向量	(83)
§5.1 平面向量的概念及运算	(84)
§5.2 平移与解三角形	(88)
§5.3 平面向量的综合应用	(92)
本章小结	(96)
第六章 不等式	(101)
§6.1 不等式的概念和性质	(102)
§6.2 不等式的证明	(105)

§6.3 不等式的解法	(109)
§6.4 不等式的综合应用	(112)
本章小结	(116)
第七章 解析几何	(120)
§7.1 直线与方程	(122)
§7.2 简单的线性规划、圆	(127)
§7.3 椭圆	(132)
§7.4 双曲线	(136)
§7.5 抛物线	(140)
§7.6 轨 迹	(144)
§7.7 直线与圆锥曲线的位置关系	(148)
§7.8 圆锥曲线的综合应用	(153)
本章小结	(157)
第八章 直线、平面、简单几何体	(165)
§8.1 空间直线与平面	(167)
§8.2 空间平面与平面	(170)
§8.3 空间角与距离	(174)
§8.4 棱柱、棱锥与多面体	(179)
§8.5 球	(183)
§8.6 空间向量及其运算(九 B)	(186)
§8.7 空间位置关系的向量解法(九 B)	(189)
本章小结	(193)
第九章 排列、组合、二项式定理和概率	(199)
§9.1 排列、组合与二项式定理	(200)
§9.2 随机事件的概率	(204)
§9.3 互斥事件有一个发生的概率	(208)
§9.4 相互独立事件同时发生的概率	(212)
本章小结	(216)
第十章 统 计	(219)

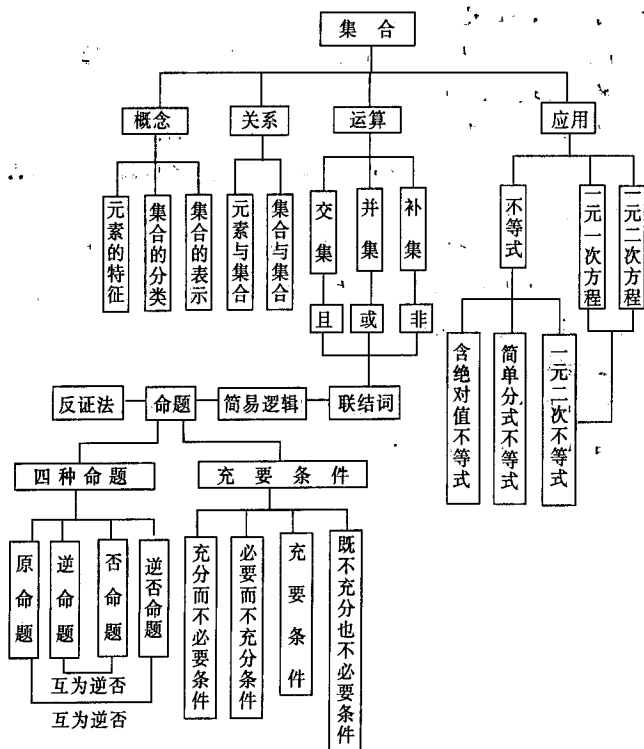


第一章 集合与简易逻辑

考纲要求

知识点	考纲要求	考纲叙述	高考试题 实际要求	实际要求叙述
集合、子集、补集、交集、并集	理解	理解集合、子集、补集、交集、并集的概念	理解	理解集合、子集、补集、交集、并集的概念
	了解	了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义	理解	理解空集和全集的意义,理解属于、包含、相等关系的意义
	掌握	掌握有关的术语和符号,并会用它们正确表示一些简单的集合	灵活运用	掌握有关的术语和符号,能灵活运用它们正确表示一些简单的集合
逻辑联结词和四种命题	理解	理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义,理解四种命题及其相互关系	了解	了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义,理解四种命题及其相互关系
充分条件和必要条件	掌握	掌握充分条件、必要条件及充要条件的意义	掌握	掌握充分条件、必要条件及充要条件的意义

知识框图



复习指导

本章包括两个互相关联又相互独立的内容:集合与简易逻辑.这两部分内容既是中学数学的基础,与高中数学各章知识交汇,又是学习高等数学的思想根基,在高考中占有重要地位.

本章内容在高考中作为载体或中间过程与其他知识相互渗透,综合考查,特别是把对逻辑知识的考查融入了具体的数学问题之中.

本章内容概念性强,又与高中数学各章知识交汇,因此复习时应注意以下几点:

1. 复习集合应紧扣集合本身的概念和元素满足的性质,适时进行准确和合理的转化,注意把握集合与元素、集合之间的关系,特别要弄清集合中元素的属性,要加强等价转化思想与数形结合思想,自觉运用文氏图、数轴、二次函数的图象的直观性,帮助分析理解,提高形象思维能力,进而提高抽象思维能力.

2. 复习简易逻辑时,先弄简单命题、复合命题及四种命题之间的关系,掌握联结词“或”“且”“非”的含义及充要条件的概念,以便准确地解答有关简易逻辑的概念问题,进而熟练判别充要条件.

§ 1.1 集合的概念与运算

知 识 精 要

一、集合的概念

1. 集合有五种表示方法:列举法、描述法(要抓住竖线前面代表元素以及它所具有的性质)、图示法、区间法、特定符号法(如 $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{N}_+$ 等),其中图示法又可分为数轴图示和文氏图.

2. 集合的分类:(1)若按集合中元素的个数划分,可划分为空集、有限集、无限集;(2)若按集合中元素的属性,可划分为数集、点集等.

二、集合中元素的特征

1. 确定性;2. 互异性;3. 无序性.

三、集合中表示关系的概念

1. 表示元素与集合之间的关系,有属于“ $\in$ ”和不属于“ $\notin$ ”两种情形.

2. 表示集合与集合之间的关系.

(1)包含关系:①子集;②全集;③相等;④真子集.

(2)不包含.

3. 空集. (1)空集 $\emptyset$ 是指不含任何元素的集合,它是任何一个集合的子集,是任何一个非空集合的真子集. (2)由于 $\emptyset$ 相对 $\{\emptyset\}$ 而言,其“身份”特殊,所以三个关系式 $\emptyset \in \{\emptyset\}$, $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$, $\emptyset \subsetneq \{\emptyset\}$ 都正确.

4. 含有 n 个元素的集合共有 $C_n^0 + C_n^1 + \cdots + C_n^n = 2^n$ 个子集, $2^n - 2$ 个非空真子集, $2^n - 1$ 个真子集.

四、集合的运算

1. 概念:交集、并集、补集.

2. 运算方法:定义法、文氏图、数轴法.

3. 运算律:交、并的交换律和结合律,交对并的分配律.

4. 结论:① $A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$.

② $\complement_U(\complement_U A) = A$, $\complement_U A = \emptyset$, $\complement_U \emptyset = A$, $A \cap A = A$, $A \cup A = A$.

③ $\complement_U(A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$; $\complement_U(A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

例 题 精 讲

【例 1】 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | \sqrt{x} < \sqrt{x^2 - 2}\}$, $N = \{x | \sqrt{x+1} \leq 2\}$, 则 $M \cap (\complement_U N)$ 为 ()
(A) $(3, +\infty)$. (B) $[3, +\infty)$. (C) $[-1, 3]$. (D) $(-\infty, -1)$.

[分析] 解此类问题关键是把所给的两个集合 M, N 正确表示出来,也就是解出所给出的不等式,在解不等式时应注意“被开方数大于等于 0”.

[解析] $\sqrt{x} < \sqrt{x^2 - 2} \Leftrightarrow \begin{cases} x < x^2 - 2, \\ x^2 - 2 \geq 0, \text{ 解得 } x > 2. \\ x \geq 0, \end{cases}$

即得 $M = (2, +\infty)$.

同理 $\sqrt{x+1} \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0, \\ x+1 \leq 4, \end{cases}$ 解得 $-1 \leq x \leq 3$.

即 $N = [-1, 3]$.

$\therefore \complement_U N = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$.

故 $M \cap (\complement_U N) = (3, +\infty)$, 选 A.

点评 此类问题是高考的热点题型.一般放在第一或第二题,属于容易题.解题的关键是解出不等式(高考中一般为绝对值不等式、根式不等式、分式不等式),然后再根据集合的运算法则解题.在数轴中表示出各个解集,是常用的重要技巧.

备选题 1

设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | |x| > 2\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$, 则

$A \cap (\complement_U B)$ 是

(A) $\{x | x < -2\}$.

(B) $\{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$.

(C) $\{x | x \geq 3\}$.

(D) $\{x | 2 < x \leq 3\}$.

【例 2】 已知 $A = \{x, xy, \lg(xy)\}$, $B = \{0, |x|, y\}$, 若 $A = B$, 求 x, y 的值.

[分析] 由 $A = B$ 可知 $0 \in A$, 再根据集合中元素的互异性逐步进行讨论, 最终达到目的.

[解析] 由 $A = B$ 知 $0 \in A$, 根据集合中元素的互异性及对数函数的定义域知 $x \neq 0$, $xy \neq 0$, 故 $\lg(xy) = 0$, 所以 $xy = 1$. 此时集合 A, B 可确定为 $A = \{x, 1, 0\}$, $B = \{0, |x|, y\}$.

又 $\because x \neq xy$, 即 $x(1-y) \neq 0$, $\therefore x \neq 0$, 且 $y \neq 1$, $\therefore |x| = 1$, $\therefore x = -1, y = -1$.

点评 两个集合相等, 则两个集合的元素相同, 突破口为 $0 \in A$, 这是思维的障碍点, 也是解决本题的关键. 在解决集合相等问题时, 应注意元素的互异性.

备选题 2

已知集合 $A = \{a, a+d, a+2d\}$, $B = \{a, aq, aq^2\}$ (a 为常数), 若 $A = B$, 求 d, q 的值.



【例3】设 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | 2x^2 - ax + 2 = 0\}$, 若 $A \cup B = A$, 求 a 的值组成的集合.

[分析] 由 $A \cup B = A$ 可知 B 为 A 的子集, 因集合 B 中方程含有字母 a , 所以方程的根是待定的, 应注意对方程根的个数进行讨论.

[解析] 由 $A \cup B = A$, 知 $B \subseteq A = \{1, 2\}$, 则 $B = \emptyset$ 或 $B \neq \emptyset$.

当 $B = \emptyset$ 时, $2x^2 - ax + 2 = 0$ 的 $\Delta = a^2 - 16 < 0$, $\therefore -4 < a < 4$.

当 $B \neq \emptyset$ 时, 若 B 是单元素集合时, $\Delta = 0$, $\therefore a = \pm 4$.

当 $a = 4$ 时, $B = \{1\} \subseteq A$.

当 $a = -4$ 时, $B = \{-1\} \not\subseteq A$.

若 $B = A$ 时, $1, 2$ 是方程 $2x^2 - ax + 2 = 0$ 的两根,

$\therefore \frac{a}{2} = 1 + 2$ 即 $a = 6$, 但 $a = 6$ 时, $A \neq B$.

综上所述: a 的值组成的集合为 $\{a | -4 < a \leq 4\}$.

解法 解本题的关键是从 $A \cup B = A$ 得出 $B \subseteq A$, 从而确定 B 的元素特征, 解题时应注意考虑 $B = \emptyset$ 和 $B \neq \emptyset$ 两种情形.

备选题 3

已知集合 $A = \{x | \log_2(x^2 - 4x + 5) = 1\}$, $B = \{x | x^2 - ax + a - 1 = 0\}$, $C = \{x | x^2 - mx + 1 = 0\}$ 且 $A \cup B = A$, $A \cap C = C$, 求 a, m 的值或取值范围.

错解剖析

【例】设 $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{y | y = x + 1, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()

(A) $\{(0, 1), (1, 2)\}$.

(B) $\{(0, 1)\}$.

(C) $\{(1, 2)\}$.

(D) $\{(1, +\infty)\}$.

[错解] 解方程组 $\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$, 故选 A.

[剖析] 在识别集合中元素时, 应注意其元素的代表形式, 且 M, N 都是单变元素表示的集合, 故 M, N 都是数集. $M = [1, +\infty)$, $N = (-\infty, +\infty)$, 并不是实数对 (x, y) 表示的元素所对应的平面点集.

[正解] $\because M = [1, +\infty), N = (-\infty, +\infty)$,

$\therefore M \cap N = [1, +\infty)$, 故选 D.

方法归纳

1. 掌握集合特征是解答集合问题的重要环节, 其中元素互异性是考查重点, 在解题时应注意检验.

2. 空集是任何集合的子集, 是任何非空集合的真子集, 在解题中若未指明集合非空时, 应考虑到空集的可能性.

3. 在进行集合的交、并、补运算时, 应全面认识集合的本质属性, 并优先化简给定集合, 这是解答集合问题的一般程序和策略.

4. 数集之间的运算常用数轴直观显示, 但要注意边界值的取舍, 而抽象集合可用文氏图, 给定点集可运用数形结合的方法解之.

5. 对含参数的集合问题, 常采用数形结合进行分类讨论.

6. 本节主要的思想方法: 函数与方程思想、数形结合思想、等价转化思想、分类讨论思想.

针对训练

一、选择题

1. 已知 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x | y = \log_2(x - 2)\}$, $B = \{x | |x + 1| < 3\}$, 则

$\complement_U[A \cap (\complement_U B)]$ 为 ()

(A) $(2, +\infty)$.

(B) $[2, +\infty)$.

(C) $(-\infty, 2)$.

(D) $(-\infty, 2]$.

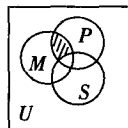
2. 如图, U 是全集, M, P, S 是 U 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()

(A) $(M \cap P) \cap S$.

(B) $(M \cap P) \cup S$.

(C) $(M \cap P) \cap \complement_U S$.

(D) $(M \cap P) \cup \complement_U S$.



3. 满足条件 $P \cup \{a, b\} = \{a, b, c, d\}$ 的集合 P 的个数是 ()

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 6.

4. 设集合 $A = \{x | -x^2 + 3x + 10 \geq 0\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, 若 $A \cap B = B$, 则 m 的取值范围是 ()

(A) $[3, 5]$.

(B) $[-2, +\infty)$.

(C) $[-2, 3]$.

(D) $(-\infty, 3]$.

二、填空题

5. 已知 $A = \{x | ax^2 + 3x + 2 = 0\}$ 是单元素集, 那么实数 m 的取值集合为 _____.

6. 设全集 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{2a - 1, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 则实数 a 的值为 _____.

7. 已知集合 $A = \{(a, b) | a^2 + \sqrt{2b - 1} = 2a - 1\}$, $B = \{(1, \frac{1}{2})\}$, 则 A _____ B (填“=”或“ $\neq$ ").

8. 设 $M = \{a, b\}$, $P = \{x | x \in M\}$, $Q = \{x | x \subseteq M\}$, 则四个命题 $M = P$, $M = Q$, $P \subseteq Q$, $P \in Q$ 中正确的命题是 _____.



三、解答题

9. 已知 $f(x) = x^2 + bx + c$, 其中 $b, c, x \in \mathbf{R}$, 设 $A = \{x | f(x) = x\}$, $B = \{x | f[f(x)] = x\}$.

(1) 求证: $A \subseteq B$;

(2) 如果 $A = \{-1, 3\}$, 求集合 B .

10. 已知 $A = \{x | -2 \leq x \leq a, a > 0\}$, $B = \{y | y = 2x + 3, x \in A\}$, $C = \{z | z = x^2, x \in A\}$, 若 $C \subseteq B$, 试求 a 的取值范围.

1. 已知 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x \geq 1\}$, $B = \{x | x \leq 1\}$, 则

- ()
- (A) $A \cap B = \{1\}$
(B) $A \cup B = \mathbf{R}$
(C) $A \cap B = \emptyset$
(D) $A \cup B = \emptyset$

2. 如图, U 是全集, M, P, S 是 U 的 3 个非空子集, 则阴影部分表示的集合是

- ()
- (A) $(M \cap P) \cup S$
(B) $(M \cap P) \cap S$
(C) $(M \cap P) \cup \bar{S}$
(D) $(M \cap P) \cap \bar{S}$

3. 满足条件 $P \cup \{a, b\} = \{a, b, c, d\}$ 的集合 P 的个数是

- ()
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8

4. 设集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 10\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 3m - 1\}$, 若 $A \cap B = B$, 则 m 的取值范围是

- ()
- (A) $[3, 5]$
(B) $[-2, +\infty)$
(C) $[-2, 3]$
(D) $[-\infty, 3]$

5. 已知 $A = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$ 是单元素集, 则实数 m 的取值范围是

- ()
- (A) $\{0, 1\}$
(B) $\{0, 1\}$
(C) $\{0, 1\}$
(D) $\{0, 1\}$

听音乐调情绪

据我多年来对高考考生的调查与访谈发现, 不少成功的高考考生在他们情绪郁闷、焦虑、不安时, 常常采取听自己喜欢的音乐的方式来缓解不良情绪. 当然, 每个考生听什么音乐要根据自己的喜好来选择, 这样才有助于消除自己的不良情绪.

§ 1.2 简易逻辑

知识精要

一、命题的概念

1. 命题:可以判断真假的语句叫做命题,所以命题有真假之分.

2. 逻辑联结词:“或”“且”“非”这些词叫做逻辑联结词.

3. 简单命题:不含逻辑联结词的命题称为简单命题.

复合命题:由简单命题和逻辑联结词构成的命题称为复合命题.

4. 判断复合命题真假的形式——真值表.

p	真	真	假	假
q	真	假	真	假
p 或 q	真	真	真	假

p	真	真	假	假
q	真	假	真	假
p 且 q	真	假	假	假

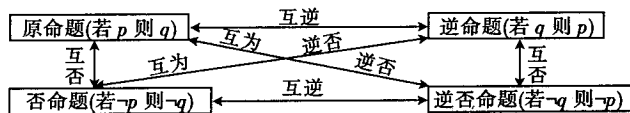
p	真	假
非 p	假	真

二、四种命题及相互关系

1. 若用 p 和 q 分别表示原命题的条件和结论,用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定,则命题的四种形式为:

原命题:若 p 则 q ; 逆命题:若 q 则 p ; 否命题:若 $\neg p$ 则 $\neg q$; 逆否命题:若 $\neg q$ 则 $\neg p$.

2. 四种命题的关系



注:①互为逆否的命题为等价命题.

②注意命题的否定与否命题之间的区别:

命题的否定即为命题的非 p 形式,一般否定命题的结论.

否命题既否定命题的条件,又否定命题的结论.

3. 反证法

用反证法证明命题的一般步骤为:①反设,②推理导出矛盾,③肯定原命题.

注:对于一个命题的否定,就要对正面叙述的词语加以否定,一般地,从集合的观点来看,把所有可能的情况作为全集,那么否定词语的情况的集合是原词语情况的集合的补集,常用否定词语列表如下:

词语	等于	大于($>$)	小于($<$)	是	都是
词语的否定	不等于	不大于($\leq$)	不小于($\geq$)	不是	不都是

词语	任意的	所有的	任意两个	至多有一个	至少有一个	至多有 n 个
词语的否定	某个	某些	某两个	至少有两个	一个也没有	至少有 $n+1$ 个

三、充分条件与必要条件

1. 充分条件:若 $p \Rightarrow q$, 则称条件 p 为结论 q 的充分条件.

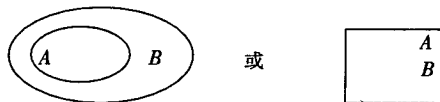
2. 必要条件:若 $q \Rightarrow p$, 则称条件 p 为结论 q 的必要条件.

3. 充要条件:若 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$, 则称条件 p 为结论 q 的充要条件.

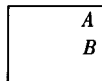
4. 既不充分也不必要条件:若 $p \not\Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$, 则称条件 p 为结论 q 的既不充分也不必要条件.

5. 利用集合间的包含关系理解命题之间的充要关系, 设满足条件 p 的元素构成集合 A , 满足条件 q 的元素构成集合 B .

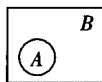
(1) 若 $A \subseteq B$, 则 p 是 q 成立的充分条件.



(2) 若 $A = B$, 则 p 是 q 的充要条件.



(3) 若 $A \subsetneq B$, 则 p 是 q 成立的充分而不必要条件.



(4) 若 $A \not\subseteq B$ 且 $B \not\subseteq A$, 则 p 是 q 成立的既不充分也不必要条件.



例题精讲

【例1】已知命题 p : 函数 $f(x) = x^2 - 4mx + 4m^2 + 2$ 在区间 $[-1, 3]$ 上的最小值等于 2; 命题 q : 不等式 $x + |x - m| > 1$ 对于任意 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立. 如果上述两个命题有且仅有一个是真命题, 试求实数 m 的取值范围.

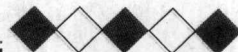
【分析】“两个命题有且仅有一个是真命题”即为“ p 真 q 假”或“ p 假 q 真”, 故可先分别求出命题 p 、 q 为真时 m 的取值范围, 然后再分 p 真 q 假及 p 假 q 真分别取之, 再作并集.

【解析】 $f(x) = (x - 2m)^2 + 2$ 在区间 $[-1, 3]$ 上的最小值

$$f(x)_{\min} = \begin{cases} f(-1) > 2 & (2m < -1), \\ f(2m) = 2 & (-1 \leq 2m \leq 3), \\ f(3) > 2 & (2m > 3). \end{cases}$$

若 p 为真, 则 $-1 \leq 2m \leq 3$, 即 $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$.

令 $g(x) = x + |x - m|$, 则 $g(x) = \begin{cases} 2x - m & (x > m), \\ m & (x \leq m) \end{cases}$ 的



最小值为 m , 若 q 为真, 则 $m > 1$.

若命题 p 真, q 假, 则 m 的取值范围是 $-\frac{1}{2} \leq m \leq 1$;

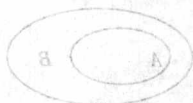
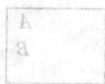
若命题 p 假, q 真, 则 m 的取值范围是 $m > \frac{3}{2}$.

$\therefore$ 当 p, q 中仅有一个为真时, m 的取值范围是 $-\frac{1}{2} \leq m \leq 1$ 或 $m > \frac{3}{2}$.

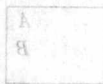
点评 本题可以在找到命题 p, q 分别为真时 m 的取值范围后, 再利用“交集”的方法在数轴上取出 p, q 有且仅有一个为真命题时 m 的取值集合.

备选题 1

设 p : 函数 $f(x) = \lg(ax^2 - x + a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$; q : 函数 $f(x) = \lg(ax^2 - x + a)$ 的值域为 $\mathbf{R}$. 如果 p 和 q 有且仅有一个正确, 求实数 a 的取值范围.



若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 均不成立.



若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 均不成立.



若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 均不成立.



否命题: 已知 a, b 为实数, 若 $x^2 + ax + b \leq 0$ 的解集为空集, 则 $a^2 - 4b < 0$.

点评 互为逆否的命题的真假性相同, 互否、互逆的命题的真假性没有必然联系, 命题的否定是否定结论, 否命题则既否定条件也否定结论, 在否命题中也可将“解集为空集”写成“没有非空解集”.

备选题 2

判断命题“已知 a, x 为实数, 若关于 x 的不等式 $x^2 + (2a+1)x + a^2 + 2 \leq 0$ 的解集非空, 则 $a \geq 1$ ”的逆否命题的真假.

真	真	真	真	真
真	真	真	真	真
真	真	真	真	真
真	真	真	真	真
真	真	真	真	真

真	真	真
真	真	真

若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 均不成立.

若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 均不成立.

若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 均不成立.

若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 均不成立.

若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 均不成立.

若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 均不成立.



【例 3】 已知实数 a, b, c 满足 $a+b+c > 0, ab+bc+ca > 0, abc > 0$. 求证: a, b, c 都大于零.

[分析] 命题的结论涉及“都”的形式, 可以考虑反证法.

[解析] (法一) 假设 a, b, c 不都大于零, 即: a, b, c 中至少一个小于或等于零, 不妨设 $a \leq 0$, 由 $abc > 0$, 则知 $a < 0, \therefore bc < 0$, $\therefore a(b+c) > 0$ 与 $a < 0, b+c > 0$ 矛盾.

$\therefore$ 假设错误, 故原结论成立, 即 a, b, c 都大于零.

(法二) 设 $f(x) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc = (x+a)(x+b)(x+c)$, 则方程 $f(x) = 0$ 有三个根: $-a, -b, -c$. 而当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, $\therefore$ 函数 $f(x) = (x+a)(x+b)(x+c)$ 与 x 轴的三个交点均在负半轴上,

$\therefore -a < 0, -b < 0, -c < 0, \therefore a > 0, b > 0, c > 0$.

点评 当一个命题的结论中出现“至多”“至少”“都”“唯一”的形式时, 可以考虑反证法.

备选题 3

设 a, b, c 是互不相等的非零实数, 试证: 三个方程 $ax^2 + 2bx + c = 0, bx^2 + 2cx + a = 0, cx^2 + 2ax + b = 0$ 中至少有一个方程有两个相异实根.

错解剖析

【例】已知命题 $p: -2 < m < 0, 0 < n < 1$; 命题 q : 关于 x 的方程 $x^2 + mx + n = 0$ 有两个小于 1 的正根. 试分析 p 是 q 的什么条件.

【错解】设关于 x 的方程 $x^2 + mx + n = 0$ 有两个小于 1 的正根 x_1, x_2 , 则 $0 < x_1 < 1, 0 < x_2 < 1, \therefore 0 < x_1 + x_2 < 2$ 且 $0 < x_1 \cdot x_2 < 1$.

$$\text{由韦达定理得 } \begin{cases} x_1 + x_2 = -m, \\ x_1 x_2 = n, \end{cases} \therefore \begin{cases} 0 < -m < 2, \\ 0 < n < 1, \end{cases}$$

$$\therefore -2 < m < 0, 0 < n < 1.$$

又命题 $p: -2 < m < 0, 0 < n < 1$, 故 p 是 q 的充要条件.

【剖析】上述解法只验证了“方程有两个小于 1 的正根”得出“ $-2 < m < 0, 0 < n < 1$ ”成立, 即只验证了 $q \Rightarrow p$, 并没有验证 $p \Rightarrow q$, 同时在验证过程中也非“等价”推理, 因此无法得出“充要”的结论.

事实上, 如取 $m = -\frac{1}{3}, n = \frac{1}{2}, x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} = 0$, 此时方程的 $\Delta = \frac{1}{9} - 4 \times \frac{1}{2} < 0$ 无解, 更谈不上有两个小于 1 的正根, 所以由 q 能得到 p , 而由 p 却不一定得到 q , $\therefore p$ 不是 q 的充要条件.

【正解】 p 是 q 的必要而不充分条件.

方法归纳

1. 复合命题真假的判断, 应通过组成复合命题的简单命题的真假, 结合真值表加以判断.

2. 四种命题之间的真假关系: 互为逆否的命题同真同假.

3. 反证法证明命题的基本步骤:

(1) 否定结论; (2) 导出矛盾; (3) 肯定结论.

4. 充要条件的判别.

定义法: 条件 $\Rightarrow$ 结论, 则条件为结论的充分条件;

结论 $\Rightarrow$ 条件, 则条件为结论的必要条件;

条件 $\Leftrightarrow$ 结论, 则条件为结论的充要条件;

条件 $\nRightarrow$ 结论且结论 $\nRightarrow$ 条件, 则条件为结论的既不充分也不必要条件.

针对训练

一、选择题

1. 条件 $p: |x| > 1; q: x < -2$. 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的 ()

(A) 充分而不必要条件.

(B) 必要而不充分条件.

(C) 充要条件.

(D) 既不充分也不必要条件.

2. 命题“若 $ab = 0$, 则 $a = 0$ 或 $b = 0$ ”的逆否命题是 ()

(A) 若 $ab \neq 0$, 则 $a \neq 0$ 或 $b \neq 0$.

(B) 若 $a \neq 0$ 或 $b \neq 0$, 则 $ab \neq 0$.

(C) 若 $ab \neq 0$, 则 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$.

(D) 若 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$, 则 $ab \neq 0$.

3. 设 p, q 是简单命题, 则“ p 且 q 为假”是“ p 或 q 为假”的 ()

(A) 必要而不充分条件.

(B) 充分而不必要条件.

(C) 充要条件.

(D) 即不充分也不必要条件.

4. 设有两个命题 p : 不等式 $|x| + |x+1| > a$ 的解集为 $\mathbf{R}$; $q: f(x) = -(7-3a)^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数. 如果这两个命题中有且仅有一个真命题, 那么实数 a 的取值范围是 ()

$$(A) 1 \leq a < 2.$$

$$(B) 2 < a \leq \frac{7}{3}.$$

$$(C) 2 \leq a < \frac{7}{3}.$$

$$(D) 1 < a \leq 2.$$

二、填空题

5. 关于 x 的不等式 $|x-3| + |x+1| < m (m \in \mathbf{R})$ 有实数解的充要条件是 _____.

6. 有以下四组命题:

$$\textcircled{1} p: 0 = \emptyset; q: \{0\} = \emptyset.$$

$$\textcircled{2} p: a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b \in \mathbf{R}); q: \text{不等式 } |x| \geq x \text{ 的解集是 } \mathbf{R}.$$

$$\textcircled{3} p: \text{在 } \triangle ABC \text{ 中, 若 } \cos 2A = \cos 2B, \text{ 则 } A = B; q: y = \cos x \text{ 在第一象限是减函数}.$$

$$\textcircled{4} p: 2 \leq 2; q: \text{循环小数 } 0.9 = 1.$$



其中满足“ p 或 q ”为真,“ p 且 q ”为假,“非 p ”为真的是_____.

7. 命题甲:两曲线 $F(x, y) = 0$ 和 $G(x, y) = 0$ 相交于点 $P(x_0, y_0)$;命题乙:曲线 $F(x, y) + \lambda G(x, y) = 0$ (λ 为常数)过点 $P(x_0, y_0)$,则甲是乙的_____条件.

8. 已知“ $a \geq b$ ”是“ $c > d$ ”的充分而不必要条件,“ $a < b$ ”是“ $e \leq f$ ”的充要条件,则“ $c \leq d$ ”是“ $e \leq f$ ”的_____条件.

三、解答题

9. 已知 $P = \{x | x^2 - 2x - 8 \leq 0\}$, $S = \{x | |x - 1| \leq m\}$, 是否存在实数 m 使 $x \in P$ 是 $x \in S$ 的充要条件? 若存在,求 m 的值.

10. 设函数 $f(x) = |x - a| - ax$, 其中 $a > 0$ 且为常数.

- (1) 解不等式: $f(x) < 0$;
- (2) 试探求函数 $f(x)$ 存在最小值的充要条件,并求出相应的最小值.

错解是宝(一)

认识错解

一轮复习开始,每个同学都做了大量的练习,其中也积累了不少错解.许多同学对错解认识不足,认为老师已经订正过了,自己当时也会做了,就算掌握了.对于哪些章节出错最多,哪些错解重复率最高,这些错都属于什么问题,不去作深入分析.这种做法是不可取的.我认为当时做错并不是偶然的,就好像做对的题一样,是知识掌握牢固与否的必然结果.一般来说,如果一个题做对,那么这个题将永远做得对;反过来,如果做错了,不去认真对付,将永远做错.因此要使高考获得理想成绩,必须认真对付错解,可以说,科学利用错解是做好复习备考的重要手段,所以“错解是宝”.